



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

ΙΑΤΡΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Π. Παπαγιάννης
Εργαστήριο Ιατρικής Φυσικής,
Ιατρική Σχολή Αθηνών
Κτίριο 5, Γραφείο 21



210 746 2442



ppapagi@med.uoa.gr



<https://eclass.uoa.gr/>

ΙΑΤΡΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ - ΟΔΟΝΤΙΑΤΡΙΚΗ
(MED684)

Ο ατομικός πυρήνας

ή

σύγχρονη αλχημεία...

Ο πυρήνας του ατόμου, σύσταση-μάζα

Πυρήνας = p^+ και n **περιορισμένα (?)** σε μια περιοχή του ατόμου

Μάζα πυρήνα?

Πίνακας 1 Φορτίο, μάζα και ενέργεια ηρεμίας των τριών βασικότερων υποατομικών σωματιδίων.				
	Φορτίο	Μάζα (kg)	Μάζα (u)	Μάζα ηρεμίας MeV/c ²
Ηλεκτρόνιο	-e	$9,109 \cdot 10^{-31}$	$5,48597 \cdot 10^{-4}$	0,511
Πρωτόνιο	+e	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,007277	938,27
Νετρόνιο	0	$1,674 \cdot 10^{-27}$	1,008665	939,57

Σε πρώτη προσέγγιση: $m_{nucleus}(Z, A) \cong m_{atom}(Z, A) \cong A u \cong A \text{ GeV} / c^2$

ή ακριβέστερα: $m_{nucleus}(Z, A)c^2 = m_{atom}(Z, A)c^2 + b_e - Z \times m_e c^2$

όπου b_e η ενέργεια σύνδεσης των e^- στο άτομο.

Παρατηρείστε ότι σημειώνεται **έλλειμμα μάζας** κατά το σχηματισμό του ατόμου από τον πυρήνα και τα ηλεκτρόνια, ίσο με b_e/c^2 .

Ο πυρήνας του ατόμου, έλλειμμα μάζας-ενέργεια σύνδεσης

Αντίστοιχα, σημειώνεται έλλειμμα μάζας όταν σχηματίζεται πυρήνας (Z, A) από Z p^+ και N n , ίσο με $\Delta m = B / c^2$ όπου

B η ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα:

$$B = \{Z \times m_p + N \times m_n - m_{nucleus}(Z, A)\} \times c^2$$

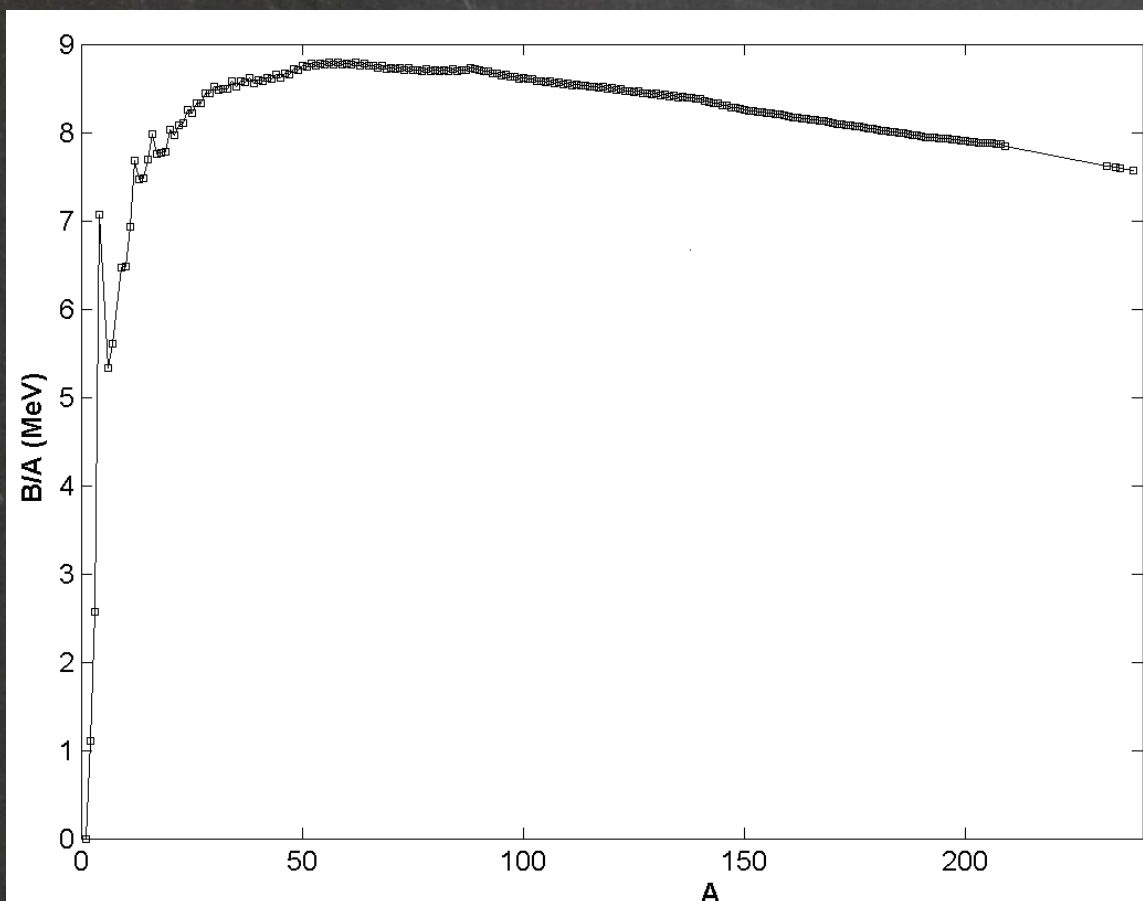
ή

$$\begin{aligned} B &= \{Z \times (m_p + m_e) + (A - Z) \times m_n - m_{atom}(Z, A)\} \times c^2 \\ &= \{Z \times m_{^1H} + (A - Z) \times m_n - m_{atom}(Z, A)\} \times c^2 \end{aligned}$$

B είναι η ενέργεια που απελευθερώνεται όταν ο πυρήνας σχηματίζεται αυθόρμητα ή, ισοδύναμα, η ενέργεια που πρέπει να παρέχω για να διασπάσω τον πυρήνα στα συστατικά του.

Μεγαλύτερη ενέργεια σύνδεσης → αυξημένη σταθερότητα...?

Ο πυρήνας του ατόμου, σταθερότητα



➤ Δεδομένου ότι ένας πυρήνας αλλάζει ακόμη και αν αφαιρέσω μόνο 1 νουκλεόνιο (p^+ ή n), είναι η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο (B/A) που καθορίζει την πυρηνική σταθερότητα.

➤ Σημειώστε ότι το γεγονός ότι το B είναι περίπου ανάλογο με το A για βαρύτερους πυρήνες συνεπάγεται τα κύρια χαρακτηριστικά της ισχυρής πυρηνικής δύναμης.

➤ Γιατί η B/A έχει αυτή τη μορφή?

➤ Είναι όλα τα ισοβαρή νουκλίδια εξίσου σταθερά?

