Ασκήσεις

(1) $P \Rightarrow Q \equiv (\neg P) \vee Q$

$\neg(P \Rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$

P	$\neg P$	Q	$\neg Q$	$P \Rightarrow Q$	$(\neg P) \vee Q$
Α	Ψ	Α	Ψ	Α	Α
Α	Ψ	Ψ	Α	Ψ	Ψ
Ψ	Α	Α	Ψ	Α	Α
Ψ	Α	Ψ	Α	Α	Α

(2) $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

Επιμεριστικές ιδιότητες

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \wedge (Q \vee R)$
Α	Α	Α	Α	Α	Α	Α	Α
Α	Α	Ψ	Α	Α	Ψ	Α	Α
Α	Ψ	Α	Α	Ψ	Α	Α	Α
Α	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Α	Α	Α	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Α	Ψ	Α	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	Α	Α	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ

Συνεπαγωγή (συνέχεια)

p	q	$p \Rightarrow q$	αντίστροφη $q \Rightarrow p$	αντίθετη $\neg p \Rightarrow \neg q$	αντιθετοαντίστροφη $\neg q \Rightarrow \neg p$
Α	Α	Α	Α	Α	Α
Α	Ψ	Ψ	Α	Α	Ψ
Ψ	Α	Α	Ψ	Ψ	Α
Ψ	Ψ	Α	Α	Α	Α

Συμπέρασμα: $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$

Παράδειγμα:

$p \Rightarrow q$: Αν $x=3$, τότε $x^2 = 9$ Α

$q \Rightarrow p$: Αν $x^2=9$, τότε $x = 3$ Ψ

$\neg p \Rightarrow \neg q$: Αν $x \neq 3$, τότε $x^2 \neq 9$. Ψ

$\neg q \Rightarrow \neg p$: Αν $x^2 \neq 9$, τότε $x \neq 3$. Α

Παρατήρηση:

Αν είχαμε

p	q	$p \Rightarrow q$
Ψ	Ψ	Ψ

θα είχαμε $\neg q \Rightarrow \neg p$, αλλά $p \not\Rightarrow q$

Ισοδυναμία προτάσεων

p αν και μόνο αν q Συμβ. $p \Leftrightarrow q$

Ισοδύναμες εκφράσεις:

- Η p είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη για την q.
- Οι p και q είναι ισοδύναμες.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
Α	Α	Α	Α
Α	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Α	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	Α	Α

Παράδειγμα:

p : Ο ακέραιος x ικανοποιεί $x \geq 0$.

q : Ο ακέραιος x ικανοποιεί $|x| = x$.

$p \Leftrightarrow q$: Για τον ακέραιο x έχουμε $x \geq 0$ αν και μόνο αν $|x| = x$

$\neg (p \Leftrightarrow q)$:

Για τον ακέραιο x έχουμε $x \geq 0$ και $|x| \neq x$ ή $x < 0$ και $|x| = x$.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Α	Α	Α	Α
Α	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Α	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	Α	Α

<u>Συμπέρασμα 1</u>: $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

<u>Συμπέρασμα 2</u>: $(p \Leftrightarrow q) \equiv (\neg p \Leftrightarrow \neg q)$

<u>Άρνηση ισοδυναμίας</u>

$$
\begin{aligned}
\neg (p \Leftrightarrow q) &\equiv \neg ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \\
&\equiv \neg (p \wedge q) \wedge \neg (\neg p \wedge \neg q) \\
&\equiv (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \\
&\equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \qquad (1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\neg (p \Leftrightarrow q) &\equiv \neg ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \\
&\equiv \neg (p \Rightarrow q) \vee \neg (q \Rightarrow p) \\
&\equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p) \qquad (2)
\end{aligned}
$$

Ορισμός:

- Μια πρόταση ονομάζεται **ταυτολογία** αν είναι πάντα αληθής.
- Μια πρόταση ονομάζεται **αντίφαση** αν είναι πάντα ψευδής.

