

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ-ΟΙΚΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

Μπιτσίδη Χριστίνα

Τμήμα Μαθηματικών, Ε.Κ.Π.Α.

christine.bitsidi@gmail.com

Η παρούσα εργασία μελετά πώς η ενεργή συμμετοχή των μαθητών στην κατασκευή μαθηματικού προβλήματος (ΚΜΠ) ενισχύει τη μαθηματική σκέψη και την κοινωνική τους ευαισθησία. Η έρευνα είναι μελέτη περίπτωσης και εφαρμόστηκε σε μαθητή Α' Λυκείου, ο οποίος κλήθηκε να διαμορφώσει πρόβλημα με βάση αυθεντικά δεδομένα σχετικά με τη ρύπανση της Μεσογείου από πλαστικά. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν ότι η μέθοδος ΚΜΠ ενταγμένη στο πλαίσιο των Ρεαλιστικών Μαθηματικών, συμβάλλει ουσιαστικά στη σύνδεση του μαθηματικού προβλήματος με δράσεις κοινωνικής ευθύνης, τη συναισθηματική εμπλοκή του μαθητή και την αναγνώριση σύνδεσης μαθηματικών και κοινωνικο-οικολογικών θεμάτων.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Παλαιότερες δεκαετίες, το μάθημα των μαθηματικών στα σχολεία περιλάμβανε τη μηχανιστική και μνημονική επίλυση πληθώρας ασκήσεων, διατηρώντας έναν περισσότερο παραδοσιακό χαρακτήρα. Έτσι, οι μαθητές απομακρύνονταν από το οτιδήποτε ρεαλιστικό και αποκτούσαν μη αυθεντικές μαθησιακές εμπειρίες (Boaler, 1998). Βασικό έλλειμα αυτών των προσεγγίσεων και επιδίωξη για τις μελλοντικές πρακτικές ήταν η ολόπλευρη ανάπτυξη του παιδιού, γνωστικά, κοινωνικά και συναισθηματικά (Freudenthal, 1981). Διανύοντας τον 21^ο αιώνα, η μαθηματική εκπαίδευση αλλάζει προσανατολισμό και στοχεύει όλο και περισσότερο στη σύνδεση της μαθηματικής γνώσης με την καθημερινότητα και ειδικά θέματα που αφορούν κοινωνικά και οικολογικά ζητήματα (Barwell et al., 2022; Freudenthal, 1981). Επιδιώκεται μία περισσότερο ολιστική προσέγγιση στη διδακτική, η οποία καλείται να καλλιεργήσει τόσο την κριτική όσο και τη δημιουργική σκέψη των μαθητών, διαπλάθοντας πολίτες με κοινωνική συνείδηση (Skovsmose, 2018). Κατά συνέπεια, η επιστημονική κοινότητα έστρεψε το ενδιαφέρον της στη διαχείριση αυθεντικών προβλημάτων μέσα στη σχολική αίθουσα (Wake, 2015). Τα αυθεντικά προβλήματα αφορούν σε αυθεντικές υπάρχουσες πρακτικές, ενώ βασίζονται σε πρωτότυπα αντικείμενα, φαινόμενα ή γεγονότα (Palm, 2008). Πρωτοπόρος στην καθιέρωση της νέας τάσης που θέλει τα μαθηματικά να συνδέονται με τη ρεαλιστική καθημερινότητα ήταν ο Hans

Freudenthal. Τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά (Realistic Mathematics Education - RME) αποτελούν μια θεωρία διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών που στηρίχτηκε στις ιδέες του Freudenthal. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η μάθηση ξεκινά από την άτυπη γνώση και τα ενδιαφέροντα των μαθητών, οι οποίοι με κατάλληλη καθοδήγηση μπορούν να ανακαλύψουν οι ίδιοι τα μαθηματικά (Freudenthal, 1981). Έχοντας ως βάση τα ρεαλιστικά προβλήματα, προκύπτει η ανάγκη για ύπαρξη αυθεντικών προβλημάτων τα οποία εστιάζουν στην πραγματική χρησιμότητα και σημασία του προβλήματος και συνδέονται με τον πραγματικό κόσμο με βαθύτερο τρόπο (Dierdorff et al., 2011).

