

Να δείξετε ότι αν $A \subseteq B$, τότε $B' \subseteq A'$

Έστω $A \subseteq B$. με βάση την πρώτη αρχή συνέπειας, για να δείξουμε ότι $B' \supseteq A'$ αρκεί να δείξουμε ότι $B' \cup A' = A'$. Θα το δείξουμε κάνοντας χρήση της υπόθεσης $A \subseteq B$.

1. $B' \cup A'$

2. $(B \cap A)'$ v. De Morgan.

3. $(A \cap B)'$ v. αντιμεταθετικότητας.

4. $A \supseteq B$ υπόθεση.

5. $A \cap B = A$ από βήμα 4 με χρήση της 2ης αρχής συνέπειας.

6. $(A \cap B)' = A'$ από βήμα 5

Άρα αν $A \supseteq B$, τότε $B' \cup A' = (B \cap A)' = (A \cap B)' = A'$.

Άρα αν $A \supseteq B$, τότε $B' \cup A' = A'$ και άρα με χρήση του 1ης αρχής συνέπειας $B' \supseteq A'$.

Επομένως αν $A \supseteq B$, τότε $B' \subseteq A$.