ΜΑΠ - Στρατηγικές και Παίγνια

2^{η} Σειρά Ασκήσεων – Μάρτιος 2022

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1. [Ασκήσεις 7.6 - 7.8 και 7.12 - 7.13 από Textbook P. Dutta "Strategies and Games" σελ. 100-102]
Στο πρόβλημα των Κοινών που είδαμε στο μάθημα, η πηγή υπόκειται σε εξάντληση (exhaustible source). Μία παραλλαγή του προβλήματος είναι να θεωρήσουμε ότι η πηγή αναπληρώνεται (renewable source) μετά από κάθε περίοδο. Συγκεκριμένα, θεωρήστε ότι κάθε παίκτης καταναλώνει $c_i,\ i = 1, 2$, στην πρώτη περίοδο, και η διαθέσιμη ποσότητα (που είναι ίση με $y - c_1 - c_2$), αναπληρώνεται και γίνεται ίση με $\sqrt{y - c_1 - c_2}$ για την δεύτερη περίοδο. Οι υπόλοιπες υποθέσεις παραμένουν ίδιες, δλδ η συνάρτηση ωφέλειας κάθε παίκτη είναι ίση με $\log c$, και οι παίκτες μοιράζονται τον διαθέσιμο πόρο αν η ζήτηση ξεπερνάει τη διαθεσιμότητα.
(α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση βέλτιστης απάντησης του παίκτη 1 στη στρατηγική c_2 του παίκτη 2 είναι
$R_1(c_2) = \frac{2(y-c_2)}{3}$.
(β) Να βρεθεί το σημείο στρατηγικής ισορροπίας.
(γ) Να διαμορφώσετε το πρόβλημα της κοινωνικής βελτιστοποίησης για αυτό το πρόβλημα. Δείξτε ότι η κοινωνικά βέλτιστη στρατηγική είναι κάθε παίκτης να καταναλώσει $\frac{y}{3}$. Γιατί διαφέρει σε σχέση με το κοινωνικά βέλτιστο του αρχικού προβλήματος όταν η πηγή δεν αναπληρώνεται (exhaustible source);

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2. [Άσκηση 9.2 από Textbook P. Dutta "Strategies and Games" σελ. 133]
Έστω η κανονική μορφή του chicken game με παραμέτρους, που είδαμε στο μάθημα, με τη διαφορά ότι η πληρωμή ενός παίκτη που αποφεύγει (c) όταν ο άλλος επιλέγει τη σύγκρουση (t) δεν είναι 0, αλλά ίση με την παράμετρο e.
(α) Να γράψετε τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι a, b, d και e για να είναι το προφίλ στρατηγικών (t, t) σημείο ισορροπίας. Κάτω από ποιές προυποθέσεις το προφίλ στρατηγικών (c, c) είναι σημείο ισορροπίας; Είναι συμβατές μεταξύ τους οι συνθήκες;
(β) Αν θεωρήσουμε ότι οι παράμετροι d, e είναι γνωστές σταθερές, και υποθέσουμε ότι $a > e$ και $d > b$, τότε ποιό είναι το σημείο ισορροπίας; Κάντε το ίδιο, αν $a > e$ και $d < b$.
(γ) Να κάνετε ένα γράφημα στο επίπεδο των Oab (ο οριζόντιος άξονας x αντιστοιχεί στις τιμές της παραμέτρου a που να δείχνει τις περιοχές των σημειών ισορροπίας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.
Να γίνει η Άσκηση 8.20 σελ 120 από Textbook P. Dutta "Strategies and Games".

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.
Να γίνει η Άσκηση 9.7 σελ. 134 από Textbook P. Dutta "Strategies and Games".

