

## ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ Ι, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2004

**Θέμα 1.** Εκλέγουμε τυχαία το ένα μετά το άλλο με επανάθεση 10 γράμματα από το Ελληνικό αλφάβητο (24 γράμματα, τα 7 φωνήεντα). Να υπολογιστούν οι πιθανότητες εμφάνισης (α) τουλάχιστον ενός φωνήεντος, (β) μόνο φωνηέντων, και (γ) και των τριών φωνηέντων: η, ι και υ. (δ) Να βρεθούν η μέση τιμή και η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής  $X$  που παριστάνει τον αριθμό των φωνηέντων που εμφανίζονται στις 10 δοκιμές.

**Θέμα 2.** Οι εταιρείες ασφάλισης αυτοκινήτων κατατάσσουν τους οδηγούς σε 7 κατηγορίες επικινδυνότητας, ανάλογα με την πιθανότητα που έχουν να προκαλέσουν δυστύχημα. Έστω ότι η πιθανότητα όπως ένας οδηγός της κατηγορίας  $\kappa$  προκαλέσει ένα τουλάχιστον δυστύχημα σε ένα δωδεκάμηνο είναι  $\kappa/84$ ,  $\kappa = 1, 2, \dots, 7$ . Ας θεωρήσουμε μια ασφαλιστική εταιρεία, στην οποία κάθε ασφαλισμένος οδηγός ανήκει στην κατηγορία  $\kappa$  με πιθανότητα  $(\kappa + 1)/c$ , για  $\kappa = 1, 2, \dots, 7$ . Να υπολογισθούν (α) η σταθερά  $c$ , και οι πιθανότητες όπως ένας οδηγός ασφαλισμένος στην εταιρεία αυτή (β) δεν προκαλέσει δυστύχημα σε ένα δωδεκάμηνο, και (γ) ανήκει στην πέμπτη κατηγορία δεδομένου ότι έχει προκαλέσει δυστύχημα το τελευταίο δωδεκάμηνο.

**Θέμα 3.** Η τυχαία μεταβλητή  $X$  έχει συνάρτηση πιθανότητας

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/3, & x = 1, 4, 9, \\ 0, & \text{αλλού.} \end{cases}$$

(α) Να υπολογίσετε τη συνάρτηση κατανομής της  $X$ , καθώς και τη μέση τιμή και τη διασπορά της. (β) Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση πιθανότητας  $f_Y(y)$  της τυχαίας μεταβλητής  $Y = \sqrt{X}$ , καθώς και τη διασπορά της  $Y$ .

**Θέμα 4.** Έστω  $X$  μια τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση κατανομής

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{1}{2}c(1 - e^{-x^2/2}), & x \geq 0, \end{cases}$$

όπου  $c$  προσδιορίσιμη σταθερά. (α) Να προσδιορίσετε τη σταθερά  $c$  και τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_X(x)$  της  $X$ . (β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διασπορά της  $X$ . (γ) Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση κατανομής  $F_Y(y)$  της τυχαίας μεταβλητής  $Y = X^2$ , καθώς και τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_Y(y)$  της  $Y$ .

**ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ 3 ΑΠΟ ΤΑ 4 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ 2½ ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**