

## Πληροφορίες

- **Σε ποιους απευθύνεται το μάθημα;**

Σε όσους/ες είναι ορεξάτοι/ες, αρέσουν αλγεβρικά και συνδυαστικά θέματα και θεωρούν ότι η ενασχόληση με εργασίες στο σπίτι είναι ωφέλιμη.

- **Γιατί να πάρω το μάθημα;**

Γιατί είσαι ορεξάτος/η, σου αρέσουν αλγεβρικά και συνδυαστικά θέματα και θεωρείς ότι η ενασχόληση με εργασίες στο σπίτι είναι ωφέλιμη.

- **Τί είναι το μάθημα;**

Το μάθημα είναι μια προπτυχιακή εισαγωγή στη θεωρία αναπαραστάσεων πεπερασμένων ομάδων που είναι ο κλάδος των μαθηματικών που εξετάζει πώς επιδρούν οι ομάδες αυτές στο περιβάλλον τους. Η φύση του κλάδου εξαρτάται καθοριστικά από τη χαρακτηριστική του υποκείμενου σώματος. Για εμάς, το σώμα αυτό θα είναι οι μιγαδικοί αριθμοί.

Στο πρώτο μέρος του μαθήματος θα μελετήσουμε βασικές έννοιες και αποτελέσματα της θεωρίας αναπαραστάσεων πεπερασμένων ομάδων, όπως δράσεις ομάδων, το θεώρημα του Maschke, χαρακτηριστικές και σχέσεις ορθογωνιότητας, ταυυστικά γινόμενα, επαγόμενοι χαρακτήρες. Στο δεύτερο μέρος του μαθήματος θα εστιάσουμε την προσοχή μας σε πιο ειδικά θέματα, όπως το θεώρημα του Burnside για ομάδες τάξης  $p^a q^b$  ή τις αναπαραστάσεις της συμμετρικής ομάδας.

Το μάθημα ανήκει στον Κατάλογο Θεωρητικών Μαθηματικών και οι ώρες διδασκαλίας είναι 3 την εβδομάδα.

- **Τί προαπαιτούμενα έχει;**

Γραμμική Άλγεβρα I και II, Βασική Άλγεβρα. Ειδικά, θα χρειαστούμε εξοικείωση με γραμμικές απεικονίσεις, βάσεις διανυσματικών χώρων, διαγωνιοποίηση, ομάδες, ομομορφισμοί ομάδων, θεώρημα του Lagrange, ομάδα πηλίκο.

- **Σημειώσεις υπάρχουν;**

Όχι πλήρως. Υπάρχουν σημειώσεις για περίπου το  $\frac{1}{2}$  του μαθήματος. Ελπίζω το κλάσμα να μεγαλώσει μέχρι το τέλος του εξαμήνου αλλά δεν υπόσχομαι κάτι.

- **Βιβλιογραφία**

Το μεγαλύτερο μέρος του μαθήματος θα βασιστεί στο [JS].

[JS] James and Liebeck, *Representations and characters of groups*, 2nd edition, Cambridge 2001. (Καλογραμμένο, προπτυχιακό με πολλά παραδείγματα και ασκήσεις.)

[Sa] Sagan, *The Symmetric Group, Representations, Combinatorial Algorithms and Symmetric Functions*, Springer 2001. (Εξαιρετικό για τις αναπαραστάσεις της συμμετρικής ομάδας, στις οποίες εστιάζει και εμβαθύνει από το κεφάλαιο 2.)

[FH] Fulton and Harris, *Representation Theory, A First Course*, Springer 1991. (Καταπληκτικό, μεταπτυχιακό. Καλύπτει πεπερασμένες ομάδες, άλγεβρες Lie και ομάδες Lie. Η τομή με το μάθημα περιέχεται στα πρώτα 5 κεφάλαια του βιβλίου.)

[Ja] James, *The representation theory of the symmetric groups*, Springer 1978. (Η καθιερωμένη αναφορά στις modular και ανεξαρτήτου χαρακτηριστικής θεωρία αναπαραστάσεων της συμμετρικής ομάδας.)

[Se] Serre, *Linear Representations of Finite Groups*, Springer 1977. (Ό,τι βρίσκουμε γραμμένο από το Serre το βάζουμε στη βιβλιοθήκη μας.)

[St] Steinberg, *Representation Theory of Finite Groups*, Springer 2012. (Δημοφιλές προπτυχιακό.)

[W] Webb, *A Course in Finite Group Representation Theory*, Cambridge 2016. (Μεταπτυχιακό.)

Στην eclass του μαθήματος θα βρείτε μερικά βιβλία και ελπίζω αυτός που τα τοποθέτησε εκεί να μην παρανόμησε.

### • Βαθμολογία

Θα έχουμε εργασίες στο σπίτι (20% του βαθμού) και τελική εξέταση (100%). Η τελική εξέταση θα είναι γραπτή εξέταση διάρκειας δύο ωρών με ανοιχτές σημειώσεις-βιβλία σε έντυπη μορφή (όχι ηλεκτρονική).

### • Σχετικά με τις εργασίες

\* Οι εργασίες είναι ατομικές. Μπορείτε να συνεργαστείτε, αρκεί να υπάρχει σχετική μνεία, πχ στην εργασία 1, πρόβλημα 4, συνεργάστηκα με την τάδε και το δείνα. Ενθαρρύνω συνεργασίες σε λογικά πλαίσια, αλλά μη μου παραδώσετε copy paste εργασίες, θα μηδενιστούν.

**Προσοχή.** Το νόημα των εργασιών είναι να μαθαίνουμε. Αναμένω αυτό που θα παρουσιάσετε γραπτώς να είναι με δική σας ανάπτυξη και να έχετε πλήρη κατανόηση των επιχειρημάτων και υπολογισμών που πρέπει να αναγράφονται αναλυτικά.

\* Εργασία σε Latex θα φτιάξει τη διάθεση κάθε στρυφνού διορθωτή :) Στην eclass θα αναρτηθεί το tex αρχείο της Εργασίας 1 και μια εισαγωγή στη latex γραμμένη από φοιτητές. Πολλοί βρίσκουν βοηθητικό το <https://www.overleaf.com/>.