

4.2. Προβλεψιμότητα / Επικοινωνία καταστάσεων

Ορισμός (προβλεψιμότητα)

Έστω $\{X(t), t \geq 0\}$ ΜΑ.Σ.Χ. με χ.κ. S . Η $j \in S$ λέγεται προβλεψιμή από την $i \in S$ αν

$$p_{ij}(t) > 0 \text{ για κάποιο } t > 0$$



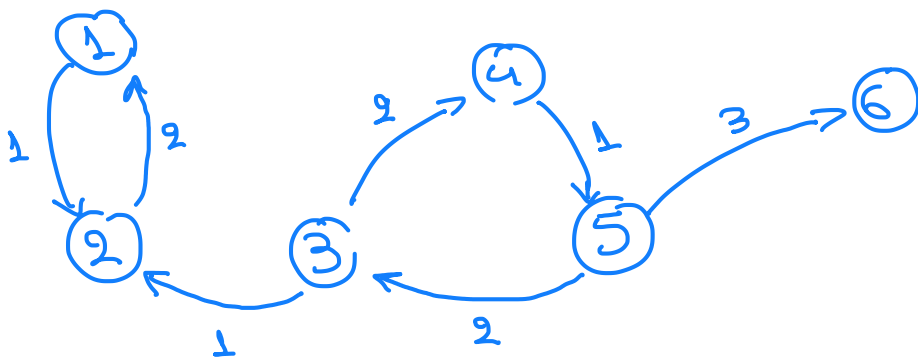
\exists καταστάσεις $i_0, i_1, \dots, i_{n-1} \in S$:

$$q_{i_0 i_1} q_{i_1 i_2} \dots q_{i_{n-1} j} > 0$$

Τότε χράφουμε $i \rightarrow j$.

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε $\{X(t), t \geq 0\}$ ΜΑ.Σ.Χ με διάγραμμα ρυθμών μετάβασης



$$2 \rightarrow 1$$

$$2 \rightarrow 3$$

$$4 \rightarrow 1 \text{ αφού } q_{45} \cdot q_{53} \cdot q_{32} \cdot q_{21} > 0$$

Ορισμός (Επικοινωνία)

Έστω $\{X(t), t \geq 0\}$ ΜΑ.Σ.Χ. με χ.κ. S . Οι $i, j \in S$

επικοινωνούν αν $i \rightarrow j$ και $j \rightarrow i$. Τότε γράφουμε

$$i \leftrightarrow j.$$

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

$$1 \leftrightarrow 2$$

$$3 \leftrightarrow 4$$

$$5 \leftrightarrow 4$$

$$3 \leftrightarrow 5$$

Θεώρημα

Η επικοινωνία είναι σχέση ισοδυναμίας. Άρα ο χ.κ. σπάει σε κλάσεις επικοινωνίας.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

κλάσεις επικοινωνίας: $\{1, 2\}$, $\{3, 4, 5\}$, $\{6\}$.

Ορισμοί

Έστω $\{X(t), t \geq 0\}$ ΜΑ.Σ.Χ. με χ.κ. S .

□ Μια κλάση επικοινωνίας $C \subseteq S$ λέγεται κλειστή αν

$$\forall i \in C, j \in S \setminus C, q_{ij} = 0.$$

□ Μια κλάση επικοινωνίας που δεν είναι κλειστή καλείται

ανοικτή.

□ Η ΜΑ.Σ.Χ. λέγεται αδιαχώριστη αν το S αποτελεί

μια κλάση επικοινωνίας

□ Μια κατάσταση $j \in S$ ονομάζεται επρροφητική αν $\{j\}$ αποτελεί κλειστή κλάση επικοινωνίας.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

$\{1, 2\}$ κλειστή

$\{3, 4, 5\}$ ανοικτή

$\{6\}$ κλειστή \Rightarrow επρροφητική.