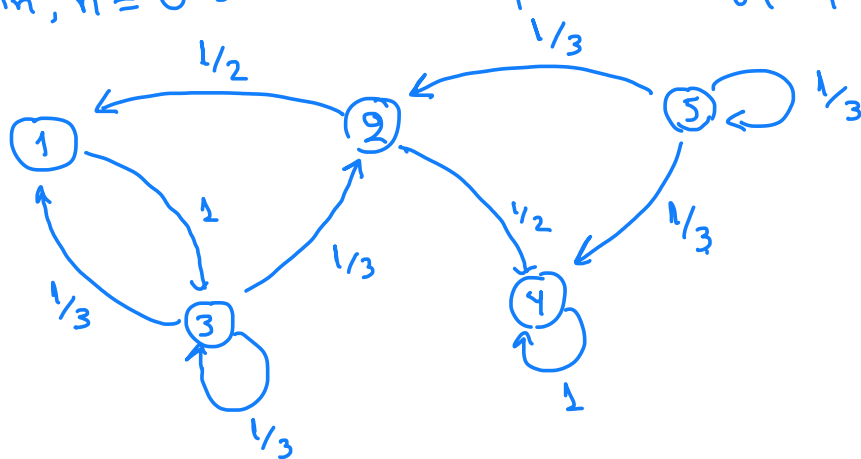


3.3. Προβλεψιμότητα / Επικοινωνία

Παράδειγμα

Έστω $\{X_n, n \geq 0\}$ ΜΑΔΧ με διάγραμμα πιθαν. μετάβασης



Ορισμός (προβλεψιμότητα)

Έστω $\{X_n, n \geq 0\}$ ΜΑΔΧ με $X \in S$. Μια $j \in S$ λέγεται προβλεψίμη (προβέσιμη / προσιτή) από μια $i \in S$ αν

$$P(X_n = j \text{ για κάποιο } n \mid X_0 = i) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_{ij}^{(n)} > 0.$$

Τότε γράφουμε $i \rightarrow j$.

Παράδειγμα (συνέχεια)

$$2 \rightarrow 1 \quad (p_{21} > 0)$$

$$1 \rightarrow 2 \quad (p_{13} \cdot p_{32} > 0 \Rightarrow P_{12}^{(2)} > 0)$$

$$5 \rightarrow 3$$

$$3 \not\rightarrow 5$$

$$i \not\rightarrow 5, \quad i \neq 5$$

$$5 \rightarrow j, \quad j \neq 5$$

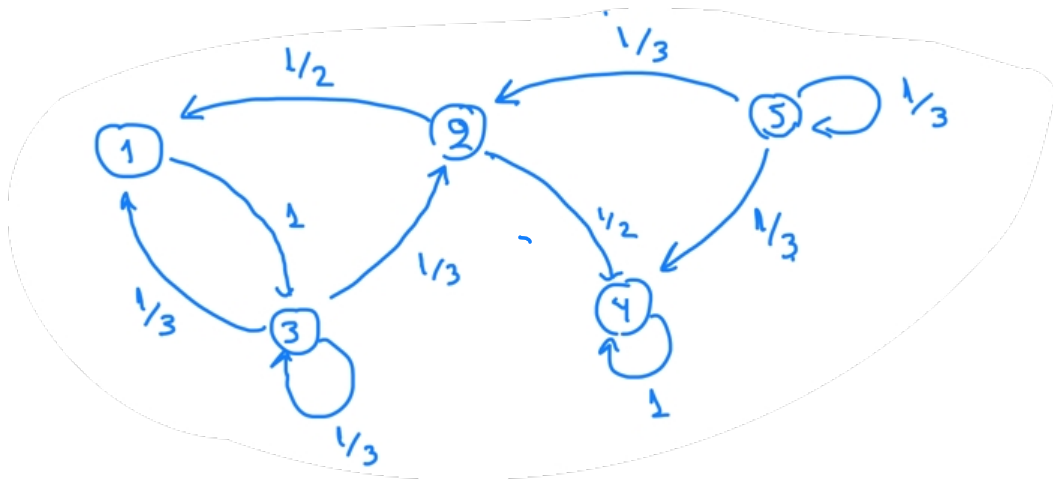
$$4 \not\rightarrow j, \quad j \neq 4$$

$$i \rightarrow 4, \quad i \neq 4$$

Ορισμός (επικοινωνία)