Ο πυρήνας του ατόμου, το πυρηνικό μοντέλο της σταγόνας υγρού

υγρό	πυρήνας
Δυνάμεις Van Der Waals	Ισχυρή πυρηνική δύναμη
Ελεύθερη σταγόνα υγρού έχει σφαιρικό σχήμα	$R = R_0 \times A^{1/3}$
Σταθερή πυκνότητα	$d \cong 10^{14} \text{ gcm}^{-3}$

$$B(Z, A) = \alpha_{Volume} A - \alpha_{Surface} A^{2/3}$$

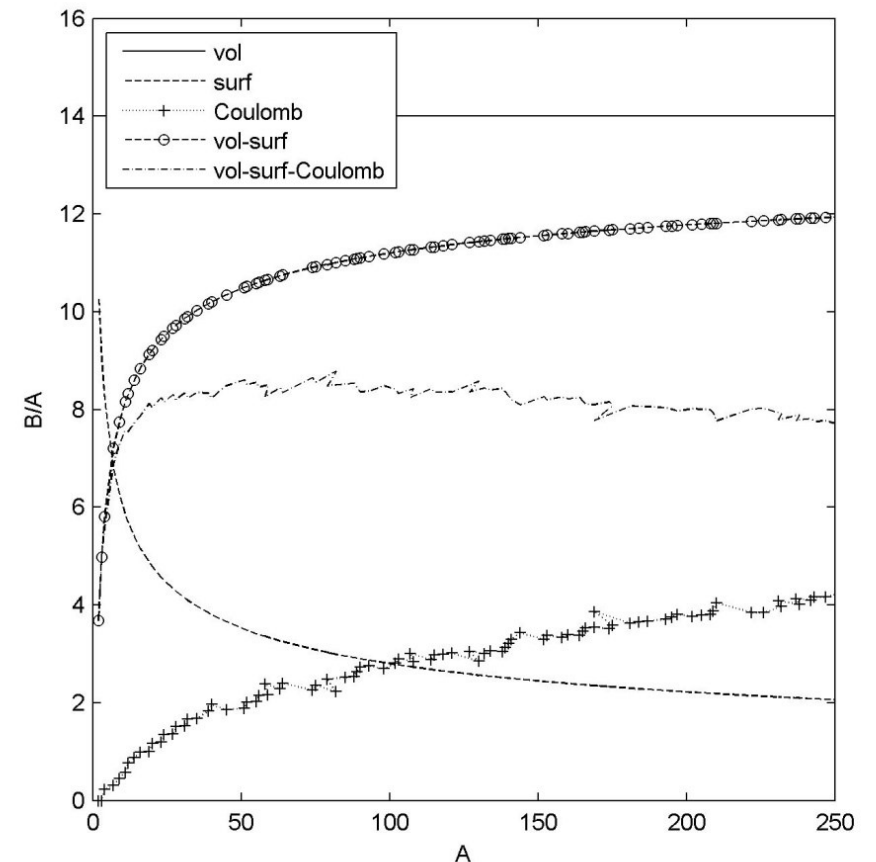
Ο πυρήνας του ατόμου, ημι-εμπειρική σχέση Weizsacker

Table 1.6 Relationships between protons, neutrons, and stability

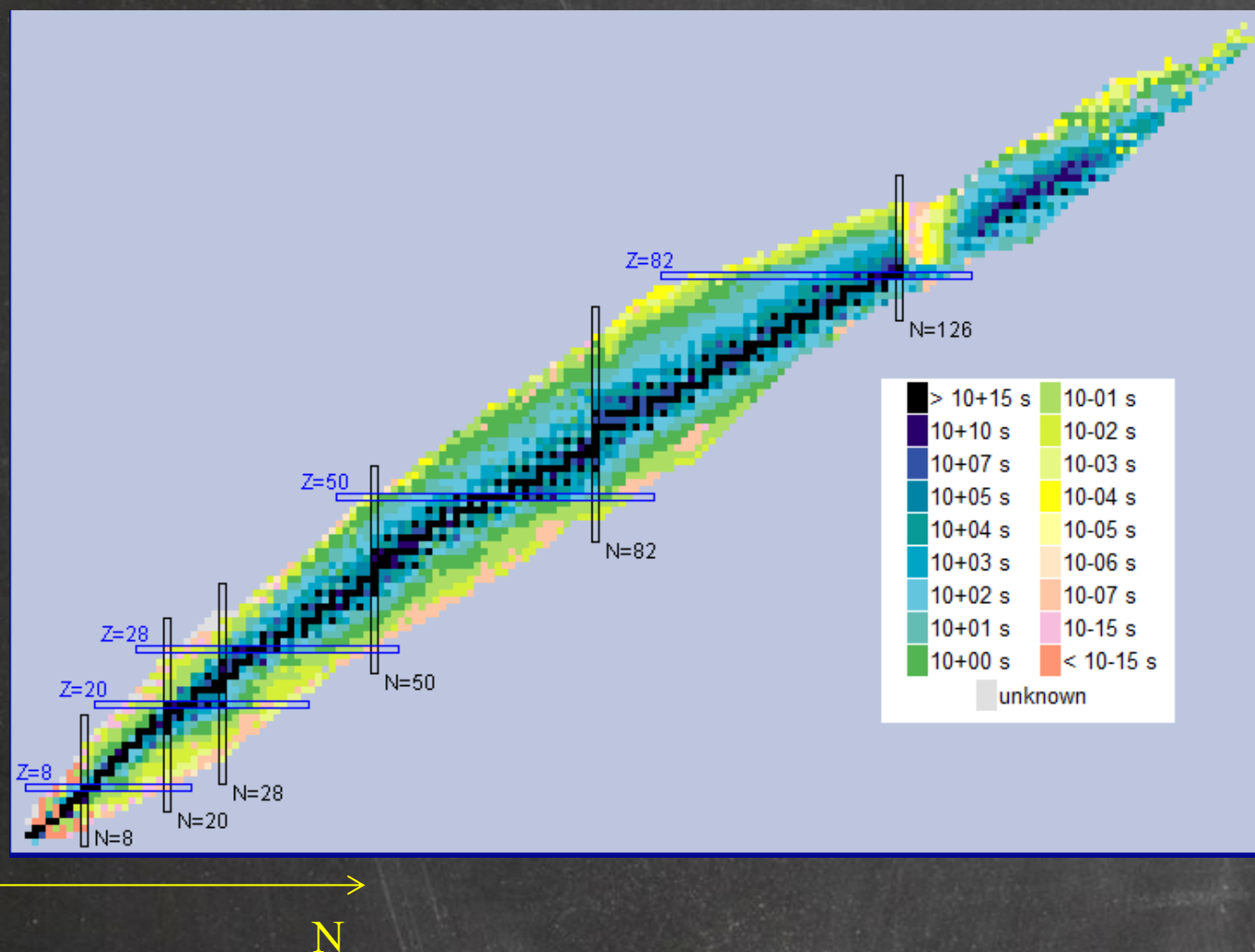
Number of protons	Number of neutrons	Number of stable nuclei
Even	Even	165
Even	Odd	57
Odd	Even	53
Odd	Odd	6

$$B(Z, A) = \alpha_{Volume} A - \alpha_{Surface} A^{2/3} - \alpha_{Coulomb} \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \alpha_{Asymmetry} \frac{(A-2Z)^2}{A} - \alpha_{Pairing} \delta A^{-3/4} + a_{Z,N}$$

- Οι σταθερές (a_i) καθορίζονται από προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα
- Οι όροι οφείλονται:
 - Volume: έλξη ισχυρής πυρηνικής δύναμης μεταξύ νουκλεονίων
 - Surface: μικρή εμβέλεια ισχυρής πυρηνικής δύναμης
 - Coulomb: άπωση λόγω δύναμης Coulomb μεταξύ p+
 - Asymmetry: η ενέργεια του πυρήνα είναι κβαντισμένη (όπως στα άτομα), επομένως η περίσσεια η πρέπει να είναι η απολύτως απαραίτητη
 - pairing: τα νουκλεόνια είναι φερμιόνια με σπιν = 1/2 (βλ. πίνακα)
 - σταθερός όρος, $a_{Z,N}$: "μαγικοί αριθμοί" 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



