

Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Μαθηματικών
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιο Αθηνών

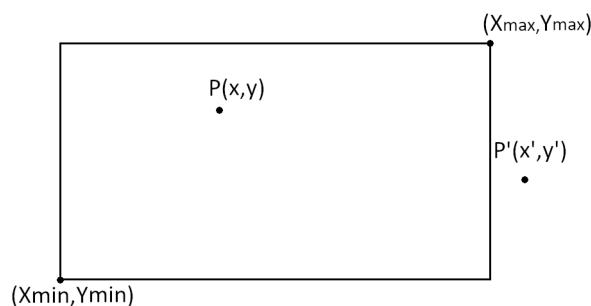
453. Γραφικά με Η/Υ

Διαδικασίες Αποκοπής (Clipping)

Εισαγωγή

Όπως περίπου και στην πραγματική ζωή, όταν κοιτάμε μέσα από ένα παράθυρο σε έναν τοίχο τον έξω κόσμο, ή μέσω μιας φωτογραφικής μηχανής, έτσι αντίστοιχα και μια εικόνα σε έναν υπολογιστή μπορεί να αποτελεί μέρος μιας μεγαλύτερης σκηνής. Έτσι εκτός από τους μηχανισμούς που είδαμε μέσω των μετασχηματισμών παρατήρησης, δημιουργείτε η ανάγκη εισαγωγής διαδικασιών αποκοπής που θα μας βοηθάνε να απορίπτουμε αντικείμενα που δεν βρίσκονται εντός του παραθύρου παρατήρησης ή να αφαιρούμε μέρος τους, σε περίπτωση που μόνο ένα κομμάτι τους βρίσκεται εντός της ορατής περιοχής.

Σημειακή αποκοπή



Σχήμα 1: Σημειακή αποκοπή

Η σημειακή αποκοπή βασίζεται στις ακόλουθες ανισώσεις:

$$x_{min} \leq x \leq x_{max}, y_{min} \leq y \leq y_{max}$$

Για οποιοδήποτε σημείο $P(x, y)$ ικανοποιούνται και οι 2 βρίσκεται εντός του παραθύρου που ορίζεται από τα σημεία με συντεταγμένες κάτω αριστερής γωνίας (x_{min}, y_{min}) και επάνω δεξιά γωνίας (x_{max}, y_{max}) . Σε κάθε άλλη περίπτωση το σημείο βρίσκεται εκτός του ορατού παραθύρου.

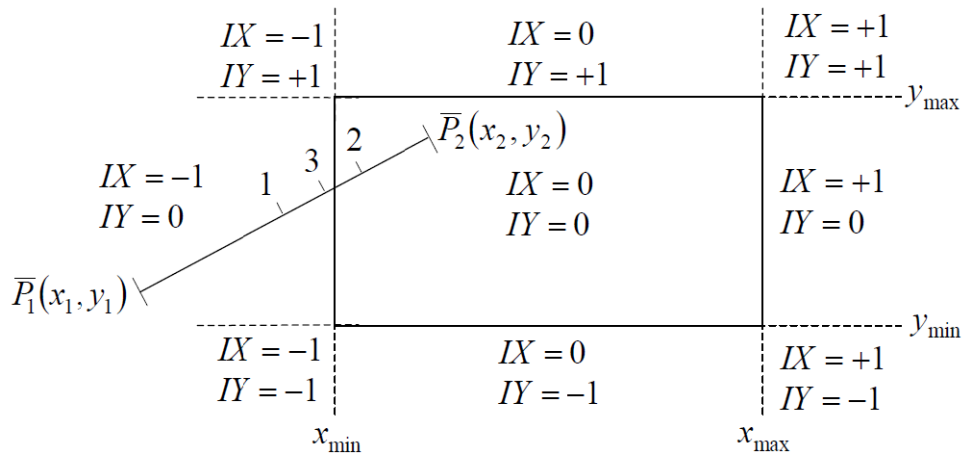
Αποκοπή γραμμών

Γραμμές που βρίσκονται πλήρως είτε εντός είτε εκτός παραθύρου παρατήρησης είναι εύκολες στην διαχείριση τους. Η ανάγκη αντιμετώπισης των γραμμών που μερικώς βρίσκονται εντός μας οδήγησε στην κατασκευή μεθόδων που θα μας επιτρέψουν να δουλέψουμε τέτοιες περιπτώσεις.