Η Κατασκευή Μαθηματικού Προβλήματος (ΚΜΠ) από τους ίδιους τους μαθητές, αποτελεί μια επιτυχημένη στρατηγική για την καλλιέργεια δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων. Ο Silver (1994) ορίζει τη μέθοδο ΚΜΠ ως τη διαδικασία κατά την οποία οι μαθητές διατυπώνουν, δημιουργούν ή αναδιατυπώνουν μαθηματικά προβλήματα, είτε πριν, είτε κατά τη διάρκεια, είτε μετά την επίλυση ενός προβλήματος, με στόχο τη βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και την ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης. Μέσω της μεθόδου ΚΜΠ ενισχύεται η εννοιολογική κατανόηση των μαθητών, η αυτορρύθμισή τους, η μεταγνώση, ενώ συνδέεται αποτελεσματικά η γνώση με την πράξη, μέγιστο ζητούμενο της θεωρίας των ρεαλιστικών μαθηματικών (Dori & Herscovitz, 1999; Freudenthal, 1981). Παρότι πολλές έρευνες αφορούν την ΚΜΠ από μαθητές (Arikan & Unal, 2015), υπάρχει περιορισμένος αριθμός ερευνών που να αφορούν την ΚΜΠ με κοινωνικό-οικολογικά χαρακτηριστικά από μαθητές.

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε και αναλύθηκε διδακτική παρέμβαση που πραγματοποιήθηκε σε μαθητή της Α' Λυκείου. Θέμα της παρέμβασης αποτέλεσε η σύνδεση των μαθηματικών με κοινωνικο-οικολογικά θέματα. Έπειτα από την παρακολούθηση οπτικοακουστικού εποπτικού υλικού σχετικού με τη ρύπανση από πλαστικό, ο μαθητής κλήθηκε να σχεδιάσει ένα σχετικό μαθηματικό πρόβλημα. Το ερευνητικό ερώτημα της εργασίας είναι το ακόλουθο: *Τι είδους συνδέσεις ανάμεσα στα μαθηματικά και σε οικολογικά ζητήματα αναγνωρίζουμε κατά την εφαρμογή της μεθόδου ΚΜΠ από ένα μαθητή Λυκείου;*

Η παρούσα μελέτη διαφοροποιείται από άλλες αντίστοιχες, καθώς εστιάζει όχι μόνο στη γνωστική αλλά και στη συναισθηματική και κοινωνική διάσταση της μάθησης μέσω της μεθόδου ΚΜΠ.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Βασική προϋπόθεση για τη δημιουργία μαθηματικών προβλημάτων από τους μαθητές είναι η πλήρης εμπλοκή τους στη διαδικασία. Συνεπώς, απαιτούνται σύνθετες γνωστικές λειτουργίες. Οι εμπειρίες της μεθόδου ΚΜΠ δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να αναπτύξουν προσωπική σχέση με την επιστήμη των μαθηματικών, να ευαισθητοποιηθούν για κοινωνικά ζητήματα και να προβάλουν τις δικές τους προσωπικές αξίες (Cai & Rott, 2024). Μέσω της σύνδεσης της επιστήμης με κοινωνικά φαινόμενα και εφαρμοσμένη τεχνολογία στην καθημερινή ζωή, η επιστήμη αποκτά νόημα για τα παιδιά (Dori & Herscovitz, 1999; Skovsmose, 2018). Η προσωπική εμπλοκή των μαθητών στη διαμόρφωση του περιεχομένου της μάθησης, επιτρέπει στα παιδιά να αισθάνονται ελεύθερα να εκφράζουν τις ιδέες τους και να αλληλεπιδρούν με τους συμμαθητές τους, συμμεριζόμενοι το αίσθημα ευθύνης (Elbers, 2003). Επίσης, οι μαθητές που συμμετέχουν ενεργά στη μάθησή τους, είναι περισσότερο αποτελεσματικοί στην εφαρμογή μαθηματικών γνώσεων και σε νέες καταστάσεις (Boaler, 1998). Επιπρόσθετα, μέσω της αλληλεπίδρασης του μαθητή με τα μαθηματικά, ενισχύεται η κριτική του σκέψη και οι διαδικασίες λήψης αποφάσεων, σε ζητήματα πολιτικά, κοινωνικά και οικονομικά, ευνοούνται (Skovsmose, 2018).