Ο πυρήνας του ατόμου, ο χάρτης των νουκλιδίων – διάγραμμα Segre



- Η χρωματική κλίμακα απεικονίζει το χρόνο μέχρι την αυθόρμητη αποσύνθεση (αλλαγή πυρήνα).
- Όσο πιο σκούρο το χρώμα τόσο αυξάνει η σταθερότητα.
- Σύμφωνα με τον ημι-εμπειρικό τύπο για το B/A , η σταθερότητα αυξάνεται για:
 - $N=Z$ για ελαφρούς πυρήνες ($A < 20$)
 - $N=1,5Z$ για βαρείς πυρήνες ($A > 20$)
 - Άρτιους-άρτιους πυρήνες
 - N ή Z ίσο με μαγικούς αριθμούς

Δεν θα έπρεπε να υπάρχει μονοπάτι προς την αυξημένη σταθερότητα για τους πυρήνες ...;

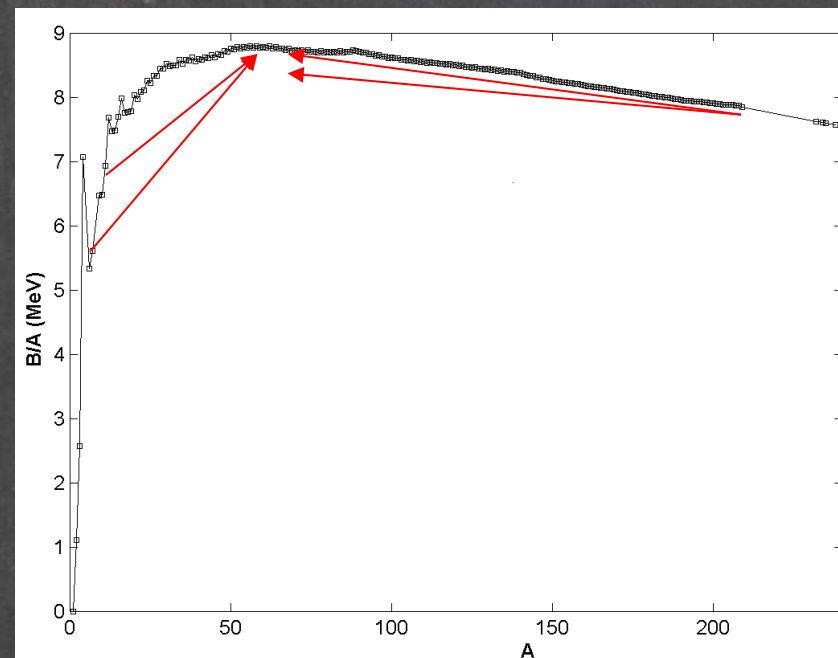
Ο πυρήνας του ατόμου, μεταστοιχειώσεις

➤ Νουκλίδια με μεγάλο A :

Σχάση

➤ Νουκλίδια με μικρό A :

Σύντηξη



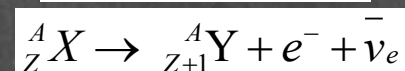
Ο πυρήνας του ατόμου, μεταστοιχειώσεις

Για δεδομένο A:

➤ Αποβολή πλεονάζοντος νουκλεονίου (σπάνια)

➤ α διάσπαση: ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + {}^4_2\text{He}$

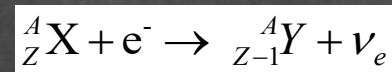
➤ Πλεόνασμα νετρονίων $\rightarrow \beta^-$ διάσπαση: ${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + e^- + \bar{\nu}_e$



➤ Πλεόνασμα πρωτονίων $\rightarrow \beta^+$ διάσπαση: ${}^1_1\text{p} \rightarrow {}^1_0\text{n} + e^+ + \nu_e$

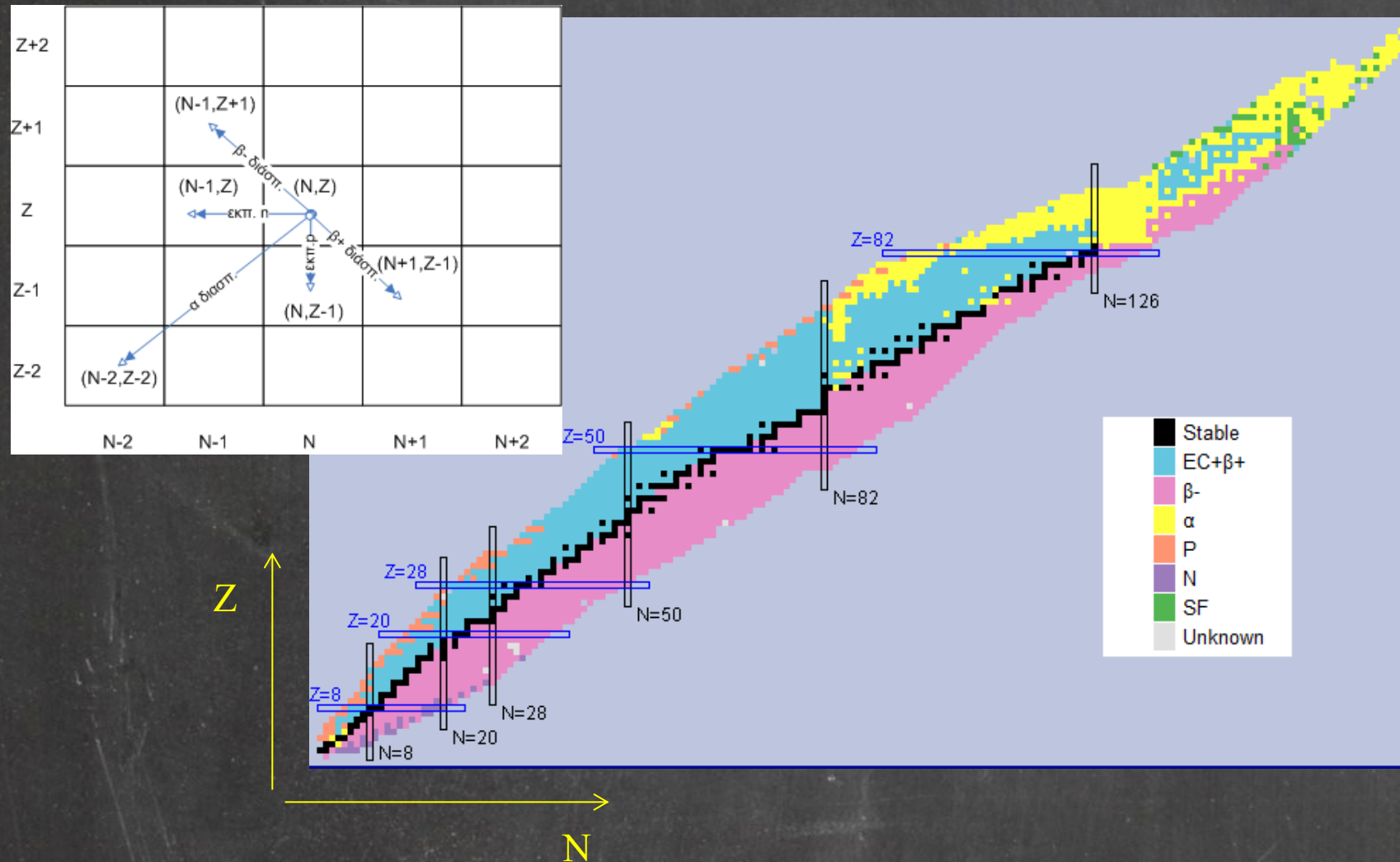


$\rightarrow$ Σύλληψη ηλεκτρονίου: ${}^1_1\text{p} + e^- \rightarrow {}^1_0\text{n} + \nu_e$