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5. (Στοιχειώδες Πόκερ)
Δύο παίκτες βάζουν στο τραπέζι από 1 ευρώ. Κατόπιν ο I τραβά ένα χαρτί από μία συνήθη τράπουλα των 52 φύλλων, το βλέπει μόνο αυτός και κατόπιν απόφασίζει ή να δείξει το φύλλο του ή να ανεβάσει το ποντάρισμα κατά 2 επιπλέον ευρώ. Αν ο I αποφασίσει να δείξει το φύλλο του, τότε το παιχνίδει θα τελειώσει με τον I να παίρνει τα χρήματα του τραπεζιού αν το φύλλο του ήταν κούπα, διαφορετικά τα χρήματα τα παίρνει ο II. Αν ο I ανεβάσει το ποσό του τραπεζιού, τότε η κίνηση περνά στον II ο οποίος ή πρέπει να πάει πάσο ή να ανεβάσει και αυτός κατά 2 ευρώ τα χρήματα στο τραπέζι. Αν ο II πάει πάσο, τότε τα χρήματα πάνε στον I. Αν ο II ακολουθήσει τον I, τότε τα χρήματα τα παίρνει ο I αν είχε κούπα, διαφορετικά πάνε στον II.
(α) Να γράψετε την εκτεταμένη μορφή αυτού του παιγνίου.
(β) Να δώσετε την κανονική μορφή του παιγνίου, υπολογίζοντας τις αναμενόμενες πληρωμές κάθε παίκτη σε κάθε στρατηγικό προφίλ. Είναι παίγνιο μηδενικού αθροίσματος; (Προσοχή: Το παιχνίδι ξεκινά με κίνηση της φύσης)
(γ) Για την κανονική μορφή του ερωτήματος (β) να βρείτε τις max-min και min-max στρατηγικές των παικτών σε καθαρές στρατηγικές, όπως και την κάτω και άνω τιμή του παιχνιδιού.
(δ) Αφού πρώτα απλοποιήσετε τις κυριαρχούμενες στρατηγικές, να βρείτε τις max-min και min-max στρατηγικές των παικτών σε μεικτές στρατηγικές, όπως και την τιμη του παιχνιδιού.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6. (Στοιχειώδες Πόκερ)
Θεωρήστε το παρακάτω παίγνιο δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος. Ο παίκτης I διαθέτει δύο νομίσματα. Το νόμισμα A είναι τίμιο (φέρνει Κεφάλη με πιθ. $\frac{1}{2}$), ενώ το B δεν είναι και φέρνει Κεφάλη με πιθανότητα $\frac{1}{3}$. Ο I επιλέγει ένα από τα δύο νομίσματα και το ρίχνει. Ο II χωρίς να γνωρίζει την επιλογή του I βλέπει το αποτέλεσμα της ρίψης και μαντεύει αν το νόμισμα που έριξε ο I ήταν το A η το B. Αν ο II μαντέψει σωστά, τότε πληρώνει 0 στον I, διαφορέτικά πληρώνει 1 μονάδα.
(α) Να γράψετε την εκτεταμένη μορφή αυτού του παιγνίου, και να σημειώσετε τα σύνολα πληροφόρησης.
(β) Να δώσετε την κανονική μορφή του παιγνίου, υπολογίζοντας τις αναμενόμενες πληρωμές κάθε παίκτη σε κάθε στρατηγικό προφίλ. Είναι παίγνιο μηδενικού αθροίσματος; (Προσοχή: Το παιχνίδι περιέχει κίνηση της φύσης)

(γ) Για την κανονική μορφή του ερωτήματος (β) να βρείτε τις max-min και min-max στρατηγικές των παικτών σε καθαρές στρατηγικές, όπως και την κάτω και άνω τιμή του παιχνιδιού.
(δ) Αφού πρώτα απλοποιήσετε τις κυριαρχούμενες στρατηγικές, να βρείτε τις να βρείτε τις max-min και min-max στρατηγικές των παικτών σε μεικτές στρατηγικές, όπως και την τιμη του παιχνιδιού.

Η παράδοση της εργασίας θα γίνει ηλεκτρονικά σε σκαναρισμένα αντίγραφα μέχρι τη Δευτέρα 28/3/2022 στη διεύθυνση dimgiannhs81@gmail.com.

Γιάννης Δημητρακόπουλος