Η παρούσα εργασία υιοθετεί την κοινωνικο-οικολογική οπτική της μαθηματικής εκπαίδευσης (Coles et al., 2024). Σύμφωνα με αυτή την οπτική η οικολογική κατάρρευση επιβάλλει στη μαθηματική εκπαίδευση την επανεξέταση των προτεραιοτήτων και των πρακτικών της. Σε αυτό το πλαίσιο, οι ερευνητές προτείνουν πολύ-επίπεδες παιδαγωγικές πρακτικές που προωθούν την κατανόηση και τη βίωση της αλληλοεμπλοκής μαθηματικών και οικολογικών ζητημάτων.

Αρκετοί ερευνητές συμφωνούν πως η μεγαλύτερη δυσκολία που χρειάζεται να ξεπεραστεί στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι η περιορισμένη σύνδεσή της με την καθημερινή ζωή (Kosynas, 2016). Οι μαθητές καλούνται να διαμορφώσουν αυθεντικά προβλήματα, που αφορούν θέματα γενικού ενδιαφέροντος. Ένα ζήτημα που αφορά όλους, είναι το οικολογικό μας αποτύπωμα. Με βάση τα δεδομένα του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας (n.d.) (<https://www.who.int/initiatives/plastics-and-health-initiative>), οι κίνδυνοι για την υγεία των ατόμων ελλοχεύουν σε όλα τα στάδια του κύκλου ζωής των πλαστικών, ξεκινώντας από την παραγωγή και τη χρήση τους, έως την ανακύκλωση και την απόρριψη, με ιδιαίτερη μνεία στα μικροπλαστικά και τις επικίνδυνες ουσίες που αυτά εμπεριέχουν. Συνεπώς, η ένταξη οικολογικών θεμάτων στο περιεχόμενο της μαθηματικής εκπαίδευσης αποτελεί αναγκαίο βήμα για τη τους εκπαιδευτικούς (Boylan & Coles, 2017). Αν και η μαθηματική εκπαίδευση δύναται να διαδραματίσει καθοριστικό

ρόλο στην προώθηση κοινωνικής και οικολογικής ευθύνης, οι προτάσεις αναλυτικών προγραμμάτων που ενισχύουν τη σύνδεση του ανθρώπου με τον ζωντανό κόσμο παραμένουν περιορισμένες (Barwell et al., 2022).

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Ερευνητικό πλαίσιο

Η εργασία είναι μελέτη περίπτωσης. Η πειραματική διδασκαλία υλοποιήθηκε στο πλαίσιο ατομικής διδακτικής παρέμβασης που πραγματοποιήθηκε σε μαθητή της Α΄ Λυκείου. Η επιλογή του μαθητή έγινε καθώς διαθέτει τις βασικές μαθηματικές γνώσεις που απαιτούνται για τη διαμόρφωση αυθεντικών προβλημάτων, ενώ παράλληλα μπορεί να κάνει συνδέσεις μαθηματικών με κοινωνικά ζητήματα. Η παρέμβαση αποτελεί μια εναλλακτική προσέγγιση διδασκαλίας, που έχει ως στόχο την ενίσχυση της δημιουργικότητας, της αυτενέργειας και της μαθηματικής έκφρασης του μαθητή, αξιοποιώντας πρακτικές ΚΜΠ. Το πρόβλημα που δόθηκε στο μαθητή ήταν σε ημιδομημένη μορφή (Stoyanova & Ellerton, 1996).