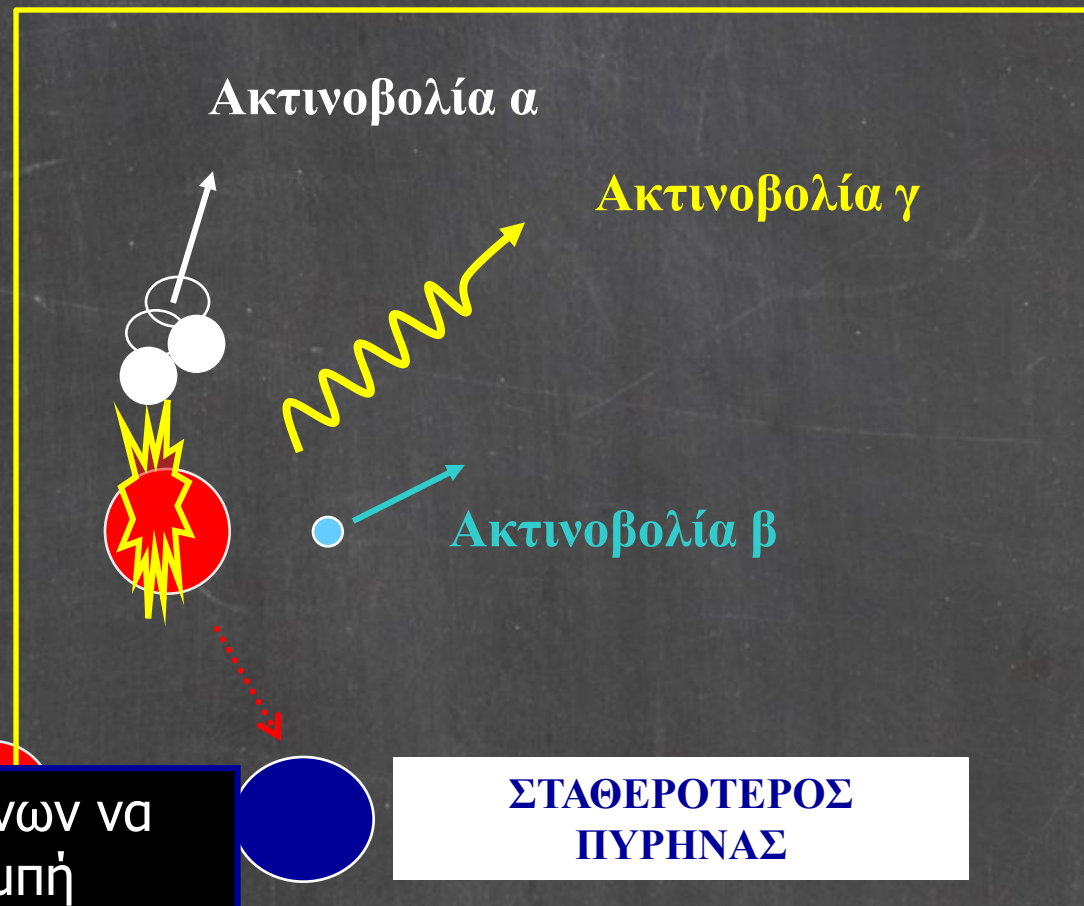
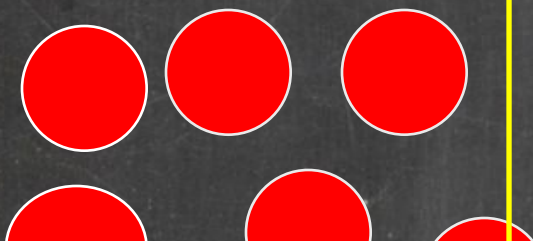


➤ Διάσπαση γ ...;

Ο πυρήνας του ατόμου, ο χάρτης των νουκλιδίων – διάγραμμα Segre



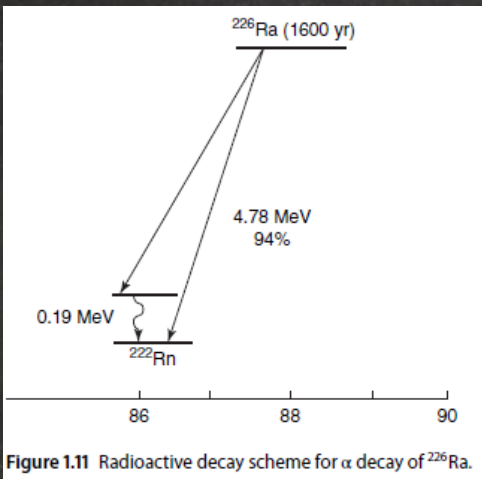
ΑΣΤΑΘΕΙΣ
ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΟΙ
ΠΥΡΗΝΕΣ



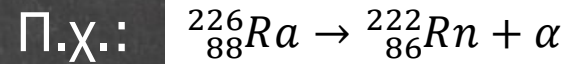
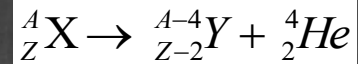
ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑ

- **Ραδιενέργεια** : ιδιότητα ορισμένων πυρήνων να διασπώνται **αυθόρμητα** με παράλληλη εκπομπή ακτινοβολίας
- **Ακτινοβολία** : ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικού κύματος (φωτονίου) ή σωματιδίων

Ραδιενέργεια – ακτινοβολίες α , β , γ



Ραδιενεργές διασπάσεις : διάσπαση α



Διατήρηση
Ενέργειας :

$$m_X c^2 + K_X = m_Y c^2 + K_Y + m_\alpha c^2 + K_\alpha, \text{ έστω } K_X = 0 :$$

$$m_X c^2 - m_Y c^2 - m_\alpha c^2 = K_Y + K_\alpha$$

Q_α τιμή (η E που απελευθερώνεται), $Q_\alpha > 0$ για αυθόρμητη διάσπαση

Διατήρηση ορμής :

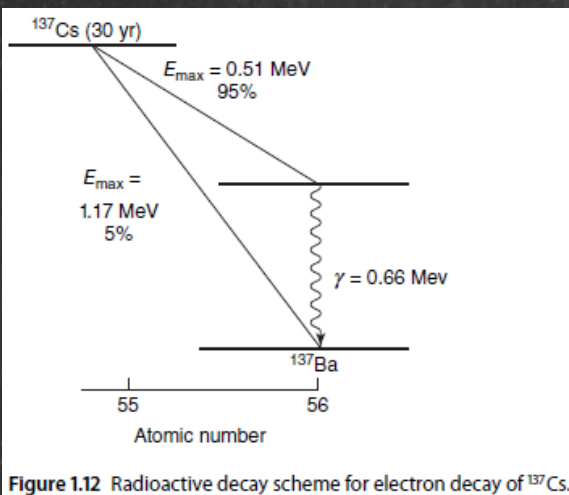
$$\vec{p}_X = 0 = \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha$$

2 εξισώσεις με 2 αγνώστους
έχουν μοναδική λύση :

$$\frac{K_\alpha}{K_Y} = \frac{m_Y}{m_\alpha} \cong \frac{A-4}{4}$$

$$K_\alpha \cong Q_\alpha \left(1 - \frac{4}{A}\right) \quad \text{και} \quad K_Y \cong Q_\alpha \frac{4}{A}$$

Το σωμάτιο α εκπέμπεται με **δεδομένη** E (γραμμικό φάσμα)



Ραδιενεργές διασπάσεις : διάσπαση β^-

$${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AY + e^- + \bar{\nu}_e$$

π.χ.: ${}_{55}^{137}\text{Cs} \rightarrow {}_{56}^{137}\text{Ba} + e^- + \bar{\nu}_e$

Διατήρηση
Ενέργειας :

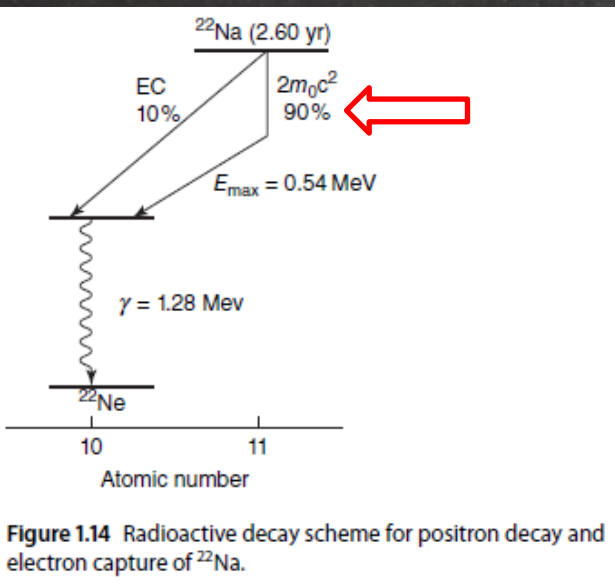
$$Q_{\beta^-} = K_Y + K_{\beta^-} + K_{\bar{\nu}_e}$$

$$\text{όπου } Q_{\beta^-} = m_X c^2 - m_Y c^2 - m_e c^2 = M_X c^2 - M_Y c^2$$

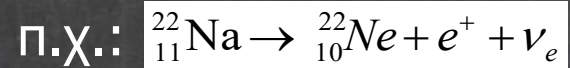
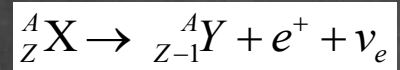
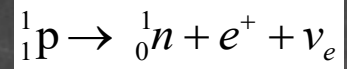
Διατήρηση ορμής : $\vec{p}_X = 0 = \vec{p}_Y + \vec{p}_{\beta^-} + \vec{p}_{\bar{\nu}_e}$

2 εξισώσεις με 3 αγνώστους δεν έχουν μοναδική λύση:

Το ηλεκτρόνιο εκπέμπεται με **φάσμα** ενεργειών



Ραδιενεργές διασπάσεις : διάσπαση β^+



$$Q_{\beta^+} = m_X c^2 - m_Y c^2 - m_e c^2 = M_X c^2 - M_Y c^2 - 2m_e c^2$$

Όπως στην β^- , το ποζιτρόνιο εκπέμπεται με **φάσμα** ενεργειών

Ραδιενεργές διασπάσεις : σύλληψη ηλεκτρονίου (EC)

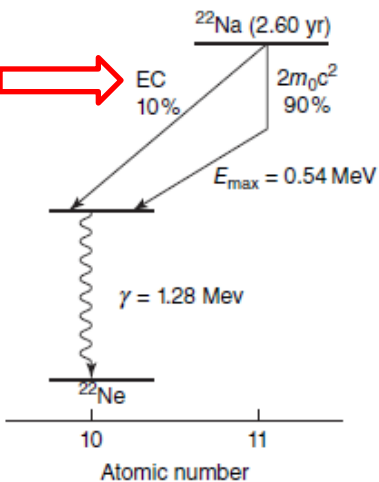
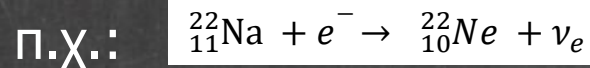
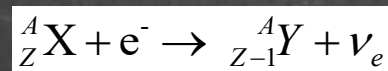
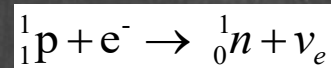


Figure 1.14 Radioactive decay scheme for positron decay and electron capture of ^{22}Na .



$$Q_{EC} = m_X c^2 + m_e c^2 - m_Y c^2 = M_X c^2 - M_Y c^2$$

Διατήρηση
Ενέργειας :

$$Q_{EC} = K_Y + K_\nu$$

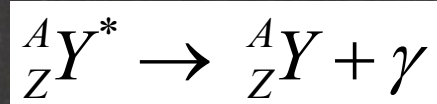
Διατήρηση ορμής :

$$\vec{p}_X = 0 = \vec{p}_Y + \vec{p}_\nu$$

Το νετρίνο λαμβάνει το σύνολο σχεδόν της ενέργειας που απελευθερώνεται

Ραδιενεργές διασπάσεις, γ διάσπαση & εσωτερική μετατροπή

Κατά τις παραπάνω διασπάσεις ο θυγατρικός πυρήνας είναι πιθανό να σχηματιστεί με ενέργεια μεγαλύτερη αυτής της θεμελιώδους του κατάστασης.



Είναι επίσης πιθανό η επιπλέον ενέργεια να αποβληθεί με την εκπομπή ενός ηλεκτρονίου (εσωτερική μετατροπή)

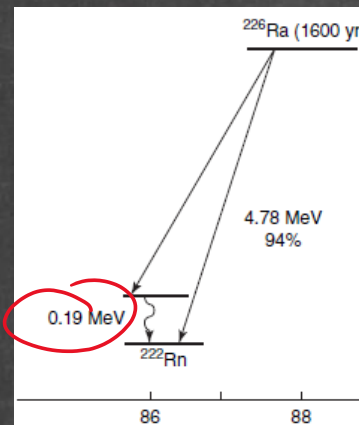


Figure 1.11 Radioactive decay scheme for α

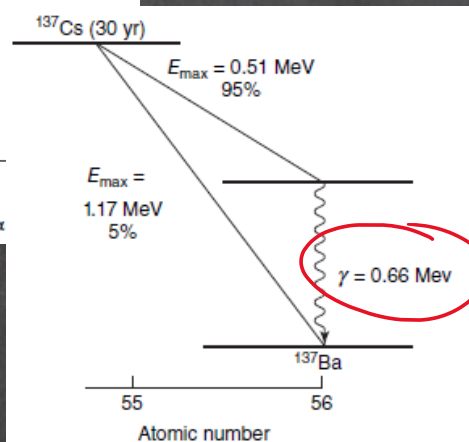


Figure 1.12 Radioactive decay scheme for electron de

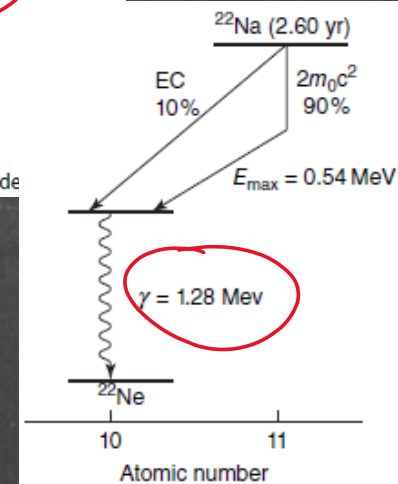
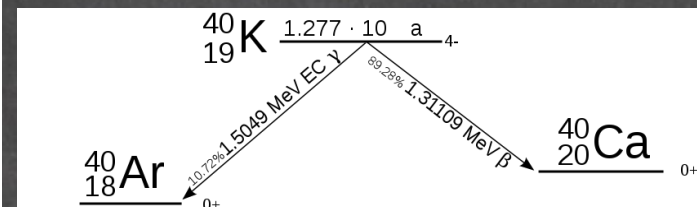


Figure 1.14 Radioactive decay scheme for positron decay and electron capture of ${}^{22}\text{Na}$.

