

86Υ12-Λογική και Θεωρία Συνόρων

Α' Περίοδος

13/12/2023

Θέμα 1^ο: Έστω X το σύνολο $\{a, \{b\}, c\}$. Ποιες από τις ακόλουθες δηλώσεις αληθεύουν και γιατί;

$$\{b\} \subset X, \{c\} \in \mathcal{P}(X), \{\emptyset\} \subset \mathcal{P}(X) \quad (1,5 \text{ μορ.})$$

Θέμα 2^ο: (α) Κατασκευάστε διάγραμμα Venn για τις ^(μαζί) ακόλουθες συνθήκες:

$$A \not\subset B, C \not\subset B, A \cap C \neq \emptyset. \quad (1 \text{ μορ.})$$

(β) Ορίστε, με αναγραφή των στοιχείων τους, τα σύνολα $\{\emptyset\} \cap \emptyset, \{\emptyset\} \cup \emptyset, \mathcal{P}(\{\emptyset\}) - \{\emptyset\}$ (1,5 μορ.)

Θέμα 3^ο: Έστω $A = \{a, b, c\}$ και $B = \{5, 6, 7\}$. Πόσες σχέσεις υπάρχουν από το A στο B και γιατί; Ποιες από τις σχέσεις αυτές είναι συναρτήσεις από το A στο B ; Ποιες από τις συναρτήσεις είναι 1-1; Ποιες είναι επί; (2 μορ.)

Θέμα 4^ο: Έστω $A = \{a, b, c, d, e\}$.

(α) Βρείτε μία σχέση ισοδυναμίας στο A που να περιέχει ακριβώς δεκατέσσερα διατεταγμένα ζεύγη. (1 μορ.)

(β) Βρείτε τη διαμέριση που επάγει στο A η σχέση αυτή. (1 μορ.)

Θέμα 5^ο: Έστω \mathbb{N}_3 το σύνολο των φυσικών αριθμών που είναι πολλαπλάσια του 3 και \mathbb{N}_5 το σύνολο των φυσικών αριθμών που είναι πολλαπλάσια του 5. Εξηγήστε αναλυτικά γιατί το σύνολο $\mathbb{N}_5 \times \mathbb{N}_3$ είναι (απ)αριθμήσιμο. (2 μορ.)