Η παρέμβαση διήρκεσε περίπου 60 λεπτά και ήταν οργανωμένη σε τέσσερα στάδια: α) παρακολούθηση και ανάγνωση πηγών. Οι πηγές περιλάμβαναν ένα βίντεο με τίτλο: «*Τι είναι τα μικροπλαστικά*», Top 10 Gr, YouTube (<https://www.youtube.com/watch?v=cal7rodD7zg&t=6s>), και δύο άρθρα από την ιστοσελίδα της WWF που παρουσιάζουν στατιστικά στοιχεία για τη ρύπανση της Ελλάδας και της Μεσογείου από πλαστικά (https://www.wwf.gr/ti_kanoume/anthropos/plastika/), β) συζήτηση με τον μαθητή σε θέματα που εντόπισε το ενδιαφέρον του, γ) Κατασκευή και λύση προβλήματος που διαμόρφωσε ο μαθητής. Το βίντεο λειτούργησε ως ερέθισμα νοηματοδότησης, κινητοποιώντας τον μαθητή και παρέχοντας αυθεντικά δεδομένα για τη διαμόρφωση του προβλήματος. δ) συζήτηση αναστοχασμού.

Τα ερευνητικά δεδομένα και η ανάλυσή τους

Τα ερευνητικά δεδομένα ήταν: οι συζητήσεις που έγιναν μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή σε όλη τη διάρκεια της παρέμβασης, οι οποίες καταγράφηκαν και απομαγνητοφωνήθηκαν, οι γραπτές σημειώσεις του μαθητή, το τελικό πρόβλημα, η λύση του προβλήματος και οι προτάσεις που έκανε για την μείωση των πλαστικών.

Η ανάλυση των δεδομένων πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο της θεματικής ανάλυσης. Έγινε πρώτα απομαγνητοφώνηση της συζήτησης εκπαιδευτικού και μαθητή και στη συνέχεια κωδικοποίηση των δεδομένων βάσει επαναλαμβανόμενων νοηματικών μοτίβων. Από την ανάλυση προέκυψαν

τέσσερις θεματικές ενότητες οι οποίες απαντούν στο ερευνητικό ερώτημα που τέθηκε.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Το πρόβλημα που σχεδίασε ο μαθητής

Το πρόβλημα διαμορφώθηκε από τον ίδιο τον μαθητή, ο οποίος βασίστηκε σε στοιχεία που επέλεξε από το βίντεο και τα άρθρα που επεξεργάστηκε. Το τελικό πρόβλημα διατυπώθηκε ως εξής:

Η WWF αναφέρει ότι κάθε χρόνο 570.000 τόνοι πλαστικού καταλήγουν στη Μεσόγειο, από τους οποίους 11.500 προέρχονται από την Ελλάδα. Στο σχολείο μας καταναλώνονται περίπου 350 πλαστικά μπουκάλια την εβδομάδα. Α) Ποιο είναι το ποσοστό των απορριμμάτων της Ελλάδας σε σχέση με το σύνολο; Β) Αν ο στόχος είναι να μειωθεί η ρύπανση της Μεσογείου κατά 80%, πόσοι τόνοι πρέπει να αποφεύγονται; Γ) Πόσα μπουκάλια θα εξοικονομηθούν σε 32 εβδομάδες με μείωση κατά 40%; Δ) Ποια κοινωνική δράση μπορεί να εφαρμοστεί στο σχολείο και πώς θα μπορούσαμε να την αξιολογήσουμε με μαθηματικά;

Η WWF αναφέρει ότι κάθε χρόνο 570.000 τόνοι πλαστικού καταλήγουν στη Μεσόγειο, από τους οποίους 11.500 προέρχονται από την Ελλάδα. Στο σχολείο μας καταναλώνονται περίπου 350 πλαστικά μπουκάλια την εβδομάδα.

