

5^η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ

1. Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων

i. $f(x) = x^2 \eta \mu x + 5e^x$	ii. $g(x) = \ln x - \frac{\sigma \nu \nu x}{x^3}$	iii. $h(x) = 3x^2 - 27x + 5$
iv. $f(x) = 3x^2 - 27x^{\frac{2}{3}} + 5$	v. $g(x) = 5x^2 + \frac{5}{x^6} - \sqrt{x}$	vi. $h(x) = (x-2)(x^2+4)$
vii. $f(x) = \sqrt{x} + (x+2)(3x-1)$	viii. $g(x) = \frac{x}{x^2+1}$	ix. $h(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$
x. $f(x) = x\sqrt{x} + 2$	xi. $g(x) = \frac{e^x}{\ln x}$	xii. $h(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$
xiii. $f(x) = e^x + \eta \mu x + \sigma \nu \nu x$	xiv. $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^3}$	xv. $h(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + 4x$
xvi. $f(x) = \frac{x+1}{2x-6}$	xvii. $g(x) = \frac{x-5}{x^2+2x-3}$	xviii. $h(x) = \frac{x^2+x+1}{\sigma \nu \nu x}$
xix. $f(x) = 2x^2 + \ln x - \frac{1}{x}$	xx. $g(x) = x^2 e^x$	xxi. $h(x) = x^3 \ln x - 3x^2 \eta \mu x$

2. Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα στα διαστήματα που δίνονται. Να γίνει μια πρόχειρη γραφική παράσταση.

i. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ στο $[0,5]$
ii. $g(x) = 2x^3 - 6x + 4$ στο $[-2,2]$
iii. $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 8$ στο $[-3,3]$
iv. $\varphi(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$ στο $[0,10]$
v. $t(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ στο $(0,4]$
vi. $\alpha(x) = x + \frac{1}{x}$ στο $(0,5)$
vii. $b(x) = x^2 - 4x + 3$ στο $[0, 5]$
viii. $c(x) = x^2 + 2x - 3$ στο $[-2, 4]$

3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτόμενης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

α. $f(x) = x^2 + 2x - 3$ στο σημείο της με $x_0 = 1$.

β. $f(x) = x^3 - 1$ στο σημείο της με τεταγμένη 7.

4. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις εξισώσεις των

εφαπτόμενων της γραφικής παράστασης της f , που είναι παράλληλες στην ευθεία $y = x + 3$.

5. Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 3x - 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της καμπύλης της f , που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 135° .

6. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \alpha(x + 1)^2$, όπου $x, \alpha \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:

α. το α , ώστε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτόμενης της καμπύλης της f στο $A(1, f(1))$ να είναι 4.

β. την εξίσωση της παραπάνω εφαπτομένης.

7. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 2x^2 - \alpha x + \beta$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε τα α, β , ώστε η $y = 3x - 1$ να εφάπτεται στη γραφική παράσταση της f , στο σημείο της με τετμημένη 2.

8. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + 9x - 12$. Να προσδιορίσετε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε το σημείο $A(2, -10)$ να ανήκει στη γραφική παράσταση C_f της f και η εφαπτόμενη της C_f στο A να έχει συντελεστή διεύθυνσης τον αριθμό -3 .

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 10x + 8$

i) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη 2

ii) Ελέγξτε αν υπάρχει ευθεία (ϵ'), η οποία να εφάπτεται στη C_f και να είναι παράλληλη στην (ϵ)

iii) Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας (ζ) κάθετης στην (ϵ), η οποία διέρχεται από το σημείο τομής της (ϵ) με τον άξονα $y'y$

iv) Να βρεθεί εξίσωση ευθείας (η), παράλληλης στη (ζ), η οποία να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.