Παραδείγματα:

- Αν $x=2$, τότε ο $\sqrt{x}$ είναι άρρητος : ταυτολογία
- Αν $x=2$, τότε $x^2 > 10$: αντίφαση
- Ο $\sqrt{2}$ είναι ρητός : αντίφαση
- Ο $\sqrt{2}$ είναι άρρητος : ταυτολογία
- $P \wedge \neg P$: αντίφαση
- $P \vee \neg P$: ταυτολογία

Αν T είναι μια ταυτολογία και C μια αντίφαση, τότε:

$T \wedge P \equiv P$, $T \vee P \equiv T$, $C \wedge P \equiv C$, $C \vee P \equiv P$

Θα δείξουμε τώρα ότι οι ① και ② της προηγούμενης σελίδας είναι ισοδύναμες εκφράσεις:

$$
\begin{aligned}
(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) &\equiv ((p \vee q) \wedge \neg p) \vee ((p \vee q) \wedge \neg q) \\
&\equiv ((p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg p)) \vee ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)) \\
&\equiv (q \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q)
\end{aligned}
$$

αφού οι $(p \wedge \neg p)$ και $(q \wedge \neg q)$ είναι αντιφάσεις.

Ποσοδείκτες

- Καθολικός : « Για κάθε » Συμβ. $\forall$
- Υπαρξιακός : « Υπάρχει » Συμβ. $\exists$

Παραδείγματα:

p : Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geq 0$.

q : Για κάθε μαθητή στην τάξη , η Άλγεβρα είναι το αγαπημένο του μάθημα.

r : Υπάρχει θετικός ρητός αριθμός του οποίου η ρίζα είναι άρρητη.

s : Υπάρχει μαθητής στην τάξη που έχει μπλε μάτια.

$\neg p$: Υπάρχει $x \in \mathbb{R}$ τέτοιος ώστε $x^2 < 0$.

$\neg q$: Υπάρχει μαθητής στην τάξη του οποίου το αγαπημένο μάθημα δεν είναι η άλγεβρα.

$\neg r$: Δεν υπάρχει θετικος ρητός αριθμος του οποίου η ρίζα είναι άρρητη .

Για κάθε θετικό ρητο αριθμο x , $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$.

$\neg s$: Δεν υπάρχει μαθητης στην τάξη με μπλε μάτια.

Κάθε μαθητής στην τάξη έχει χρωμα αλλο από μπλε.

Συνδυασμοί ποσοδεικτών

$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists y \in \mathbb{Z} \; : \; y > x$

Η παραπάνω πρόταση είναι αληθής.
Το y εξαρτάται από το x.
Π.χ. αν $x = 2$, μπορούμε να πάρουμε $y = 3$.
αν $x = 4$, δεν μπορούμε να πάρουμε $y = 3$
Καμιά φορά συμβολίζουμε το y με y_x ή $y(x)$ για να δείξουμε ότι εξαρτάται από το x.
Αλλιώς αυτό υποδηλώνεται από τη σειρά του $\forall, \exists$ και στην έσχατη από το νόημα (όχι το πιο θεμιτό)

$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists -x \in \mathbb{Z} \; : \; x + (-x) = 0$

Επίσης η παραπάνω πρόταση είναι αληθής
Η παρακάτω είναι ψευδής

$\exists y \in \mathbb{Z} \; : \; \forall x \in \mathbb{Z} \quad y > x$

Αν πάρουμε $x = y + 1$, τότε δεν ισχύει
Όμως η παρακάτω είναι αληθής

$\exists\, y \in \mathbb{Z} : \forall\, x \in \mathbb{Z} \quad y + x = x.$

Αυτό το y είναι (και ορίζει) το $0 \in \mathbb{Z}$.

Ας επανέλθουμε στην πρώτη πρόταση:

$\forall\, x \in \mathbb{Z} \quad \exists\, y \in \mathbb{Z} \ : \ y > x$

Μπορούμε να πούμε:

Για κάθε ακέραιο x υπάρχει ακέραιος y έτσι ώστε $y > x$.