Α) Ποιο είναι το ποσοστό των απορριμμάτων της Ελλάδας σε σχέση με το σύνολο;

Β) Αν ο στόχος είναι να μειωθεί η ρύπανση της Μεσογείου κατά 80%, πόσοι τόνοι πρέπει να αποφεύγονται;

Γ) Πόσα μπουκάλια θα εξοικονομηθούν σε 32 εβδομάδες με μείωση κατά 40%;

Δ) Ποια κοινωνική δράση μπορεί να εφαρμοστεί στο σχολείο και πώς θα μπορούσαμε να την αξιολογήσουμε με μαθηματικά;

Εικόνα 1: Το πρόβλημα που σχεδίασε ο μαθητής

Τα αποτελέσματα της θεματικής ανάλυσης είναι τα εξής:

Επιλογή και ερμηνεία δεδομένων με σκοπό την ΚΜΠ

Έχοντας μελετήσει το βίντεο και τα άρθρα, ο μαθητής εντόπισε με ενδιαφέρον συγκεκριμένα στοιχεία, αριθμητικά και μη. Τα κατέγραψε και μπήκε στη διαδικασία σχολιασμού και αξιολόγησης της σημασίας τους. Για παράδειγμα η φράση του: «: Εε ίσως... Το 7%, το 11.500 από 570.000 — θα μπορούσα να βρω ποσοστά με αυτά.» φανερώνει ότι αντιλήφθηκε άμεσα την πιθανή αξιοποίηση των δεδομένων που επέλεξε.

Επέλεξε δεδομένα όπως: οι 570.000 τόνοι πλαστικού που καταλήγουν κάθε χρόνο στη θάλασσα, οι 11.500 τόνοι που προέρχονται από την Ελλάδα, το 7% των απορριμμάτων που ανακυκλώνεται στη χώρα μας και η ατομική κατανάλωση πλαστικού (68 κιλά/άτομο/έτος). Ο μαθητής φαίνεται πως για την επιλογή των δεδομένων καθοδηγείται από το κατά πόσο είναι μαθηματικά αξιοποιήσιμα και από τον αντίκτυπο που έχουν συναισθηματικά και

κοινωνικά. Επίσης, προσθέτει στα δεδομένα που άντλησε από τις πηγές που του δόθηκαν μια προσέγγιση των πλαστικών που καταναλώνονται την εβδομάδα στο σχολείο «Στο σχολείο είμαστε περίπου 150 παιδιά...κάποιοι φέρνουν παγούρια. Ας πούμε ότι την εβδομάδα χρησιμοποιούνται 350 πλαστικά μπουκάλια». Με αυτόν τον τρόπο ο μαθητής συνδέει το μαθηματικό πρόβλημα που σχεδιάζει με το άμεσο κοινωνικό του περιβάλλον που είναι το σχολείο.

Δομή και είδη ερωτήσεων στο σχεδιασμό του μαθηματικού προβλήματος

Το πρόβλημα που δημιούργησε ο μαθητής περιλάμβανε τέσσερα ερωτήματα, εκ των οποίων τα τρία είχαν να κάνουν με ποσοστά και πιο συγκεκριμένα με υπολογισμό ποσοστού, υπολογισμό ποσοστού μείωσης και υπολογισμό μεταβολής σε ετήσια βάση («Α) Ποιο είναι το ποσοστό των απορριμμάτων της Ελλάδας σε σχέση με το σύνολο; Β) Αν ο στόχος είναι να μειωθεί η ρύπανση της Μεσογείου κατά 80%, πόσοι τόνοι πρέπει να αποφεύγονται; Γ) Πόσα μπουκάλια θα εξοικονομηθούν σε 32 εβδομάδες με μείωση κατά 40%;»). Το τέταρτο ερώτημα ήταν ανοιχτού τύπου και ζητούσε να προταθεί κάποια δράση και να αξιολογηθεί μαθηματικά («Δ) Ποια κοινωνική δράση μπορεί να εφαρμοστεί στο σχολείο και πώς θα μπορούσαμε να την αξιολογήσουμε με μαθηματικά;»). Από τη δομή του προβλήματος φαίνεται ότι η σκέψη του μαθητή έχει μια αλληλουχία μαθηματικά, καθώς ξεκινάει από το γενικό (παγκόσμια στοιχεία), μεταβαίνει στο εθνικό (Ελλάδα) και καταλήγει στο τοπικό (σχολείο). Επίσης, διαμόρφωσε ένα ανοικτό ερώτημα με αναφορά σε σύνδεση μαθηματικών και κοινωνικών δράσεων.

