ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3
ΕΛΕΓΧΟΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

3.1 Υποθέστε ότι για ένα δείγμα 63 παρατηρήσεων το διάνυσμα των εκτιμήσεων ενός γραμμικού υποδείγματος και η διακύμανσή του δίδονται αντίστοιχα ως:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad \text{και} \qquad \widehat{Cov}\left(\hat{\beta}\right) = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Ελέγξατε τις παρακάτω υποθέσεις:

(i) $\beta_2 = 0$ (ii) $\beta_1 + 2\beta_2 = 5$ (iii) $\beta_1 - \beta_2 + \beta_3 = 4$ (iv) $\beta_3 = 4 \;\; \beta_2 = -1$

Λύση

Καταρχάς, υπολογίζουμε τα τυπικά σφάλματα:

$$S.E.\left(\hat{\beta}_1\right) = \sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_1\right)} = \sqrt{3}$$

$$S.E.\left(\hat{\beta}_2\right) = \sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_2\right)} = \sqrt{4} = 2$$

$$S.E.\left(\hat{\beta}_3\right) = \sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_3\right)} = \sqrt{3}$$

(i) $\beta_2 = 0$

H0: $\beta_2 = 0$

H1: $\beta_2 \neq 0$

$$t_1 = \left| \frac{\hat{\beta}_2 - 0}{S.E.\left(\hat{\beta}_2\right)} \right| = \left| \frac{3-0}{2} \right| = 1,5$$

Όμως $t_{crit} = t_{N-k,a/2} = t_{60,0.025} = 2,0003$. Άρα $t_1 < t_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H_0.

(ii) $\beta_1 + 2\beta_2 = 5$

Α' Τρόπος

$$Var\left(ax+by\right) = a^2 Var\left(x\right) + b^2 Var\left(y\right) + 2abCov\left(x,y\right), \text{ όπου } a,b \in \mathbb{R}$$

H0: $\beta_1 + 2\beta_2 = 5$

H1: $\beta_1 + 2\beta_2 \neq 5$

$$\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2\right) = \widehat{Var}\left(\hat{\beta}_1\right) + 4\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_2\right) + 4\widehat{Cov}\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) = 3 + 4\cdot 4 + 4(-2) = 11$$

$$t_2 = \left| \frac{\hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2 - 5}{S.E.\left(\hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2\right)} \right| = \left| \frac{2 + 2\cdot 3 - 5}{\sqrt{11}} \right| = \left| \frac{3}{\sqrt{11}} \right| = 0,904534$$

Όμως $t_{crit} = t_{N-k,a/2} = t_{60,0.025} = 2,0003$. Άρα $t_1 < t_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H_0.

Β' Τρόπος

H0: $\beta_1 + 2\beta_2 = 5$

H1: $\beta_1 + 2\beta_2 \neq 5$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad r = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$$

$$R\hat{\beta}-r=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\3\\-1\end{bmatrix}-[5]=[8]-[5]=[3]$$

$$F_1=\frac{\left(R\hat{\beta}-r\right)'\left[R\widehat{Cov}\left(\hat{\beta}\right)R'\right]^{-1}\left(R\hat{\beta}-r\right)}{J}=[3]\left[\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -2 & 1\\-2 & 4 & 0\\1 & 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}\right]^{-1}[3]=$$

$$=[3]\left[\begin{bmatrix}-1 & 6 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}\right]^{-1}[3]=[3][11]^{-1}[3]=[3]\left[\frac{1}{11}\right][3]=\left[\frac{9}{11}\right]=0,818181$$

Όμως $F_{crit}=F_{J,N-k,a}=F_{1,60,0.05}=4,00119$. Άρα $F_1<F_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H_0.

Παρατήρηση

Προσέξτε ότι $\left(t_2\right)^2=F_1 \Rightarrow \left(0,904534\right)^2=0,818181$. Το ίδιο συμβαίνει και με τις κριτικές τιμές: $\left(t_{60,0.025}\right)^2=F_{1,60,0.05} \Rightarrow \left(2,0003\right)^2=4,00119$. Άρα οι δύο έλεγχοι είναι ισοδύναμοι.

(iii) $\beta_1-\beta_2+\beta_3=4$

H_0: $\beta_1-\beta_2+\beta_3=4$

H_1: $\beta_1-\beta_2+\beta_3\neq 4$

$R=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\end{bmatrix}$, $r=[4]$

$$R\hat{\beta}-r=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\3\\-1\end{bmatrix}-[4]=[-2]-[4]=[-6]$$

$$F_2=\frac{\left(R\hat{\beta}-r\right)'\left[R\widehat{Cov}\left(\hat{\beta}\right)R'\right]^{-1}\left(R\hat{\beta}-r\right)}{J}=[-6]\left[\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -2 & 1\\-2 & 4 & 0\\1 & 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}\right]^{-1}[-6]=$$

$$=[-6]\left[\begin{bmatrix}6 & -6 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}\right]^{-1}[-6]=[-6][16]^{-1}[-6]=[-6]\left[\frac{1}{16}\right][-6]=\left[\frac{36}{16}\right]=2,25$$

Όμως $F_{crit}=F_{J,N-k,a}=F_{1,60,0.05}=4,00119$. Άρα $F_2<F_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H_0.