——— // ——— υπάρχουν ακέραιοι y ——— // ———

——— // ——— υπάρχει τουλάχιστον ένας ακέραιος y — // —.

Αλλά όχι:

Για κάθε ακέραιο x υπάρχει το πολύ ένας ακέραιος y έτσι ώστε $y > x$.

——— // ——— υπάρχει ακριβώς ένας ακέραιος y ——— // ———

<u>Παρατήρηση 1:</u>

Το "υπάρχει ακριβώς ένα" ή "υπάρχει μοναδικό" συμβολίζεται με $\exists!$

<u>Παρατηρηση 2:</u>

Οταν μιλάμε, η φράση "κάθε φοιτητής έχει ένα μοναδικό αριθμό μητρώου" υπονοεί κάτι διαφορετικό από τη μαθηματική φράση "κάθε εξίσωση της μορφής $ax + b = 0$ με $a, b \in \mathbb{R}$ έχει μια μοναδική λύση"

Εμάς μας ενδιαφέρει η μαθηματική σημασία:

Η εξίσωση $3x-1=0$ έχει τη μοναδική λύση $x=1/3$.

Η εξίσωση $x-\frac{1}{3}=0$ έχει τη μοναδική λύση $x=1/3$.

(γνωστό)
<u>Έναν μη αλγεβρικό παράδειγμα</u>

Ο ορισμός του ορίου : $\lim_{x\to c} f(x)=\ell$ αν και μόνο αν

$\forall\, \varepsilon>0\ \exists\, \underset{\substack{\shortparallel \\ \delta(\varepsilon)}}{\delta}>0 : \forall\, \underset{|x-c|<\delta}{x\in(c-\delta,c+\delta)}$ ισχύει $\underset{|f(x)-\ell|<\varepsilon}{f(x)\in(\ell-\varepsilon,\ell+\varepsilon)}$

<u>Άρνηση ποσοδεικτών</u>

$$\neg(\forall\, x\in S : p(x)) \equiv \exists\, x\in S : \neg p(x)$$

σύνολο

$$\neg(\exists\, x\in S : p(x)) \equiv \forall\, x\in S : \neg p(x)$$

<u>Παράδειγμα:</u>

$R : \forall\, x\in\mathbb{R}\ \exists\, y\in\mathbb{R} : y^3=x$

$\neg R : \exists\, x\in\mathbb{R}\ \forall\, y\in\mathbb{R} : \neg(y^3=x)$

$\exists\, x\in\mathbb{R}\ \forall\, y\in\mathbb{R} : y^3\neq x$

Άσκηση

"You can fool all the people some of the time, and some of the people all the time, but you cannot fool all the people all the time" (Abraham Lincoln)

x : ένας άνθρωπος

t : μια χρονική στιγμή

$p(x,t)$: εξαπάτηση του ανθρώπου x τη στιγμή t

$$(\exists t\ \forall x\ p(x,t)) \wedge (\exists x\ \forall t\ p(x,t)) \wedge (\exists (x,t)\ \neg p(x,t))$$

Θεμέλια Άλγεβρας και Γεωμετρίας (Εαρινό εξάμηνο 2022-23) (MATH120)

Ασκήσεις

Προεπισκόπηση

Άσκηση 1

Δέκα ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής που θα απαντήσετε online. Κάθε ερώτηση έχει μόνο μία σωστή απάντηση.

Ερώτηση: 1

Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Ο αριθμός 2 είναι πρώτος και ο αριθμός 4 δεν είναι πρώτος";

	Απάντηση	Σχόλιο
☐	Ο αριθμός 2 δεν είναι πρώτος και ο αριθμός 4 είναι πρώτος. **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Ο αριθμός 2 δεν είναι πρώτος ή ο αριθμός 4 είναι πρώτος. **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Οι αριθμοί 2 και 4 είναι πρώτοι. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Οι αριθμοί 2 και 4 δεν είναι πρώτοι. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Είτε ο αριθμός 2 δεν είναι πρώτος είτε ο αριθμός 4 είναι πρώτος. **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 2

Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Η εξίσωση sin(x)=0 έχει μοναδική λύση στο διάστημα (-π/2,π/2)";

	Απάντηση	Σχόλιο
☐	Η εξίσωση sin(x)=0 δεν έχει λύση στο διάστημα (-π/2,π/2). **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Η εξίσωση sin(x)=0 έχει περισσότερες από μια λύσεις στο διάστημα (-π/2,π/2). **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Η εξίσωση sin(x)=0 έχει μοναδική λύση σε ένα διάστημα διαφορετικό από το (-π/2,π/2). **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Η εξίσωση sin(x)=0 είτε δεν έχει λύση στο διάστημα (-π/2,π/2) είτε έχει περισσότερες από μία λύσεις στο διάστημα (-π/2,π/2). **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Η εξίσωση sin(x)=0 δεν έχει λύση στο διάστημα (-π/2,π/2) ή έχει ακριβώς δύο λύσεις στο διάστημα (-π/2,π/2). **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 3

Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Αν ισχύει x^2=9, τότε ισχύει x=3 ή x=-3";

	Απάντηση	Σχόλιο
☐	Αν ισχύει x^2=9, τότε ισχύει x ≠ 3 και x ≠ -3. **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Ισχύει x^2= 9 και ισχύει x ≠3 και x ≠-3. **(Βαθμολογία: 1)**	

☐	Ισχύει $x^2 \neq 9$ και ισχύει $x = 3$ ή $x = -3$. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν ισχύει $x^2 \neq 9$, τότε ισχύει $x=3$ ή $x=-3$. **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 4

Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Κάθε ακέραιος αριθμός είναι είτε άρτιος είτε περιττός";

Απάντηση		**Σχόλιο**
☐	Κανένας ακέραιος αριθμός δεν είναι άρτιος ή περιττός. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Όλοι οι ακέραιοι αριθμοί είναι και άρτιοι και περιττοί ή όλοι οι ακέραιοι αριθμοί δεν είναι ούτε άρτιοι ούτε περιττοί. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Υπάρχει ακέραιος αριθμός που είναι και άρτιος και περιττός. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Υπάρχει ακέραιος αριθμός που δεν είναι ούτε άρτιος ούτε περιττός. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Είτε υπάρχει ακέραιος αριθμός που δεν είναι ούτε άρτιος ούτε περιττός είτε υπάρχει ακέραιος αριθμός που είναι και άρτιος και περιττός. **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Υπάρχει ακέραιος αριθμός που δεν είναι ούτε άρτιος ούτε περιττός ή υπάρχει ακέραιος αριθμός που είναι και άρτιος και περιττός. **(Βαθμολογία: 1)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 5

Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός ν για τον οποίον ο 2^ν+1 είναι πρώτος είναι ο ν=16";
Όταν γράφω 2^ν εννοώ $2^ν$, αλλά το πρόγραμμα δε μου επιτρέπει να το γράψω έτσι στην ερώτηση.

	Απάντηση	**Σχόλιο**
☐	Ο μικρότερος φυσικός αριθμός ν για τον οποίον ο $2^ν+1$ είναι πρώτος είναι ο ν=16. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός ν για τον οποίον ο $2^ν+1$ δεν είναι είναι πρώτος είναι ο ν=16. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν ο $2^{16}+1$ είναι πρώτος, τότε υπάρχει φυσικός αριθμός ν μεγαλύτερος του 16 για τον οποίον ο $2^ν+1$ είναι πρώτος. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Ο αριθμός $2^ν+1$ δεν είναι είναι πρώτος για ν μεγαλύτερο του 15. **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Ο $2^{16}+1$ δεν είναι πρώτος ή υπάρχει φυσικός αριθμός ν μεγαλύτερος του 16 για τον οποίον ο $2^ν+1$ είναι πρώτος. **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Ο $2^{16}+1$ είναι πρώτος και υπάρχει φυσικός αριθμός ν μεγαλύτερος του 16 για τον οποίον ο $2^ν+1$ είναι πρώτος. **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 6

Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Ένας ακέραιος αριθμός διαιρείται με το 8 μόνο αν διαιρείται με το 4."