Αλγόριθμος μέσου σημείου

Ένας σχετικά απλός αλγόριθμος για την αποκοπή ευθυγράμμων τμημάτων, είναι ο αλγόριθμος μέσου σημείου (midpoint).

Αυτός έχει ως εξής: Έστω $P_1(x_1, y_1)$ και $P_2(x_2, y_2)$ τα 2 άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος. Κάθε σημείο του επιπέδου καθορίζεται με δύο παραμέτρους IX, IY οι οποίες παίρνουν τιμές από το $\{-1, 0, 1\}$. Χωρίζοντας το επίπεδο σε 9 περιοχές



Σχήμα 2: Αλγόριθμος μέσου σημείου

Εάν θεωρήσουμε τις αντιστοιχίες : $P_1(x_1, y_1) \Rightarrow IX_1, IY_1$ και $P_2(x_2, y_2) \Rightarrow IX_2, IY_2$, μπορούμε να διατυπώσουμε τον παρακάτω αλγόριθμό:

ωΒήμα 1: Εάν $IX_1 = IY_1 = IX_2 = IY_2 = 0 \Rightarrow P_1P_2$ εντός παραθύρου και σχεδιάζεται. Τερματισμός, διαφορετικά συνέχισε με το Βήμα 2.

Βήμα 2: Εάν $IX_1 = IX_2 \neq 0$ ή $IY_1 = IY_2 \neq 0 \Rightarrow P_1P_2$ εκτός ορθογωνίου και επομένως η γραμμή δεν σχεδιάζεται. Τερματισμός, διαφορετικά συνέχισε με το Βήμα 3.

Βήμα 3: Το ευθύγραμμο τμήμα P_1P_2 χωρίζεται στα δύο. Συντεταγμένες μέσου :

$$M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Για καθένα από τα δύο μισά P_1M και MP_2 συνεχίζουμε τον αλγόριθμό με το Βήμα 1, εκτός εάν έχουμε φτάσει την ακρίβεια σχεδίασης οπότε τερματίζουμε την διαδικασία.

Αλγόριθμος των Liang-Barsky

Θέτουμε το P_1P_2 σε παραμετρική μορφή:

$$x = x_1 + \Delta x \cdot t, y = y_1 + \Delta y \cdot t$$

με $\Delta x = x_2 - x_1$ και $\Delta y = y_2 - y_1$.

Για $t \in [0, 1] \Rightarrow P_1P_2$ ευθύγραμμο τμήμα και για $t \in [-\infty, \infty] \Rightarrow$ ευθεία των δύο σημείων P_1, P_2 . Με δοσμένο παράθυρο: $x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}$ και εάν το P_1P_2 βρίσκεται μέσα στο παράθυρο έχουμε:

$$x_{min} \leq x_1 + \Delta x \cdot t, y_{min} \leq y_1 + \Delta y \cdot t$$

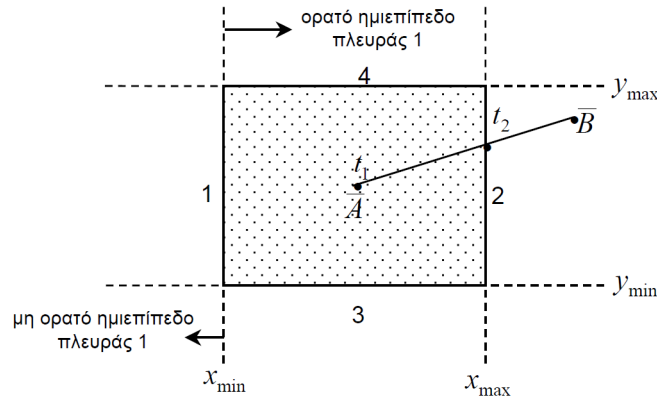
$$x_1 + \Delta x \cdot t \leq x_{max}, y_1 + \Delta y \cdot t \leq y_{max}$$