(iv) $\beta_3=4 \;\; \beta_2=-1$

H_0: $\beta_3=4$ και $\beta_2=-1$

H_1: $\beta_3\neq 4$ ή $\beta_2\neq -1$

$R=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{bmatrix}$, $r=\begin{bmatrix}4\\-1\end{bmatrix}$

$$R\hat{\beta}-r=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\3\\-1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\\4\end{bmatrix}$$

$$F_3=\frac{\left(R\hat{\beta}-r\right)'\left[R\widehat{Cov}\left(\hat{\beta}\right)R'\right]^{-1}\left(R\hat{\beta}-r\right)}{J}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-5&4\end{bmatrix}\left[\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&-2&1\\-2&4&0\\1&0&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0\\0&1\\1&0\end{bmatrix}\right]^{-1}\begin{bmatrix}-5\\4\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-5&4\end{bmatrix}\left[\begin{bmatrix}1&0&3\\-2&4&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0\\0&1\\1&0\end{bmatrix}\right]^{-1}\begin{bmatrix}-5\\4\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-5&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&0\\0&4\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}-5\\4\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-5&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{3}&0\\0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-5\\4\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\frac{-5}{3}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-5\\4\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\frac{25}{3}+4\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\frac{37}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{37}{6}\end{bmatrix}\simeq 6,1667$$

Όμως $F_{crit}=F_{J,N-k,a}=F_{2,60,0.05}=3,150411$. Άρα $F_3>F_{crit}$. Απορρίπτω την H_0.

3.2 Θεωρείστε την ακόλουθη συνάρτηση ζήτησης:

$$y_t=\beta_0+\beta_1x_{t1}+\beta_2x_{t2}+u_t$$

ή σε μορφή γραμμικής άλγεβρας

$$y=X\beta+u$$

$$\text{όπου}\quad y=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\dots\\y_T\end{bmatrix},\quad X=\begin{bmatrix}1&x_{11}&x_{12}\\1&x_{21}&x_{22}\\\dots&\dots&\dots\\1&x_{T1}&x_{T2}\end{bmatrix}\quad\text{και}\quad u=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\\dots\\u_T\end{bmatrix}$$

Η συνάρτηση αυτή εκτιμήθηκε από ένα δείγμα T=30 χρονολογικών παρατηρήσεων. Αν

$$\left(X'X\right)^{-1}=\begin{bmatrix}1,70&-0,06&-0,08\\-0,06&0,92&0,55\\-0,08&0,55&0,54\end{bmatrix},\qquad X'y=\begin{bmatrix}1,60\\-30,0\\47,0\end{bmatrix},\qquad \overline{y}=\frac{\sum_{t=1}^{T}y_t}{T}=5,\qquad y'y=\sum_{t=1}^{T}y_t^2=180 \text{ και}$$

$$\hat{u}'\hat{u}=\sum_{t=1}^{T}\hat{u}_t^2=6,$$

τότε απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

α) Να βρεθούν με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων οι εκτιμήσεις των συντελεστών της συνάρτησης αυτής, τα τυπικά τους σφάλματα και να διεξαχθούν οι ατομικοί έλεγχοι ότι οι συντελεστές αυτοί είναι στατιστικά σημαντικοί.

β) Να ελεγχθούν ξεχωριστά οι παρακάτω υποθέσεις (i) $\beta_1=\beta_2=0$ και (ii) $\beta_1=-\beta_2$.

Λύση

α) $$\hat{\beta}=\left(X'X\right)^{-1}X'y=\begin{bmatrix}1,70&-0,06&-0,08\\-0,06&0,92&0,55\\-0,08&0,55&0,54\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1,60\\-30,0\\47,0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0,76\\-1,846\\8,752\end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T}\hat{u}_t^2}{T-k} = \frac{6}{27} = 0,2222$$

$$\widehat{Var}\left(\hat{\beta}\right) = \hat{\sigma}^2\left(X'X\right)^{-1} = \frac{6}{27}\begin{bmatrix} 1,70 & -0,06 & -0,08 \\ -0,06 & 0,92 & 0,55 \\ -0,08 & 0,55 & 0,54 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3777 & -0,01333 & -0,01777 \\ -0,01333 & 0,20444 & 0,12222 \\ -0,01777 & 0,12222 & 0,12 \end{bmatrix}$$

$$S.E.\left(\hat{\beta}_0\right) = \sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_0\right)} = \sqrt{0,3777} = 0,614636$$

$$S.E.\left(\hat{\beta}_1\right) = \sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_1\right)} = \sqrt{0,20444} = 0,452155$$

$$S.E.\left(\hat{\beta}_2\right) = \sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_2\right)} = \sqrt{0,12} = 0,34641$$

