

[08] Έστω :

$$\mathcal{Y} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} \underline{b_1^T} \\ \underline{b_2^T} \\ \underline{b_3^T} \end{bmatrix}$$

Να βρεθούν συνθήκες ως προς τις πραγματικότερες ωσες $(\mathcal{Y}, \mathcal{B})$ να μην είναι πλήρως ελέγχσιμο.

$$P(\lambda) = [\lambda I - \mathcal{Y} : \mathcal{B}] = \begin{bmatrix} \lambda - \lambda_0 & -1 & 0 & | & \underline{b_1^T} \\ 0 & \lambda - \lambda_0 & -1 & | & \underline{b_2^T} \\ 0 & 0 & \lambda - \lambda_0 & | & \underline{b_3^T} \end{bmatrix}$$

Αν $\lambda \neq \lambda_0$ $\text{Rank}(P(\lambda)) = 3$. Αν $\lambda = \lambda_0$ τότε

$$P(\lambda_0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & | & \underline{b_1^T} \\ 0 & 0 & -1 & | & \underline{b_2^T} \\ 0 & 0 & 0 & | & \underline{b_3^T} \end{bmatrix}$$

Επομένως $\text{Rank}[P(\lambda_0)] < 3 \Leftrightarrow \underline{b_3} = \underline{0}$