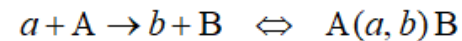
Φυσική ραδιενέργεια

Ραδιενεργός σειρά του:	Πατρικό νουκλίδιο	Πρώτη διάσπαση	Χρόνος ημιζωής (x10 ⁹ έτη)	Σταθερό τελικό θυγατρικό νουκλίδιο
Θορίου	$^{232}_{90}\text{Th}$	$^{228}_{88}\text{Ra} + {}^4_2\text{He}$	14,05	$^{208}_{82}\text{Pb}$
Ακτινίου	$^{235}_{92}\text{U}^*$	$^{231}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$	0,704	$^{207}_{82}\text{Pb}$
Νεπτουνίου	$^{237}_{93}\text{Np}$	$^{233}_{91}\text{Pa} + {}^4_2\text{He}$	2,144 x 10 ⁻³	$^{209}_{83}\text{Bi}$
Ουρανίου	$^{238}_{92}\text{U}$	$^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$	4,47	$^{206}_{82}\text{Pb}$

* (το ^{235}U είχε ονομαστεί αρχικά ακτινο-ουράνιο)



Τεχνητή ραδιενέργεια



Ραδιενεργό ισότοπο	Πυρηνική αντίδραση παραγωγής	Ενεργός διατομή	Q τιμή (MeV)	t _{1/2}	Εφαρμογή
^{60}Co	$^{59}_{27}\text{Co}(n, \gamma)^{60}_{27}\text{Co}$	37,2*	-	5,27 y	Ακτινοθεραπεία-βραχυθεραπεία
^{192}Ir	$^{191}_{77}\text{Ir}(n, \gamma)^{192}_{77}\text{Ir}$	954*	-	73,8 d	Βραχυθεραπεία
^{99}Mo	$^{98}_{42}\text{Mo}(n, \gamma)^{99}_{42}\text{Mo}$	0,13*	-	66 h	Πυρηνική ιατρική (γεννήτρια $^{99\text{m}}\text{Tc}$)
^{11}C	$^{14}_7\text{N}(p, a)^{11}_6\text{C}$	+	-2,92	20,4 m	Πυρηνική ιατρική (PET)
^{13}N	$^{16}_8\text{O}(p, a)^{13}_7\text{N}$	+	-5,22	10 m	''
^{15}O	$^{15}_7\text{N}(p, n)^{15}_8\text{O}$	+	-3,54	2,1 m	''
^{18}F	$^{18}_8\text{O}(p, n)^{18}_9\text{F}$	+	-2,44	110 m	''

* για θερμικά νετρόνια

+ εξαρτάται από την ενέργεια των p

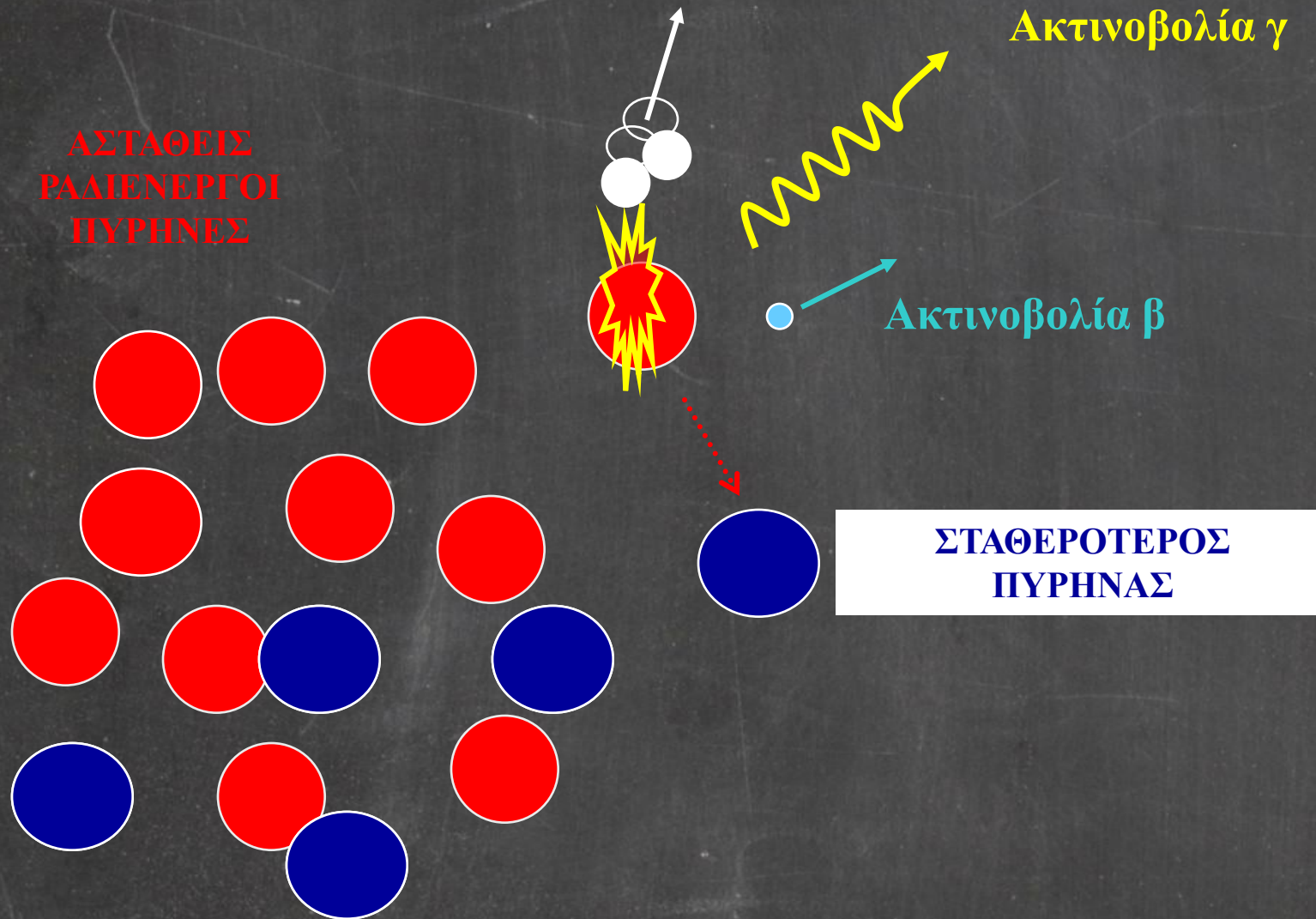
ΑΣΤΑΘΕΙΣ
ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΟΙ
ΠΥΡΗΝΕΣ

Ακτινοβολία α

Ακτινοβολία γ

Ακτινοβολία β

ΣΤΑΘΕΡΟΤΕΡΟΣ
ΠΥΡΗΝΑΣ



Ο νόμος της εκθετικής διάσπασης

Έστω ότι μια χρονική στιγμή σε ένα δείγμα περιέχονται N ραδιενεργοί πυρήνες. Πόσοι θα διασπαστούν μετά από παρέλευση χρόνου Δt ;