(i) $\beta_0 = 0$

H$_0$: $\beta_0 = 0$

H$_1$: $\beta_0 \neq 0$

$$t_1 = \left|\frac{\hat{\beta}_0 - 0}{S.E.\left(\hat{\beta}_0\right)}\right| = \left|\frac{0,76-0}{0,614636}\right| = 1,236504$$

Όμως $t_{crit} = t_{N-k,a/2} = t_{27,0.025} = 2,05183$. Άρα $t_1 < t_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H$_0$. Ο $\hat{\beta}_0$ δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

(ii) $\beta_1 = 0$

H$_0$: $\beta_1 = 0$

H$_1$: $\beta_1 \neq 0$

$$t_2 = \left|\frac{\hat{\beta}_1 - 0}{S.E.\left(\hat{\beta}_1\right)}\right| = \left|\frac{-1,846-0}{0,452155}\right| = 4,08267$$

Όμως $t_{crit} = t_{N-k,a/2} = t_{27,0.025} = 2,05183$. Άρα $t_2 > t_{crit}$. Άρα απορρίπτω την H$_0$. Ο $\hat{\beta}_1$ είναι στατιστικά σημαντικός.

(iii) $\beta_2 = 0$

H$_0$: $\beta_2 = 0$

H$_1$: $\beta_2 \neq 0$

$$t_3 = \left|\frac{\hat{\beta}_2 - 0}{S.E.\left(\hat{\beta}_2\right)}\right| = \left|\frac{8,752-0}{0,34641}\right| = 25,26485$$

Όμως $t_{crit} = t_{N-k,a/2} = t_{27,0.025} = 2,05183$. Άρα $t_3 > t_{crit}$. Άρα απορρίπτω την H$_0$. Ο $\hat{\beta}_2$ είναι στατιστικά σημαντικός.

β) (i) $\beta_1 = \beta_2 = 0$

Ο έλεγχος αυτός είναι ο έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας (ερμηνευτικότητας).

H$_0$: $\beta_1 = 0$ και $\beta_2 = 0$

H$_1$: $\beta_1 \neq 0$ ή $\beta_2 \neq 0$

$\tilde{\beta}=\begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\end{bmatrix}$. Άρα ο έλεγχος είναι:

$$F=\frac{\left(\hat{\tilde{\beta}}-0\right)'\left[\widehat{Cov}\left(\hat{\tilde{\beta}}\right)\right]^{-1}\left(\hat{\tilde{\beta}}-0\right)}{k-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1,846 & 8,752\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,20444 & 0,12222\\ 0,12222 & 0,12\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}-1,846\\ 8,752\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1,846 & 8,752\end{bmatrix}\begin{bmatrix}12,506433 & -12,738034\\ -12,738034 & 21,307257\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1,846\\ 8,752\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-134,5701 & 209,9955\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1,846\\ 8,752\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\left[2086,2973\right]=1043,1487$$

Όμως $F_{crit}=F_{J,N-k,a}=F_{2,27,0.05}=3,354131$. Άρα $F>F_{crit}$. Απορρίπτω την H_0. Τουλάχιστον ένας συντελεστής είναι στατιστικά σημαντικός.

(ii) $\beta_1=-\beta_2$

H_0: $\beta_1+\beta_2=0$

H_1: $\beta_1+\beta_2\neq 0$

$$\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2\right)=\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_1\right)+\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_2\right)+2\widehat{Cov}\left(\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2\right)=0,20444+0,12+2\cdot 0,12222=0,568889$$

$$t=\left|\frac{\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2-0}{S.E.\left(\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2\right)}\right|=\left|\frac{-1,846+8,752-0}{\sqrt{0,568889}}\right|=\left|\frac{6,906}{0,754247}\right|=9,156149$$

Όμως $t_{crit}=t_{N-k,a/2}=t_{27,0.025}=2,05183$. Άρα $t_1>t_{crit}$. Άρα απορρίπτω την H_0.