ή αλλιώς:

$$-\Delta x \cdot t \leq x_1 - x_{min}, -\Delta y \cdot t \leq y_1 - y_{min}$$

$$\Delta x \cdot t \leq x_{max} - x_1, \Delta y \cdot t \leq y_{max} - y_1$$

Θέτουμε: $p_1 = -\Delta x, q_1 = x_1 - x_{min}$ $p_2 = \Delta x, q_2 = x_{max} - x_1$ $p_3 = -\Delta y, q_3 = y_1 - y_{min}$ $p_4 = \Delta y, q_4 = y_{max} - y_1$



Σχήμα 3: Αλγόριθμος των Liang-Barsky

- Οι ακμές του ορθογωνίου παραθύρου προεκτείνόμενες χωρίζουν το εκάστοτε επίπεδο σε δύο ημιεπίπεδα.
- Κάθε ημιεπίπεδο στο οποίο βρίσκεται το παράθυρο θεωρείται ορατό. Τότε το παράθυρο προκύπτει σαν τομή των τεσσάρων ορατών ημιεπιπέδων.

- Οι παραπάνω τέσσερις ανισότητες καθορίζουν ανά μία και ένα τέτοιο ορατό ημιεπίπεδο.
- Από γεωμετρική άποψη ο αλγόριθμός επεξεργάζεται την ευθεία που καθορίζεται από τα σημεία P_1, P_2 .
- Κάθε ανισότητα παρέχει για την ευθεία αυτή την περιοχή τιμών του t , η οποία παριστά το ορατό τμήμα της ευθείας αναφορικά με την αντίστοιχη ακμή του παραθύρου.

Για $p_i \neq 0$ το σημείο τομής της ευθείας με την ακμή έχει τιμή $t = \frac{q_i}{p_i}, i = 1, 2, 3, 4$ και το πρόσημο του q_i καθορίζει σε πια πλευρά της ακμής του παραθύρου βρίσκεται το σημείο P_1 .

$q_i \geq 0 \Rightarrow P_1$ στην ορατή περιοχή.

$q_i < 0 \Rightarrow P_1$ εκτός ορατής περιοχής.

$p_i = 0 \Rightarrow$ η ευθεία είναι παράλληλη προς την i -ακμή όπου $i = 1, 2, 3, 4$ αντίστοιχα αριστερά, δεξιά, κάτω και επάνω.

Εάν $p_i < 0$ τότε η προσανατολισμένη ευθεία P_1P_2 περνάει από την μη ορατή στην ορατή περιοχή ενώ για $p_i > 0$ εγκαταλείπει η ευθεία την ορατή περιοχή.

Ο αλγόριθμός υπολογίζει για κάθε γραμμή τις τιμές των παραμέτρων t_1 και t_2 οι οποίες καθορίζουν το τμήμα της ευθείας P_1P_2 που βρίσκεται στο εσωτερικό του παραθύρου, με τις εξισώσεις:

$$t_1 = \max \left(\left\{ \frac{q_i}{p_i} : p_i < 0, i = 1, \dots, 4 \right\} \cup \{0\} \right)$$

$$t_2 = \min \left(\left\{ \frac{q_i}{p_i} : p_i > 0, i = 1, \dots, 4 \right\} \cup \{1\} \right)$$

Εάν $t_1 > t_2$ τότε η γραμμή βρίσκεται εκτός παραθύρου και τελειώνει η επεξεργασία διαφορετικά υπολογίζονται τα δύο άκρα του ορατού τμήματος για t_1 και t_2 αντίστοιχα.