ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - QUIZ 2, 18 Μάη 2018

1. Έστω λ το μέτρο Lebesgue και $f:\mathbb{R}\to\overline{\mathbb{R}}$ Lebesgue μετρήσιμη συνάρτηση, τότε ορίζεται πάντα το

   √ $\int |f|\,d\lambda$ √ $\int f^+\,d\lambda$ ○ $\int f\,d\lambda$ ○ $\int \cos f\,d\lambda$

2. Αν $X_n,\ X\in L^2$ και $E(X_n-X)^2\to 0$, τότε

   √ $X_n \xrightarrow{L^1} X$ √ $X_n \xrightarrow{L^2} X$ ○ $X_n \xrightarrow{a.s.} X$ √ $X_n \xrightarrow{p} X$

3. Αν $P_X(A)=\lambda(A\cap(0,1)),\ \forall A\in\mathcal{B}(\mathbb{R})$ τότε η τ.μ. X

   ○ είναι διακριτή √ **ακολουθεί την** $Unif(0,1)$ ○ έχει στήριγμα το (0,1) √ **έχει στήριγμα το $[0,1]$**

4. Αν $|X|\overset{d}{=}|Y|$, τότε ποιά απο τα ακόλουθα είναι αληθή ;

   ○ $X\overset{d}{=}Y$ √ $X^2\overset{d}{=}Y^2$ √ $E|X|=E|Y|$ ○ $|X|\overset{a.s.}{=}|Y|$

5. Αν (A_n) ακολουθία ενδεχομένων, τότε $\sum_n P(A_n)<+\infty\ \Rightarrow$

   √ $P(\liminf A_n)=0$ √ $P(\cap A_n)=0$ √ $P(\limsup A_n)=0$ ○ $P(\cup A_n)=0$

6. Σε μία άπειρη ακολουθία ανεξάρτητων ρίψεων ενός αμερόληπτου νομίσματος, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 0;

   √ **μόνο Γ** √ **τελικά Γ** √ **πεπερασμένα Κ** ○ άπειρα Κ

7. Ποιά από τα επόμενα ισχύουν όταν $\sum E(|X_n|)<\infty$;

   √ $P(\sum X_n\in\mathbb{R})=1$ √ $E(\sum X_n)\in\mathbb{R}$ √ $E(\sum |X_n|)=\sum E|X_n|$ √ $E(\sum X_n)=\sum E(X_n)$

8. Αν ν είναι το αριθμητικό μέτρο στο $(\mathbb{N},\mathcal{P}(\mathbb{N}))$, τότε $\int 1_{\{1,\dots,s\}}\,d\nu=$

   ○ 1 √ s ○ $s(s+1)/2$

9. Αν λ είναι το μέτρο Lebesgue στον $(\mathbb{R},\mathcal{B}(\mathbb{R}))$, και $\mathbb{Q}$ οι ρητοί, τότε $\int 1_{\mathbb{Q}}\,d\lambda=$

   ○ $+\infty$ ○ δεν ορίζεται ○ 1 √ **0**

10. Αν δ_i είναι το μέτρο Dirac στο $i\in\mathbb{N}$, τότε

    √ $\int_{\mathbb{N}} 1\,d\delta_i=1$ ○ $\int_{\mathbb{N}} 1\,d\delta_i=i$ √ $\nu=\sum_i\delta_i$

11. Αν $P(|X_n-X|>1/n)<1/n^2,\ \forall n=1,2,\dots$ τότε

    √ $X_n \xrightarrow{a.s.} X$ √ $X_n \xrightarrow{p} X$ ○ $X_n \xrightarrow{L^1} X$ √ $X_n \xrightarrow{c} X$

12. Έστω $f(x)=e^{-x}1_{(0,+\infty)}(x),\ x\in\mathbb{R}$ και $\mu(A)=\int_A f d\lambda,\ \ \forall A\in\mathcal{B}(\mathbb{R})$. Τότε, στον χώρο μέτρου $(\mathbb{R},\mathcal{B}(\mathbb{R}),\mu)$

    ○ $\mu(A)=0\ \Rightarrow\lambda(A)=0$ √ $\lambda(A)=0\ \Rightarrow\ \mu(A)=0$ √ $\mu(\mathbb{R})=1$ √ $1_{\mathbb{Q}}\overset{a.s.}{=}0$

13. Αν X τ.μ. με πραγματικές τιμές, τότε

    ○ $E(X)=E(X^+)+E(X^-)$ ○ $E|X|=E(X^+)-E(X^-)$ ○ $Var(X)=0\ \Rightarrow\ P(X=0)=1$

14. Αν X εκτεταμένη τ.μ., τότε

    ○ $E(X)=0\ \Rightarrow\ X\overset{a.s.}{=}0$ √ $E|X|<+\infty\ \Rightarrow\ P(X\in\mathbb{R})=1$ ○ $E|X|=+\infty\ \Rightarrow\ P(X=+\infty)>0$

15. Αν X,Y,Z ανεξάρτητες πραγματικές τ.μ., τότε όταν ορίζονται

    √ $E(XY)=E(X)E(Y)$ ○ $Var(XY)=Var(X)Var(Y)$ √ $Cov(X,Y^2+Z^2)=0$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!