3.3 Θεωρείστε το ακόλουθο οικονομετρικό υπόδειγμα:

$$y_t=\beta_1+\beta_2 x_{t2}+\beta_3 x_{t3}+u_t$$

το οποίο εκτιμήθηκε χρησιμοποιώντας ένα αρκετά μεγάλο δείγμα 1000 παρατηρήσεων. Αν οι εκτιμήσεις των ελαχίστων τετραγώνων και η μήτρα διακύμανσής τους δίδονται ως $\hat{\beta}=\begin{bmatrix}1,0\\ 0,8\\ -0,6\end{bmatrix}$ και $\widehat{Cov}(\hat{\beta})=\begin{bmatrix}0,5 & 0 & 0\\ 0 & 0,2 & 0\\ 0 & 0 & 0,2\end{bmatrix}$ αντίστοιχα, τότε απαντήστε τα παρακάτω ερωτήματα:

α) Να ελεγχθούν αν οι συντελεστές του υποδείγματος είναι στατιστικά σημαντικοί ο καθένας ξεχωριστά.

β) Να διεξαχθεί ο από κοινού έλεγχος αν ισχύουν οι ακόλουθες δύο υποθέσεις:

$$\beta_2=-\beta_3 \text{ και } \beta_1+\beta_2+\beta_3=1$$

Λύση

α)

$$S.E.\left(\hat{\beta}_1\right)=\sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_1\right)}=\sqrt{0,5}=0,707107$$

$$S.E.\left(\hat{\beta}_2\right)=\sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_2\right)}=\sqrt{0,2}=0,447214$$

$$S.E.\left(\hat{\beta}_3\right)=\sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\beta}_3\right)}=\sqrt{0,2}=0,447214$$

(i) $\beta_1=0$

H0: $\beta_1=0$

H1: $\beta_1\neq 0$

$$t_1=\left|\frac{\hat{\beta}_1-0}{S.E.\left(\hat{\beta}_1\right)}\right|=\left|\frac{1-0}{0,707107}\right|=1,414214$$

Όμως $t_{crit}=t_{N-k,a/2}=t_{997,0.025}=1,96234$. Άρα $t_1<t_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H0. Ο $\hat{\beta}_1$ δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

(ii) $\beta_2=0$

H0: $\beta_2=0$

H1: $\beta_2\neq 0$

$$t_2=\left|\frac{\hat{\beta}_2-0}{S.E.\left(\hat{\beta}_2\right)}\right|=\left|\frac{0,8-0}{0,447212}\right|=1,788854$$

Όμως $t_{crit}=t_{N-k,a/2}=t_{997,0.025}=1,96234$. Άρα $t_2<t_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H0. Ο $\hat{\beta}_2$ δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

(iii) $\beta_3=0$

H0: $\beta_3=0$

H1: $\beta_3\neq 0$

$$t_3=\left|\frac{\hat{\beta}_3-0}{S.E.\left(\hat{\beta}_3\right)}\right|=\left|\frac{-0,6-0}{0,447212}\right|=1,341641$$

Όμως $t_{crit}=t_{N-k,a/2}=t_{997,0.025}=1,96234$. Άρα $t_3<t_{crit}$. Άρα αποτυγχάνω να απορρίψω την H0. Ο $\hat{\beta}_3$ δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

β) H0: $\beta_2+\beta_3=0$ και $\beta_1+\beta_2+\beta_3=1$

H1: $\beta_2+\beta_3\neq 0$ ή $\beta_1+\beta_2+\beta_3\neq 1$

$$R=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix},\ r=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$R\hat{\beta}-r=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0,8\\ -0,6\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0,2\\ 1,2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0,2\\ 0,2\end{bmatrix}$$

$$F=\frac{\left(R\hat{\beta}-r\right)'\left[R\widehat{Cov}\left(\hat{\beta}\right)R'\right]^{-1}\left(R\hat{\beta}-r\right)}{J}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0,2 & 0,2\end{bmatrix}\left[\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,5 & 0 & 0\\ 0 & 0,2 & 0\\ 0 & 0 & 0,2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\right]^{-1}\begin{bmatrix}0,2\\ 0,2\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0,2 & 0,2\end{bmatrix}\left[\begin{bmatrix}0 & 0,2 & 0,2\\ 0,5 & 0,2 & 0,2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\right]^{-1}\begin{bmatrix}0,2\\ 0,2\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0,2 & 0,2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,4 & 0,4\\ 0,4 & 0,9\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0,2\\ 0,2\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0,2 & 0,2\end{bmatrix}\left[\frac{1}{0,36-0,16}\begin{bmatrix}0,9 & -0,4\\ -0,4 & 0,4\end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix}0,2\\ 0,2\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0,2 & 0,2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4,5 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,2\\ 0,2\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0,5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,2\\ 0,2\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\left[0,1\right]=0,05$$

Όμως $F_{crit}=F_{J,N-k,a}=F_{2,997,0.05}=3,00475$. Άρα $F<F_{crit}$. Αποτυγχάνω να απορρίψω την H_0.