Έστω $\{X_n, n \geq 0\}$ ΜΑΔΧ με $X \in S$. Οι $i, j \in S$ επικοινωνούν αν $i \rightarrow j$ και $j \rightarrow i$. Τότε γράφουμε $i \leftrightarrow j$

Παράδειγμα (συνέχεια)



$1 \leftrightarrow 3 \quad (1 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 1)$

$3 \leftrightarrow 2$

$1 \leftrightarrow 2$

Θεώρημα

Η επικοινωνία είναι γνήσια υποδυναμική. Άρα ο χ.κ \mathcal{S} θηάει σε κλάσεις επικοινωνίας.

Παράδειγμα (συνέχεια)

Οι κλάσεις επικοινωνίας είναι: $\{1, 2, 3\}, \{4\}, \{5\}$

Ορισμός (ανοικτή / κλειστή κλάση επικοινωνίας)

Έστω $\{X_n, n \geq 0\}$ ΜΑΔΧ με χ.κ \mathcal{S} . Η $C \subseteq \mathcal{S}$ καλείται κλειστή

αν $p_{ij} = 0 \quad \forall i \in C, j \in \mathcal{S} \setminus C$.

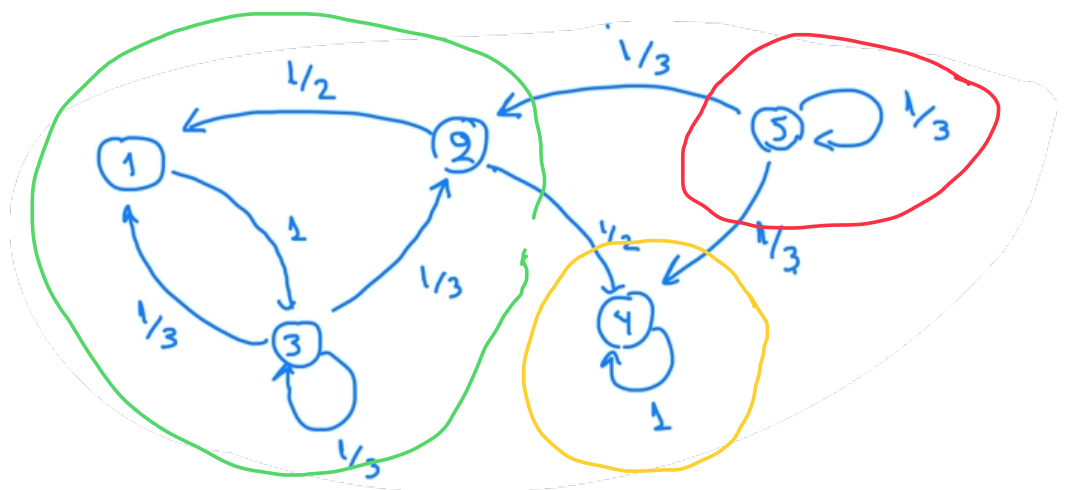
Μια κλάση επικοινωνίας που δεν είναι κλειστή, καλείται ανοικτή.

Παράδειγμα (συνέχεια)

$\{1, 2, 3\}$ ($p_{24} > 0$) ανοικτή

$\{4\}$ κλειστή

$\{5\}$ ανοικτή ($p_{52} > 0$).



Ορισμός (απορροφητική κατάσταση)

Έστω $\{X_n, n \geq 0\}$ ΜΑΔΧ με π.κ. \bar{S} . Μια κατάσταση j ονομάζεται απορροφητική αν η $\{j\}$ αποτελεί κλειστή κλάση επικοινωνίας.

Παράδειγμα (αν)

{4} απορροφητική

{5} δεν είναι απορροφητική

Ορισμός (Α διαχώριστη Μ.Α.Δ.Χ).

Μια ΜΑΔΧ $\{X_n, n \geq 0\}$ ονομάζεται αδιαχώριστη (ανάχωρη) αν όλες οι μεταστάσεις επικοινωνούν.

Παράδειγμα (Σω)

Η $\{X_n, n \geq 0\}$ δεν είναι αδιαχώριστη αφού δεν επικοινωνούν όλες οι καταστάσεις.