

# Πραγματικοί Αριθμοί

## I. ΠΡΑΞΕΙΣ

1) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = [(-3)^2 : (-3) - 1] + [(-4)^3 : (-2)^5 + 1](-2) - 3^3 : 3 + (-2)^3$$

$$B = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - 3 : (-2)^{-3} + \frac{\left(1 - \frac{1}{4}\right)^2}{\left(1 + \frac{1}{3}\right)^{-2}}$$

$$\Gamma = (2^{-2})^3 : (2^{-2})^{-1} + (2^4)^2 \cdot (2^4)^{-4} + (2^{-3})^{-4} : (2^4)^5 + (2^{-3})^0 \cdot (2^{-4})^2$$

$$\Delta = \frac{-3^2 [1 - 2(5 - 4)]^2}{2 \cdot 4 - 6^2 : 3 + 1}$$

$$E = \frac{-2^2 [9 - 3(8 - 6)]^2}{2 \cdot 4 - 6^2 : 2 + 7}$$

$$Z = \left(-3 + \frac{1}{4^2 : 2^3}\right) - \left(2 - \frac{1}{3}\right) - \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{5}\right]$$

$$H = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) : \left(-3 + \frac{1}{2}\right) - \frac{\frac{3}{2} \cdot (-2)}{\left[\frac{1}{2} + \frac{2^3}{6}\right] : \left(-\frac{1}{3}\right)}$$

$$\Theta = [-3 - 2(3^2 - 2^3 + 1) - (-1)^2] \cdot [(-1)^3 - 5(-2 + 4)^2]$$

$$K = [(-2)^3 + (-3)^2 - 5] \cdot (-2) - [-5 - (2 - 5^2 + 3)]$$

$$\Lambda = \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{4}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 54\right]^2$$

$$M = \frac{3\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)}{2\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^2}$$

$$N = \frac{(-2)^2 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)^2 : \left(-\frac{1}{3}\right)^2}{-(-2 - 7)^2 - 7(-8)}$$

$$\Pi = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}$$

$$\Sigma = \left(1 - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} - 1\right) - \frac{\frac{3}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)}$$

- 2) Αν ο  $\alpha + \beta$  είναι αντίθετος του  $-3$ , να βρεθεί η τιμή της παράστασης:  
 $A = -\alpha - [-2 - (-\beta + 3) + 7 + \gamma] + (\gamma + 2)$

- 3) Αν  $\alpha + \beta = 8$  να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\Pi = (5^2 - 4^2)a + 3^2\beta + (a + \beta)a + (2^3 \cdot 5 - 4 \cdot 8)\beta$$

Στη συνέχεια, να βρείτε τον αντίθετο και τον αντίστροφο του  $\Pi$ .

- 4) Να γίνουν οι πράξεις στην παράσταση  $E = -17 - [-5 + 6\{x - 3[4 + 3(x + 2)] - 4\}]$   
 και στη συνέχεια να βρεθεί η αριθμητική της τιμή για  $x = -4$ .

- 5) Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης  $A = 2[3 - 4(x - y)] - 12(-x - y)$ , για

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{4}$$

- 6) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$7 \cdot [2 \cdot (3 - 2\chi) + 3 \cdot (\chi - 2)] + 5 \cdot [3 \cdot (1 - \chi) - 2 \cdot (1 - 2 \cdot \chi)].$$

- 7) Να γίνουν οι πράξεις:  $\left(-\frac{1}{3} \cdot \chi^2 \cdot \psi\right)^2 \cdot (6 \cdot \chi \cdot \psi^3) : (-2 \cdot \chi^2 \cdot \psi^3)^3$

- 8) Να βρεθεί η αριθμητική τιμή των παρακάτω παραστάσεων, αν οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίστροφοι:

$$A = \frac{\left[\left(a^2\beta^3\right)^{-1} \cdot \left(a\beta^3\right)^2\right]^2}{\left(a^3\beta\right)^{-3}} \text{ και } B = \frac{\left(-2^2\right)^3 \cdot \left(\alpha^{-3}\beta^2\right)^3 \cdot \left(-\alpha\right)^5}{8^2 \cdot \beta^{-7} \cdot \left(\alpha^{-2}\right)^5 \cdot \alpha^{-1}} \cdot \left(\alpha^2\right)^3.$$

- 9) Να συμπληρώσετε με μορφή δύναμης τις ισότητες:

$$2^3 \cdot 2^4 = \quad 2^5 : 2^3 = \quad \left(2^{-3}\right)^{-2} =$$

$$2^4 : 4^4 = \quad \left(2^{-5}\right)^2 \cdot 2^{10} =$$

- 10) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης για  $\chi = 2012$  και  $\psi = \frac{1}{2012}$ . (πρώτα να γίνουν οι πράξεις, για να απλοποιηθεί η παράσταση)

$$\left[\left(\chi^2 \cdot \psi^3\right)^{-2} \cdot \left(\chi \cdot \psi^3\right)^4\right] : \left(\chi^3 : \psi^{-1}\right)^{-3}$$