Ο νόμος της εκθετικής διάσπασης

Έστω ότι μια χρονική στιγμή σε ένα δείγμα περιέχονται N ραδιενεργοί πυρήνες. Πόσοι θα διασπαστούν μετά από παρέλευση χρόνου Δt ;

$$\begin{aligned} -\Delta N &= N - N' = \lambda N \Delta t \\ \Rightarrow \left(\frac{\Delta N}{\Delta t} \right) &= -\lambda N \end{aligned}$$

Όπου λ η αποκαλούμενη **σταθερά διάσπασης** που αποτελεί μέτρο της πιθανότητας να διασπαστεί δεδομένο είδος ραδιενεργού πυρήνα

Ορίζεται **ενεργότητα** ραδιενεργού δείγματος το φυσικό μέγεθος που ισούται με τον αριθμό διασπάσεων στη μονάδα του χρόνου:

$$A(t) = -\left(\frac{dN}{dt} \right) = \lambda N$$

και έχει μονάδες Bq (1 διάσπαση ανά sec)

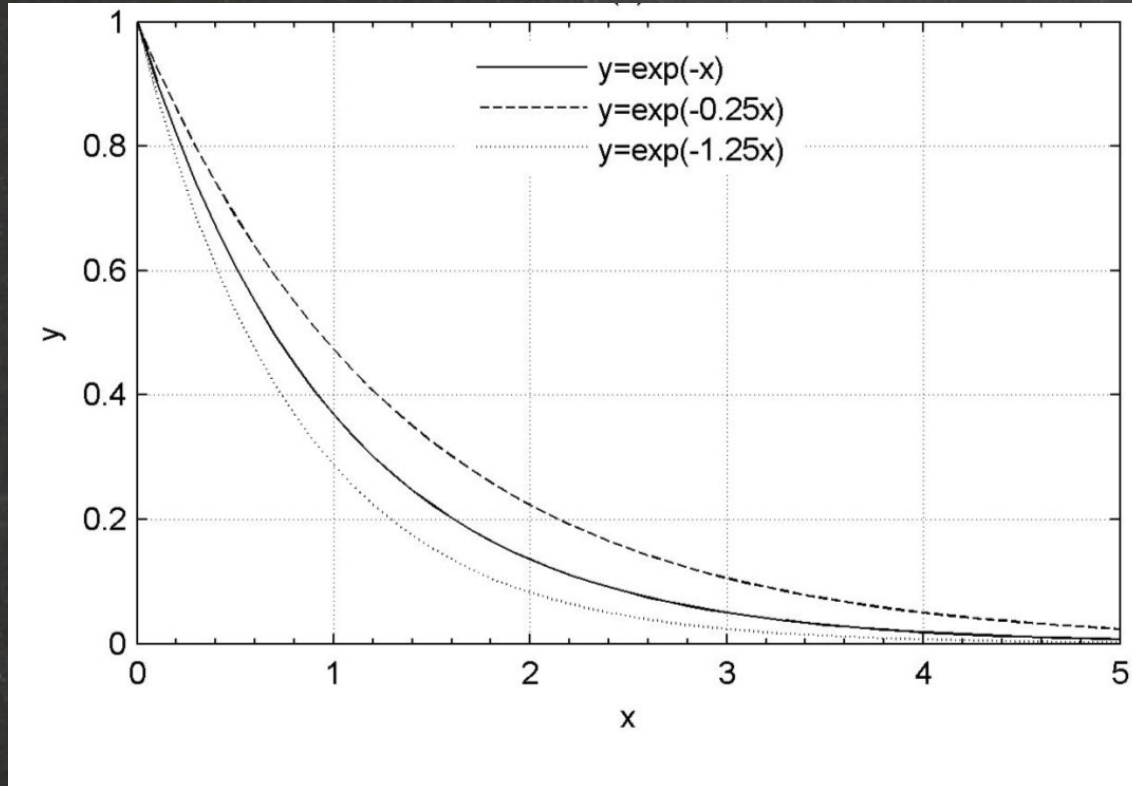
Εκθετική συμπεριφορά εμφανίζει οποιοδήποτε μέγεθος, y , για το οποίο ο ρυθμός μεταβολής του ως προς μια μεταβλητή, x , από την οποία συναρτάται είναι ανάλογος της τιμής του μεγέθους.

Αν: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \pm \beta y$
 $\rightarrow \frac{dy}{dx} = \pm \beta y$ Τότε: $y = y_0 e^{\pm \beta x}$

Επομένως αφού: $\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$ Τότε: $N = N_0 e^{-\lambda t}$

Όπου χρόνος υποδιπλασιασμού: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

Εκθετικές συναρτήσεις

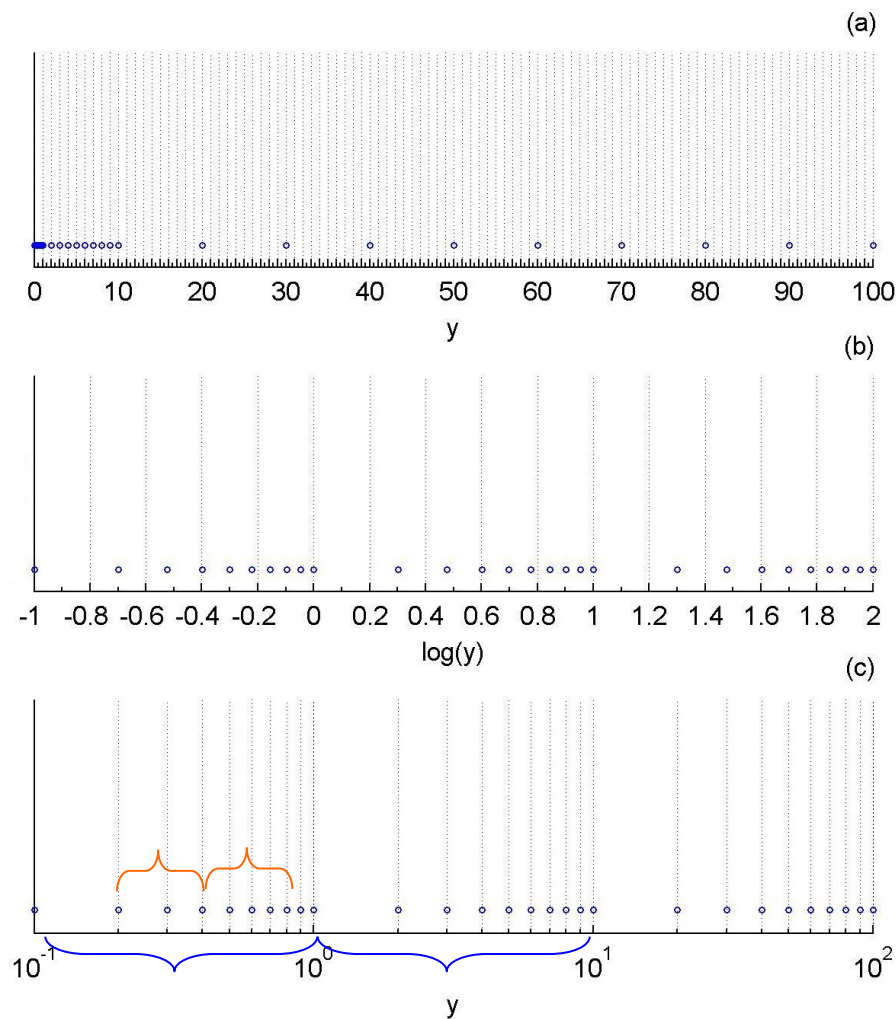
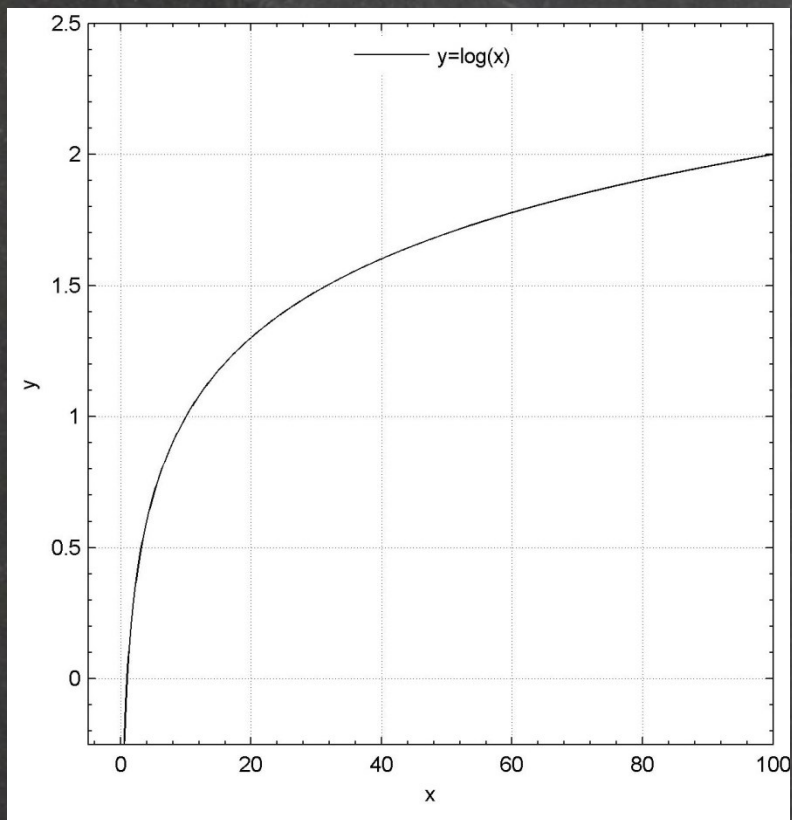