Παρότι το πρόβλημα που σχεδίασε ο μαθητής δεν ήταν μαθηματικά περίπλοκο, σε αυτό αναγνωρίζουμε τις συνδέσεις που έκανε με τα δεδομένα που του δόθηκαν, τη διαβάθμιση των ερωτήσεων από το παγκόσμιο στο σχολικό πλαίσιο και τη σύνδεση του προβλήματος με κοινωνικό-οικολογικά θέματα.

Σύνδεση του μαθηματικού προβλήματος με δράσεις κοινωνικής ευθύνης

Ο μαθητής δεν αντιμετώπισε το πρόβλημα ως μια απλή άσκηση, αλλά ως μια ευκαιρία για δράση και παρέμβαση στο περιβάλλον του σχολείου. Πρότεινε να προσφερθούν παγούρια στους μαθητές, να αναρτηθούν αφίσες, καθώς και να καταγράφεται η χρήση πλαστικών μπουκαλιών. Ακόμα, αναφέρθηκε σε μια δράση που υλοποιείται στο σχολείο του, όπως είναι η συλλογή πλαστικών καπακίων « Τα καπάκια ουσιαστικά δηλαδή μαζεύονται και στη συνέχεια από όσο έχω καταλάβει μετατρέπονται σε χρήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για να αγοραστούν αναπηρικά αμαξίδια ή να καλύψουν άλλες ανάγκες». Η αναφορά σε αυτή την πρωτοβουλία φανερώνει ενσυναίσθηση και προσωπική

ταύτιση με τη συλλογική προσπάθεια που υπάρχει ήδη στη σχολική του πραγματικότητα.

Ο μαθητής έδειξε σαφή σημάδια επίγνωσης των δικών του σκέψεων και επιλογών. Εξέτασε τα δεδομένα του, σκέφτηκε τις πράξεις που είχε να κάνει, πρότεινε εναλλακτικούς τρόπους ελέγχου και αναζήτησε μαθηματικά εργαλεία για την επίλυση. Όπως ανέφερε και ο ίδιος: *«Αν βλέπουμε ότι μειώνεται σταθερά [η ποσότητα των πλαστικών στο σχολείο], τότε πέτυχε. Ίσως θα μπορούσαμε να φτιάξουμε και κάποιο γράφημα. Και στο σχολείο είχαμε φτιάξει σε κάτι προβλήματα»*. Μέσω του αποσπάσματος, φαίνεται ότι ο μαθητής συνδέει τη μαθηματική διαδικασία με τον ρόλο της ως εργαλείο αξιολόγησης δράσεων.

Συναισθηματική εμπλοκή και αναγνώριση σύνδεσης μαθηματικών και κοινωνικο-οικολογικών θεμάτων

Κατά την διάρκεια όλης της παρέμβασης ο μαθητής εκδήλωσε ενδιαφέρον και συνδέθηκε συναισθηματικά με το αντικείμενο μελέτης αναφέροντας *«Η αλήθεια είναι ότι είναι σοκαριστικό»*. Τόσο το βίντεο όσο και τα άρθρα φάνηκε ότι πρόσφεραν στον μαθητή ένα νέο πλαίσιο νοήματος, ωθώντας τον να δει τα μαθηματικά ως εργαλείο κατανόησης, αξιολόγησης και παρέμβασης στον κόσμο: *«Ε μπορώ να πω ότι μου άρεσε αυτό που κάναμε σήμερα [...] Στο σχολείο βλέπουμε ότι οι περισσότεροι φέρνουν μπουκάλια, αλλά δεν είχα σκεφτεί τη σύνδεση»*. Και στα δυο αποσπάσματα παρατηρούμε ότι ο μαθητής αναγνωρίζει τις συνδέσεις που θα μπορούσαν να γίνουν ανάμεσα στα μαθηματικά και σε περιβαλλοντικά θέματα.

ΣΥΖΗΤΗΣΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η μελέτη αφορά τη διαμόρφωση και λύση μαθηματικού προβλήματος από ένα μαθητή με κοινωνικο-οικολογικά χαρακτηριστικά. Η θεματική ανάλυση βοήθησε στην εύρεση του τρόπου με τον οποίο η ΚΜΠ λειτουργεί ως γέφυρα που συνδέει τα μαθηματικά με θέματα κοινωνικής ευθύνης και ευαισθησίας του μαθητή. Από τα αποτελέσματα, γίνεται αντιληπτό ότι ο μαθητής ενεπλάκη ενεργά στη διαδικασία επιλογής δεδομένων, σχεδιασμού ερωτημάτων και προτάσεων λύσεων. Η αλληλουχία των ενεργειών του έδειξε ότι ο μαθητής συμμετείχε γνωστικά και συναισθηματικά σε μεγάλο βαθμό και είχε την ικανότητα να συνδέσει τα μαθηματικά με προβλήματα της καθημερινότητάς του. Πιο συγκεκριμένα, ο μαθητής εντόπισε και αξιολόγησε αυθεντικά δεδομένα από επίσημες πηγές (βίντεο, άρθρα WWF). Συνέδεσε τις πληροφορίες με εμπειρίες της σχολικής και τοπικής κοινότητας και διατύπωσε ένα πρόβλημα που περιλάμβανε ερωτήματα μαθηματικά και

κοινωνικής φύσης. Ακόμα, πρότεινε τρόπους αξιολόγησης δράσεων και νοσηματοδότησε τη μαθηματική διαδικασία ως κοινωνική πράξη.

Τα ευρήματα ευθυγραμμίζονται με τη θέση του Cai (2005) ότι η δημιουργία προβλημάτων αποτελεί μορφή βαθιάς μαθηματικής κατανόησης, και επιβεβαιώνεται από την ικανότητα του μαθητή να δομήσει ερωτήματα βασισμένα σε περιβαλλοντικά δεδομένα με συνοχή και σημασία. Επίσης, η σύνδεση μαθηματικής σκέψης με κοινωνική ευθύνη, όπως προτείνεται από τον Skovsmose (2018), επαληθεύεται από την πρόταση δράσης του μαθητή που περιλαμβάνει ποσοτικά και κοινωνικά στοιχεία. Επιπλέον, η διδακτική παρέμβαση εναρμονίζεται με το πλαίσιο των Ρεαλιστικών Μαθηματικών του Freudenthal (1981), αφού ενεργοποίησε τον μαθητή σε καταστάσεις με νόημα, αρχίζοντας από τον κόσμο του. Συμπερασματικά, η επιστήμη των μαθηματικών και μάλιστα η μέθοδος ΚΜΠ μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως το μέσο που θα φέρει τους μαθητές ένα βήμα πιο κοντά στην αφύπνιση της οικολογικής τους συνείδησης, μεταξύ άλλων. Προηγούμενες έρευνες (π.χ. Bonotto, 2013) έχουν δείξει ότι η συγκεκριμένη μέθοδος ενισχύει τη μαθηματική κατανόηση και την κοινωνική ευαισθησία των μαθητών, ιδίως όταν συνδέεται με περιβαλλοντικά ζητήματα. Η χρήση αυθεντικού περιβαλλοντικού περιεχομένου ανέδειξε τη δυνατότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης να κινητοποιεί και να ευαισθητοποιεί τους μαθητές.

Η συναισθηματική εμπλοκή του μαθητή στη δραστηριότητα επιβεβαιώνει τα ευρήματα των Robina-Ramirez et al. (2020), οι οποίοι τονίζουν ότι η εκπαίδευση για τη βιωσιμότητα επηρεάζει ουσιαστικά τη συμπεριφορά των μαθητών όταν συνοδεύεται από ενεργοποίηση συναισθημάτων. Τέτοιες συναισθηματικά φορτισμένες μαθησιακές εμπειρίες είναι καθοριστικές για τη μετατροπή της περιβαλλοντικής γνώσης σε υπεύθυνη συμπεριφορά.