11) Να γίνουν οι πράξεις:

i)  $\sqrt{50} + \sqrt{108} - \sqrt{2} - \sqrt{27}$

ii)  $\sqrt{2\sqrt{64}} - \sqrt{5 + \sqrt{8\sqrt{4}}}$

iii)  $(\sqrt{48} - \sqrt{27}) : \sqrt{3}$

iv)  $(\sqrt{45} - \sqrt{32} + 2\sqrt{98})(\sqrt{500} - 3\sqrt{72} + 5\sqrt{8})$

v)  $\sqrt{180} - 4\sqrt{45} + \sqrt{245} + (\sqrt{5} - \sqrt{10})(1 + \sqrt{2})$

12) Δίνεται ο αριθμός  $x = \sqrt{\sqrt{81}} + 3\sqrt{8} : \sqrt{2} + 8 \cdot \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+3)}{1+\sqrt{3}}$ . Να υπολογιστεί η τιμή της

παράστασης  $\Gamma = \sqrt{3 \cdot (-1)^{x+1} + 2(-1)^x}$

## II. ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ-ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

I. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

1)  $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$

2)  $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

3)  $(\alpha + \beta - \gamma)^2 + (\alpha - \beta + \gamma)^2 = 2[\alpha^2 + (\beta - \gamma)^2]$

4)  $(a - 3b)^2 + (3a + 2b)(3a - 2b) - (3a - b)^2 = a^2 + 4b^2$

5)  $(x^3 + 1)^2 - (x^2 + 1)^3 + 3x^2(x + 1)^2 = (2x)^3$

6)  $(x - 2)^3 + 3(x - 2)^2(3 - x) + 3(x - 2)(3 - x)^2 + (3 - x)^3 = 1$

7)  $(2x + 3a)^3 - (2x - 3a)^3 + (2x^2 - 9a)^2 - (2x^2 + 9a)^2 = 54a^3$

8)  $5(3a - b)^2 - 2(a + 3b)^2 - (a + 3b)(a - 3b) = 42a^2 - 42ab - 4b^2$

9)  $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 + 2(x + 1)(x^2 - x + 1) = 2x^3 + 6x^2 + 4$

10)  $(3x + 5y)^2 - (3x - 5y)^2 - 60xy = 0$

II. Να γίνουν οι πράξεις:

1)  $2(\alpha - 2\beta)^2 - 3(\alpha + 3\beta)^2 - (2\alpha + \beta)(3\alpha - 2\beta)$

2)  $(x + 2)^2 - (x + 3)(x - 3) - 2(2x - 3)$

3)  $2(4x - 3y)^2 - 3(y - 2x)(2x + y) - 4(x + 2y)^2$

4)  $(x - 2)^2 - 2(x - 2)(x + 1) + (x + 1)^2$

III. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

- 1)  $5a^2xy - 10a^5x^3$
- 2)  $12a^2b - 16ab^2 + 4a^3b$
- 3)  $3vx^2y - 12wxy^2 + 21vwxy$
- 4)  $(\alpha - \beta + \gamma)xy - (\alpha - \beta + \gamma)\alpha\beta$
- 5)  $a(x^2 - 2) - b(x^2 - 2) - (2 - x^2)$
- 6)  $21\chi^2\psi - 4\psi - 12\chi + 7\chi\psi^2$
- 7)  $\chi^2 - 12\chi + 36$
- 8)  $\chi^3 + 4\chi^2 + 4\chi$
- 9)  $(\chi + 2\psi)^2 - (\omega - 2\psi)^2$
- 10)  $x^4 + x^3y - xy^3 - y^4$
- 11)  $a^2(x - y) - x + y$
- 12)  $a^3 + 2a^2b + ab^2$
- 13)  $4x^2 - 4x + 1$
- 14)  $2a(x - y) + 3\beta(y - x)$
- 15)  $(x - 2)^2 + 3(x^2 - 4) - 5x + 10$

Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

- i.  $(-x-2)(x-2) = 4 - x^2$ .
- ii.  $(x+3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$ .
- IV. iii.  $(2a+3\beta)^3 = 8a^3 + 12a^2\beta + 9a\beta^2 + 27\beta^3$ .
- iv.  $(3x - \frac{1}{3})^2 = 9x^2 - 2x + \frac{1}{9}$ .
- v.  $(3a^2x + \beta y^3)^2 = 9a^4x^2 - 6a^2\beta xy^3 + \beta^2 y^6$ .

V.

Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να έχουν νόημα οι ταυτότητες:

- i.  $(4a^3 - \dots)^2 = \dots - \dots + 25\beta^2$
- ii.  $(\dots + \frac{1}{2})^2 = \dots + x + \dots$

VI. Δίνονται οι παραστάσεις  $A = 3(\chi - 2)^2 - \chi(\chi - 6) - 8$  και  $B = 2\chi^3 - 8\chi$

α) Να γίνουν οι πράξεις στην παράσταση A.

β) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις A και B.

γ) Να απλοποιηθεί το κλάσμα  $\frac{A}{B}$ .