

3.4. Η συνάρτηση $y = ax + \beta$

Η ευθεία με εξίσωση $y = ax + \beta$

Στις προηγούμενες παραγράφους μάθαμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι ευθεία, η οποία διέρχεται από την αρχή O των αξόνων. Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$. Ας δούμε ένα παράδειγμα:



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Το κινητό της Κατερίνας.

Η Κατερίνα έχει κινητό τηλέφωνο με χρέωση 0,9 € για κάθε λεπτό ομιλίας.

α) Αν ονομάσουμε x το χρόνο ομιλίας (σε λεπτά) και y το ποσό πληρωμής (σε €) που αντιστοιχεί, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Χρόνος ομιλίας x	1	5	10	15	20
Ποσό πληρωμής y	0,9				

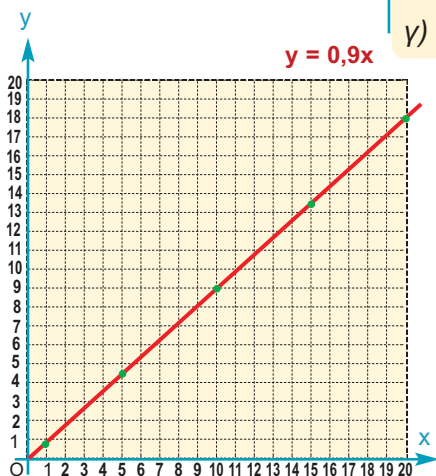
Να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x και να σχεδιάσετε σε σύστημα αξόνων τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.

β) Η τηλεφωνική εταιρεία χρεώνει και 10 € πάγιο το μήνα. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με το νέο ποσό πληρωμής y με την προσθήκη και των 10 €.

Χρόνος ομιλίας x	1	5	10	15	20
Ποσό πληρωμής ομιλίας					
Πάγιο					
Συνολικό ποσό πληρωμής y					

Να εκφράσετε το νέο ποσό πληρωμής y ως συνάρτηση του χρόνου ομιλίας x και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

γ) Τι σχέση έχουν οι δύο αυτές γραφικές παραστάσεις;



Λύση

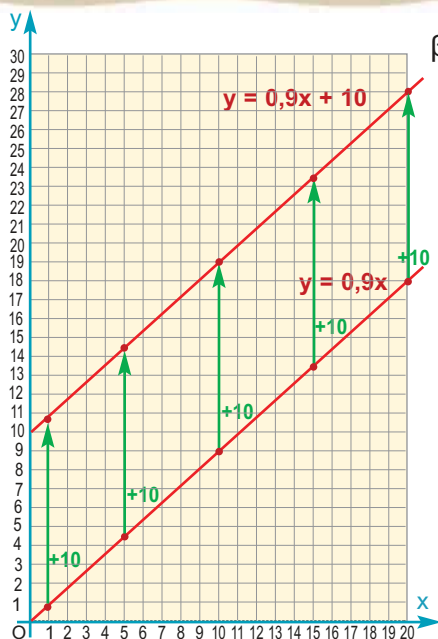
α) Για $x = 5$ είναι $y = 0,9 \cdot 5 = 4,5$ €.

Ομοίως, βρίσκουμε τα υπόλοιπα ζεύγη του πίνακα.

Χρόνος ομιλίας x	1	5	10	15	20
Ποσό πληρωμής y	0,9	4,5	9	13,5	18

Παρατηρούμε ότι τα ποσά x και y είναι ανάλογα, γιατί $\frac{y}{x} = 0,9$

ή $y = 0,9x$. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής είναι μια ημιευθεία που αρχίζει από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση 0,9, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



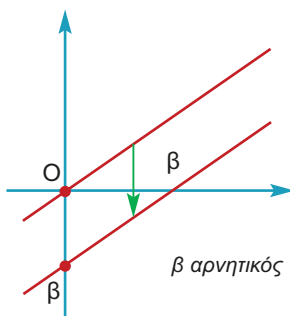
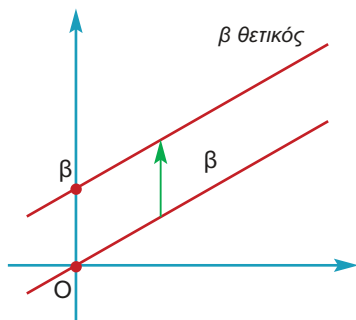
β) Εύκολα συμπληρώνουμε τον πίνακα προσθέτοντας στο ποσό πληρωμής και το πάγιο των 10 €.

Χρόνος ομιλίας x	1	5	10	15	20
Ποσό πληρωμής ομιλίας	0,9	4,5	9	13,5	18
Πάγιο	+10	+10	+10	+10	+10
Συνολικό ποσό πληρωμής y	10,9	14,5	19	23,5	28

Η νέα συνάρτηση που εκφράζει το συνολικό ποσό πληρωμής είναι $y = 0,9x + 10$.

Τοποθετούμε στο σύστημα αξόνων τα νέα ζεύγη (x, y) του παραπάνω πίνακα των οποίων η τεταγμένη είναι αυξημένη κατά 10 μονάδες. Αν ενώσουμε τα νέα αυτά σημεία, παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 0,9x + 10$ είναι ημιευθεία παράλληλη προς την ημιευθεία $y = 0,9x$, μετατοπισμένη κατά 10 μονάδες προς τα πάνω στον άξονα $y'y$.

Η γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση $y = ax$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y'y$.



Στο εξής, όταν αναφερόμαστε στην ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$, θα λέμε: η ευθεία με εξίσωση $y = ax + \beta$ ή απλώς η ευθεία $y = ax + \beta$.

Ο αριθμός a , που, όπως γνωρίζουμε, λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$, λέγεται και **κλίση της ευθείας $y = ax + \beta$** .

Η εξίσωση της μορφής $ax + \beta y = \gamma$

Παρατηρήσαμε ότι οι συναρτήσεις $y = ax$ και $y = ax + \beta$ παριστάνουν ευθείες. Ωστόσο, υπάρχουν και άλλες εξισώσεις που παριστάνουν ευθείες, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράδειγμα.



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Η κυρία Μαρίκα σκοπεύει να ξοδέψει 15 € για να αγοράσει κρέας που κοστίζει 6 € το κιλό και πατάτες, που κοστίζουν 2 € το κιλό. Ποια σχέση συνδέει τα κιλά κρέας και τα κιλά πατάτες που τελικά θα αγοράσει;

Λύση

Έστω ότι θα αγοράσει x κιλά κρέας και y κιλά πατάτες. Θα ξοδέψει λοιπόν $6x$ € για το κρέας και $2y$ € για πατάτες. Εφόσον διαθέτει μόνο 15 €, πρέπει $6x + 2y = 15$. Αν λύσουμε τη σχέση αυτή ως προς y , έχουμε: