ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - QUIZ 2, 29 Μάη 2019

1. Έστω λ το μέτρο Lebesgue και $f : \mathbb{R} \to [-\infty, 0]$ μία Borel μετρήσιμη συνάρτηση, τότε
   ○ $\int f^+ \, d\lambda = 0$ ○ $\int f^- \, d\lambda = 0$ ○ $\int |f| \, d\lambda = \int f \, d\lambda$ ○ $\int f \, d\lambda \le 0$
2. Αν X τ.μ. με πραγματικές τιμές, τότε όταν ορίζονται
   ○ $E(X) = E(X^+) + E(X^-)$ ○ $E(X) = E(X^+) - E(X^-)$ ○ $E|X| = E(X^+) - E(X^-)$
   ○ $E|X| = E(X^+) + E(X^-)$
3. Αν $X_n \xrightarrow{L^1} X$ τότε
   ○ $X_n \xrightarrow{a.s.} X$ ○ $X_n \xrightarrow{p} X$ ○ $X_n \xrightarrow{L^2} X$ ○ $X_n \xrightarrow{c} X$
4. Έστω P ένα μέτρο πιθανότητας στον $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ με $P(A) = P(-A)$ για κάθε $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$. Όταν ορίζονται, τότε
   ○ $\int 1 \, dP(x) = +\infty$ ○ $\int x \, dP(x) = 0$ ○ $\int x^+ \, dP(x) = \int x^- \, dP(x)$ ○ $\int |x| \, dP(x) = \int x^+ \, dP(x)$
5. Αν $X_n,\ X \in L^3$ και $E|X_n - X|^3 \to 0$, τότε
   ○ $X_n \xrightarrow{L^1} X$ ○ $X_n \xrightarrow{L^3} X$ ○ $X_n \xrightarrow{L^5} X$ ○ $X_n \xrightarrow{p} X$
6. Αν $|X| \overset{a.s.}{=} |Y|$, τότε ποιά απο τα ακόλουθα είναι αληθή ;
   ○ $X \overset{a.s.}{=} Y$ ○ $X^2 \overset{a.s.}{=} Y^2$ ○ $|X| \overset{d}{=} |Y|$ ○ $E|X| = E|Y|$
7. Αν (A_n) ακολουθία ανεξάρτητων ενδεχομένων, τότε $\sum_n P(A_n) = +\infty \ \Rightarrow$
   ○ $P(\liminf A_n) = 1$ ○ $P(\cap A_n) = 1$ ○ $P(\limsup A_n) = 1$ ○ $P(\cup A_n) = 1$
8. Σε μία άπειρη ακολουθία ανεξάρτητων ρίψεων ενός τίμιου ζαριού, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 1;
   ○ άπειρα 6 ○ τελικά 1 ○ τελικά όχι 1 ○ άπειρα 123456
9. Ποιά από τα επόμενα ισχύουν όταν $\sum E(|X_n|) < \infty$;
   ○ $P(\sum X_n \in \mathbb{R}) = 1$ ○ $E(\sum X_n) \in \mathbb{R}$ ○ $E(\sum |X_n|) = \sum E|X_n|$ ○ $E(\sum X_n) = \sum E(X_n)$
10. Αν ν είναι το αριθμητικό μέτρο στο $(\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}))$, τότε $\int 1_{\{1,\ldots,5\}} \, d\nu =$
    ○ 1 ○ 5 ○ 15
11. Αν λ είναι το μέτρο Lebesgue στον $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$, και $\mathbb{Q}$ οι ρητοί, τότε $\int 1_{\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}} \, d\lambda =$
    ○ $+\infty$ ○ δεν ορίζεται ○ 1 ○ 0
12. Αν μ, ν είναι δύο μέτρα σε μετρήσιμο χώρο $(X, \mathcal{A})$, με $\nu << \mu$, τότε
    ○ $\nu(X) \le \mu(X)$ ○ $\nu(A) = 0 \Rightarrow \mu(A) = 0$ ○ $\mu(A) = 0 \Rightarrow \nu(A) = 0$
13. Έστω $f(x) = 0.5e^{-|x|},\ x \in \mathbb{R}$ και $\mu(A) = \int_A f d\lambda,\ \forall A \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$. Τότε, στον χώρο μέτρου $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}), \mu)$
    ○ $\mu(A) = 0 \ \Rightarrow \lambda(A) = 0$ ○ $\lambda(A) = 0 \ \Rightarrow \ \mu(A) = 0$ ○ $\mu(\mathbb{R}) = 1$ ○ $1_{\mathbb{Q}} \overset{a.s.}{=} 0$
14. Αν $X \in [-\infty, 0]$ είναι αρνητική τ.μ., τότε
    ○ $E(X) = 0 \ \Rightarrow \ X \overset{a.s.}{=} 0$ ○ $-\infty < E(X) \ \Rightarrow \ P(X > -\infty) = 1$ ○ $E(X) = -\infty \ \Rightarrow \ P(X = -\infty) > 0$
15. Η σ–άλγεβρα γινόμενο 2 μετρήσιμων χώρων παράγεται από τα
    ○ Borel ○ μετρήσιμα ορθογώνια ○ σύνολα μέτρου 0

<u>ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!</u>