έχουμε $e^{\frac{1}{z}} = e^{w} = 1+w+\frac{w^2}{2!}+\dots\frac{w^n}{n!}+\dots = 1+\frac{1}{z}+\frac{1}{2!}\frac{1}{z^2}+\dots+\frac{1}{n!}\frac{1}{z^n}+\dots$

Έτσι βρήκαμε το ανάπτυγμα Laurent της f στον δακτύλιο $\Delta(0,0,+\infty)$, από όπου προκύπτει κατά τα γνωστά ότι η f έχει ουσιώδη ανωμαλία στο $z=0$ και μάλιστα

$Res(f,0)=1$ (= ο συντελεστής του $\frac{1}{z}$ στο ανάπτυγμα) =

$= \frac{1}{2\pi i}\int_{C(0,\rho)} e^{\frac{1}{z}}dz, \quad 0<\rho<+\infty$

β) Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

(I) $g(0)\neq 0$. Τότε όπως στον ισχυρισμό (α) έχουμε

$$\lim_{n\to\infty} h(z_n) = \lim_{n\to\infty} g(z_n)\cdot\lim_{n\to\infty} f(z_n) = g(0)\cdot 1 = g(0) \quad \text{και}$$

$$\lim h(w_n) = \lim_{n\to\infty} g(w_n)\cdot\lim_{n\to\infty} f(w_n) = g(0)\cdot(-1) = -g(0)$$

Επειδή $g(0)\neq 0$, έπεται ότι $g(0)\neq -g(0)$ και έτσι η h έχει ουσιώδη ανωμαλία στο $z=0$.

(II) $g(0)=0$. Επειδή $g\not\equiv 0$, υπάρχει $m\in\mathbb{N}$ και ολόμορφη συνάρτηση $g_1:\Delta(0,r)\to\mathbb{C}$ με $g_1(0)\neq 0$ ώστε

$$g(z) = z^m\cdot g_1(z), \quad z\in\Delta(0,r).$$

Από την περίπτωση (β)(II) η συνάρτηση $\varphi(z)=g_1(z)\cdot f(z)$ έχει ουσιώδη ανωμαλία στο $z=0$. Άρα για το ανάπτυγμα Laurent της φ στον $\Delta(0,r)$, έστω $\varphi(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n$ θα ισχύει ότι το σύνολο $\{n\in\mathbb{N}: c_{-n}\neq 0\}$ είναι άπειρο. Επειδή $h(z) = g(z)\cdot f(z) = (z^m\cdot g_1(z))\cdot f(z) = z^m\cdot(g_1(z)\cdot f(z)) =$ $= z^m\cdot\varphi(z)$, $z\in\Delta(0,r)\setminus\{0\}$, έπεται ότι και το ανάπτυγμα Laurent της h στον $\Delta(0,r)\setminus\{0\} = \Delta(0,0,r)$ θα έχει την ίδια ιδιότητα.

Έπεται από τις (I) και (II) ότι η συνάρτηση $h=g\cdot f$ έχει ουσιώδη ανωμαλία στο $z=0$.