8ο μαθημα

Οι χώφοι ℓ^∞ και $\ell^\infty(\Gamma)$ για $\Gamma \neq \phi$ σύνολο

Αποδειχθηκε ότι ο χώρος $\ell^\infty(\Gamma)$ ειναι διανυσματικός χώρος και απολούθως ότι είναι χώρος **Banach** με την νόρμα:

$$\|f\|_\infty = \sup\{|f(x)| : x \in \Gamma\}.$$

Στη συνεχεια αποδειχθηκε ότι ο $\ell^\infty(\Gamma)$ ειναι **διαχωρίσιμος** αν και μόνο αν το σύνολο Γ είναι **πεπερασμενο**, (άρα ο $\ell^\infty = \ell^\infty(\mathbb{N})$ δεν ειναι διαχωρίσιμος χώρος Banach).

και επισης ότι είναι **απειροδιάστατος** αν και μονο άν το Γ είναι **άπειρο** σύνολο

Στη συνέχεια αποδείξαμε ότι κάθε διανυσματικός υπόχωρος ενος χώρου Banach, που είναι **κλειστό** σύνολο είναι χώρος Banach.

Τελος αποδείξαμε ότι ο συζυγής χώρος του ℓ^1, δηλαδή ο $(\ell^1)^*$ είναι ισομετρικός με τον ℓ^∞.

Β. Φ.