	Απάντηση	**Σχόλιο**
☐	Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρείται με το 4, τότε διαιρείται με το 8. **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρείται με το 8, τότε διαιρείται με το 4. **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Αν ένας ακέραιος αριθμός δε διαιρείται με το 8, τότε διαιρείται με το 4. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν ένας ακέραιος αριθμός δε διαιρείται με το 4, τότε διαιρείται με το 8. **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 7

Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή “Αν P, τότε Q”: “Το τετράγωνο οποιουδήποτε πραγματικού αριθμού δεν μπορεί να είναι αρνητικό.”

	Απάντηση	**Σχόλιο**
☑	Αν το x είναι πραγματικός αριθμός, τότε το x^2 δεν είναι αρνητικό. **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Αν το x είναι πραγματικός αριθμός, τότε το x^2 είναι θετικό. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν το x^2 είναι θετικό, τότε το x είναι πραγματικός αριθμός. **(Βαθμολογία: 0)**	

☐	Αν το x^2 δεν είναι αρνητικό, τότε το x είναι πραγματικός αριθμός. **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 8

Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή “Αν P, τότε Q”: "Για να είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 ανάγωγο, αρκεί να μην έχει πραγματικές ρίζες."

Απάντηση		Σχόλιο
☐	Αν f(x) είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 ανάγωγο, τότε το f(x) έχει πραγματικές ρίζες. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν f(x) είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 ανάγωγο, τότε το f(x) δεν έχει πραγματικές ρίζες. **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Αν f(x) είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 χωρίς πραγματικές ρίζες, τότε το f(x) είναι ανάγωγο. **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Αν f(x) είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 χωρίς πραγματικές ρίζες, τότε το f(x) δεν είναι ανάγωγο. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν f(x) είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 με πραγματικές ρίζες, τότε το f(x) δεν είναι ανάγωγο. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν f(x) είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 με πραγματικές ρίζες, τότε το f(x) είναι ανάγωγο. **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 9

Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Αφού το πολυώνυμο f(x) διαιρεί το g(x), οι ρίζες του f(x) είναι και ρίζες του g(x)."

Απάντηση		Σχόλιο
☐	Αν το πολυώνυμο f(x) διαιρεί το g(x), τότε κάποιες ρίζες του g(x) είναι και ρίζες του f(x). **(Βαθμολογία: 0)**	
☑	Αν το πολυώνυμο f(x) διαιρεί το g(x), τότε οι ρίζες του f(x) είναι και ρίζες του g(x). **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Αν οι ρίζες του f(x) είναι και ρίζες του g(x). τότε το πολυώνυμο f(x) διαιρεί το g(x). **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν οι ρίζες του g(x) δεν είναι και ρίζες του f(x). τότε το πολυώνυμο f(x) δε διαιρεί το g(x). **(Βαθμολογία: 0)**	

Βαθμολογία ερώτησης: 1

Ερώτηση: 10

Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Για να είναι μια πραγματική συνάρτηση ολοκληρώσιμη, είναι αναγκαίο να είναι συνεχής."

Απάντηση		Σχόλιο
☐	Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι συνεχής, τότε είναι ολοκληρώσιμη. **(Βαθμολογία: 0)**	
☐	Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι συνεχής, τότε μπορεί να είναι ολοκληρώσιμη. **(Βαθμολογία: 0)**	

☑	Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη, τότε είναι συνεχής. **(Βαθμολογία: 1)**	
☐	Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη, τότε μπορεί να είναι συνεχής. **(Βαθμολογία: 0)**	
		Βαθμολογία ερώτησης: 1

Συνολική βαθμολογία άσκησης: 10