

Ασκήσεις

1) (πρόβλημα γεννεθρίων)

Να βρεθεί το ελάχιστο n , ώστε $P_n = P(\exists$ τουλάχιστον 2 άτομα μεταξύ n που έχουν γεννέθρια την ίδια μέρα) ≥ 0.5 .

Δεχθείτε ότι οι μέρες του χρόνου είναι 365 και μία γέννηση λαμβάνει χώρα ισοπίθανα σε κάθε μία από τις 365.

2) (πρόβλημα συμπτώσεων)

Δύο φίλοι λένε να συναντηθούν μεταξύ 12 και 1 το μεσημέρι. Καταφθάνουν τυχαία μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα και ζητείται η πιθανότητα να μη ~~σταθεί~~ μανένας παραπάνω από 10'.

(ή να μην περιμένει κανένας ~~απερισσότερο~~ από 10')

3) (πρόβλημα Γαλιλαίου, Ασμ. 2, φυλ. Χελιώτης + επιπέδον υποερώτημα)

Ρίχνουμε 3 συνηθισμένα ζάρια. (α) Ποιά είναι η πιθανότητα το άθροισμα των ενδείξεών τους να ισούται με 9?

(β) όπως το (α) αλλά με άθροισμα 10.

(γ) Ποιό είναι πιο πιθανό? Να φέρουμε άθροισμα 10 ή 11?

Μπορείτε να απαντήσετε χωρίς να καταγράψετε όλες τις δυνατές περιπτώσεις που μας δίνουν άθροισμα 11?

4) (κατανομές σφαιριδίων σε κελιά)

Ασμηση 21 στο φυλλ. Χελιώτη

5) (σφαιρίδια σε κάλπες)

Ασμ. 9 στο φυλλ. Χελιώτη

6) Σε μία προφορική εξέταση, ένας φοιτητής οφείλει να απαντήσει σε 8 από 10 προτεινόμενες ερωτήσεις.

α) Πόσες δυνατές επιλογές έχει?

β) Πόσες επιλογές έχει αν υποχρεούται να απαντήσει στις 3 πρώτες

γ) πόσες επιλογές έχει αν ^{πρέπει να} απαντήσει σε τουλάχιστον 4 από τις 5 πρώτες ερωτήσεις?

7) (Ασμ. 2.11 & 2.16 - Ross)

• Αν $P(E) = 0.9$ και $P(F) = 0.8$ δείξτε ότι $P(EF) \geq 0.7$

• Ανισ. Bonferroni : ($n=2$) Δείξτε ότι $P(EF) \geq P(E) + P(F) - 1$

γενίευση για n ανσάρετο : $P(\prod_{i=1}^n E_i) \geq \sum_{i=1}^n P(E_i) - (n-1)$

8) i) Αν $(A_n)_{n \geq 1}$ ακολουθία ενδεχομένων τέτοια ώστε $P(A_n) = 0, \forall n \geq 1$, ⁽²⁾
δείξτε ότι $P\left(\bigcup_{n \geq 1} A_n\right) = 0$.

ii) Αν $(A_n)_{n \geq 1}$ ακολουθία ενδεχομένων τέτοια ώστε $P(A_n) = 1, \forall n \geq 1$,
δείξτε ότι $P\left(\bigcap_{n \geq 1} A_n\right) = 1$.

9) Έστω $n \geq 1$ κάποιος σταθερός φυσικός αριθμός.

Επιλέγουμε στην τύχη κάποιον αριθμό από τους $1, 2, \dots, n$ (ισοπίθανα).

Θεωρούμε την οικογένεια των ενδεχομένων

$A_p : \text{"το } p \text{ διαιρεί τον επιλεγμένο αριθμό"} , \forall p, 1 \leq p \leq n$.

Υπολογίστε την πιθανότητα πραγματοποίησης του A_p , $\forall p$, με $1 \leq p \leq n$.

10) Έστω ότι έχουμε n -διακεκριμένα σημεία πάνω σε μία
ευθεία γραμμή. i) Επιλέγουμε τυχαία 2, από αυτά ($n \geq 2$) και
ζητάμε την πιθανότητα να είναι γειτονικά.

ii) Γενίκευση. Ποιά είναι η πιθανότητα να είναι γειτονικά
αν επιλέζουμε τυχαία k -από αυτά ($2 \leq k \leq n$).

iii) Υπολογίστε αυτή την πιθανότητα αν τα σημεία
βρίσκονται σε κύκλο, για $k=2$.