ΠΡΟΒΛΗΜΑ:
Ραγδαία μεταβολή τιμών

Εκθετικές συναρτήσεις και ημιλογαριθμικές κλίμακες ...

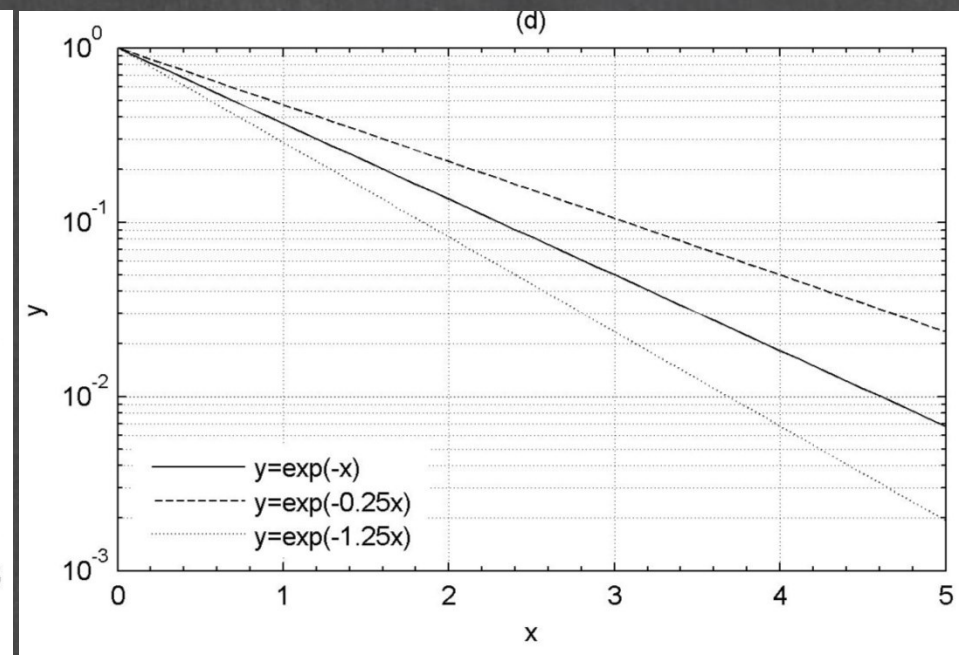
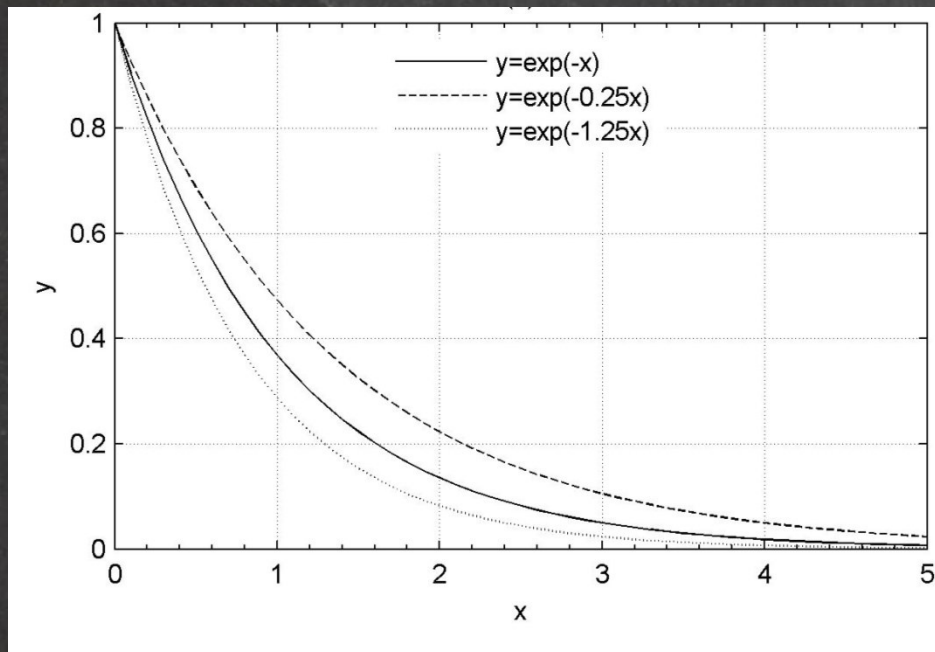
ΛΥΣΗ:

Λογαριθμική συνάρτηση



Εκθετικές συναρτήσεις και ημι-λογαριθμικές κλίμακες ...

$$y = y_0 e^{\pm \beta x} \Rightarrow$$
$$\log y = \log(y_0 e^{\pm \beta x}) = \log y_0 + \log(e^{\pm \beta x}) \Leftrightarrow \log y = \log y_0 \pm (\beta \log e) x$$



Υλικό περαιτέρω μελέτης

- § 4, Κεφάλαιο 1 Συγγράμματος
- Ερωτήσεις κατανόησης
- Υλικό διαθέσιμο στο HyperPhysics (<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/index.html>) που σχετίζεται με την «Πυρηνική Φυσική» ΚΑΙ τα θέματα που συζητήθηκαν σε αυτή την παρουσίαση