Σε διδακτικό επίπεδο, η εφαρμογή της μεθόδου ΚΜΠ ανέδειξε ότι ακόμη και η εργασία ενός μεμονωμένου μαθητή, σε κατάλληλα οργανωμένο περιβάλλον, μπορεί να καλλιεργήσει κριτική σκέψη, αυτενέργεια, σύνδεση μαθηματικής και κοινωνικής γνώσης, καθώς και μεταγνωστική επίγνωση. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού αναδεικνύεται κεντρικός, όχι ως απλός μεταδότης γνώσης αλλά ως συντονιστής και υποστηρικτής της μαθηματικής σκέψης. Η παροχή ελευθερίας έκφρασης, επιλογής και στοχασμού συμβάλλει στην απόδοση νοήματος στη μαθηματική δραστηριότητα.

Περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να εξετάσει την εφαρμογή της παρέμβασης σε ομάδες μαθητών, προκειμένου να διερευνηθεί ο ρόλος της συνεργασίας στην παραγωγή προβλήματος και να συγκριθούν διαφορετικές γνωστικές προσεγγίσεις. Τέλος, η μέθοδος ΚΜΠ θα μπορούσε να αξιοποιηθεί

διαθεματικά, σε γνωστικά αντικείμενα όπως η κοινωνιολογία ή η βιολογία, με άξονα την πολυπλοκότητα περιβαλλοντικών ζητημάτων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Arikan, E. E., & Ünal, H. (2015). Investigation of problem-solving and problem-posing abilities of seventh-grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(5), 1403-1416. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.5.2678>
- Barwell, R., Boylan, M., & Coles, A. (2022). Mathematics education and the living world: A dialogic response to a global crisis. *The Journal of Mathematical Behavior*, 68, 101013 <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.101013>
- Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for research in mathematics education*, 29(1), 41-62. <http://www.jstor.org/stable/749717?origin=JSTOR-pdf>
- Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational studies in Mathematics*, 83(1), 37-55. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9441-7>
- Boylan, M., & Coles, A. T. (2017). Is another mathematics education possible?: an introduction to a Special Issue on Mathematics Education and the LIVING WORLD. *Philosophy of mathematics education journal*, 32.
- Cai, J., & Rott, B. (2024). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM–Mathematics Education*, 56(1), 61-71. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01536-w>
- Coles, A., Solares-Rojas, A., & le Roux, K. (2024). Socio-ecological gestures of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 116(2), 165-183 <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10318-4>
- Dierdorff, A., Bakker, A., Eijkelhof, H., & van Maanen, J. (2011). Authentic Practices as Contexts for Learning to Draw Inferences Beyond Correlated Data. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 132–151. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538294>
- Dori, Y. J., & Herscovitz, O. (1999). Question-posing capability as an alternative evaluation method: Analysis of an environmental case study. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, 36(4), 411-430. doi: 10.1080/09500690500102946

- Elbers, E. (2003). Classroom interaction as reflection: learning and teaching mathematics in a community of inquiry. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 77–99. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.00000005211.95182.90>
- Freudenthal, H. (1981). Major problems of mathematics education. *Educational studies in mathematics*, 133–150. <https://doi.org/10.1007/BF00305618>
- Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of curriculum studies*, 32(6), 777–796. <https://doi.org/10.1080/00220270050167170>
- Kosyvas, G. (2016). The students' involvement in a workplace inquiry activity: solution of the solar panel problem. *Proceedings of the BSRLM*, 36(1), 47–52.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational studies in mathematics*, 67(1), 37–58. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9083-3>
- Robina-Ramírez, R., Merodio, J. A. M., & McCallum, S. (2020). What role do emotions play in transforming students' environmental behaviour at school?. *Journal of Cleaner Production*, 258, 120638. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.120638>
- Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching children mathematics*, 12(3), 129–135. <https://doi.org/10.5951/TCM.12.3.0129>
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19–28.
- Skovsmose, O. (2018). Critical mathematics education. In *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 1–6). Springer, Cham.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. *Technology in mathematics education*, 4(7), 518–525.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institute CD-rom for ICME9*, 32.
- Wake, G. (2015). Preparing for workplace numeracy: a modelling perspective. *ZDM*, 47(4), 675–689. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0704-5>