

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΥΝΟΛΩΝ  
 ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ  
 8/6/2015.

Θέμα 1<sup>ο</sup>. Ποιές από τις ακόλουθες δηλώσεις αληθεύουν και γιατί;  
 $\{\phi\} \subseteq \mathcal{P}(A)$  ,  $\mathcal{P}(A) - \phi = \mathcal{P}(A)$  ,  $\mathcal{P}(A) - \{\phi\} = \mathcal{P}(A)$ ,  
 (όπου  $A$  είναι τυχόν σύνολο) (0,6 μορ.)

Θέμα 2<sup>ο</sup>. α) Βρείτε σχέση ισοδυναμίας στο σύνολο  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  
 η οποία να περιέχει ακριβώς 11 ζεύγη. (1 μορ.)  
 β) Ποιά είναι η διαμέριση στο  $A$  που επαχτεί η σχέση ισοδυναμίας  
 του ερωτήματος α); (1 μορ.)

Θέμα 3<sup>ο</sup>. Δείξτε αναγκαστικά ότι το σύνολο  $(-1, 1)$  είναι ισοπηδικό  
 με το σύνολο  $[0, 3]$ . (2 μορ.)

Θέμα 4<sup>ο</sup>. Θεωρούμε τους προτασιακούς τύπους  
 $((p \& q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$  ,  $((p \& q) \vee r) \& \sim((p \& q) \vee r)$ .  
 α) Για καθένα τους, εξετάστε αν είναι ταυτολογία, αντίφαση ή  
 ενδεχόμενο. (1 μορ.)  
 β) Συνεπάχεται λογικά ο πρώτος προτασιακός τύπος τον δεύτερο;  
 ο δεύτερος τον πρώτο; (1 μορ.)

Θέμα 5<sup>ο</sup>. Χρησιμοποιώντας νόμους της προτασιακής λογικής (δες  
 τυπολόγιο), να απλοποιήσετε τον προτασιακό τύπο  
 $\sim p \& ((p \& q) \vee (p \& \sim q))$ . (1,4 μορ.)

Θέμα 6<sup>ο</sup>. α) Χρησιμοποιώντας κανόνες φυσικής παραγωγής (δες τυπολόγιο),  
 κατασκευάστε μια άμεση απόδειξη της επιχειρηματικής μορφής

$(\sim p \vee \sim q)$	
$(\sim r \rightarrow q)$	
$(p \& \sim s)$	
$(r \& \sim s)$	(1 μορ.)

β) Χρησιμοποιώντας κανόνες φυσικής παραγωγής, κατασκευάστε μια έμμεση απόδειξη της επιχειρηματικής μορφής

$$(p \vee (q \rightarrow r))$$

$$(p \vee q)$$

---

$$(p \vee r)$$

(1 μον.)

Σημείωση: Για να περάσετε, πρέπει να απαντήσετε σωστά σε τουλάχιστον ένα από τα θέματα 2-3 και τουλάχιστον ένα από τα θέματα 4-6.