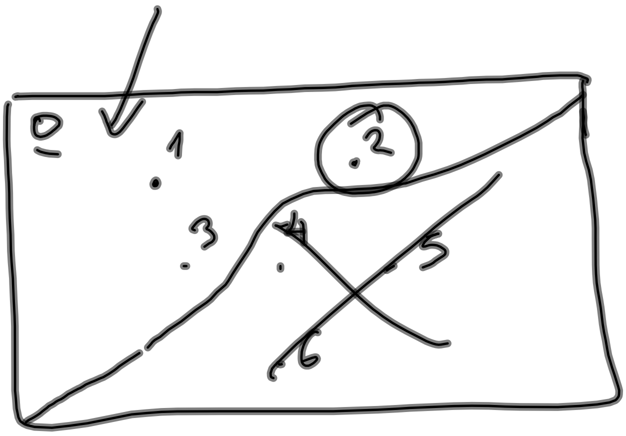
Δεσμευμένη Πιθαν



$P(A|B) =$

B: ζαριά ≤ 3

A: ζαριά άρτια

$\frac{1}{3} = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}}$ στο νέο δ.χ

Ιδιότητες

π.χ. $P(\emptyset) = 0$

$P(A^c) = 1 - P(A)$

$A \subseteq C \Rightarrow P(A) \leq P(C)$

$P(\emptyset \mid B) = 0$

$P(A^c \mid B) = 1 - P(A \mid B)$

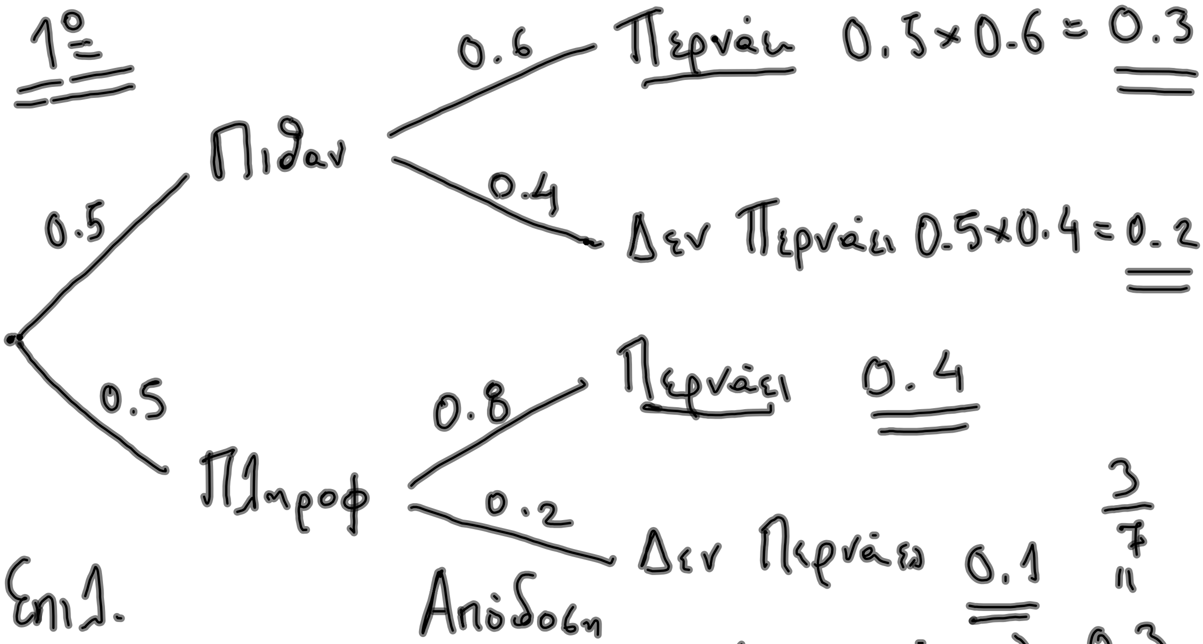
$A \subseteq C \quad P(A \mid B) \leq P(C \mid B)$

Όχι

$\cancel{P(B \mid A) \leq P(B \mid C)}$

Παράδειγμα

1ο



$$P(\text{πιθαν} \mid \text{πέρασε}) = \frac{P(\text{πιθαν} \cap \text{πέρασε})}{P(\text{πέρασε})} = \frac{0.3}{0.7} = \frac{3}{7}$$

P(Πιθαν - περνάει) = 0.3

P(περνάει)

Πολλαπλασιαστικός
Νόμος

$$P(\pi\iota\theta \wedge \pi\epsilon\rho) = P(\pi\iota\theta)\,P(\pi\epsilon\rho \mid \pi\iota\theta)$$

$$\underset{0.3}{\shortparallel} \qquad \underset{0.5}{\shortparallel} \qquad \underset{0.6}{\shortparallel}$$

$$P(AB) = P(B)\,P(A \mid B)$$

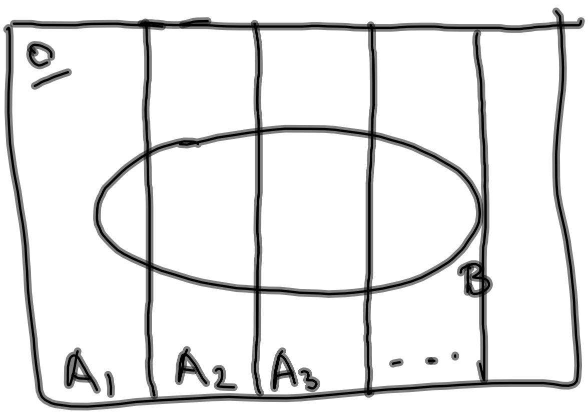
$A_1, A_2, \ldots, A_n$

$$P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1\cdots A_{n-1})$$

$$= \cancel{P(A_1)} \cdot \frac{\cancel{P(A_1A_2)}}{\cancel{P(A_1)}} \cdot \frac{\cancel{P(A_1A_2A_3)}}{\cancel{P(A_1A_2)}} \cdots \frac{P(A_1A_2\cdots A_n)}{\cancel{P(A_1A_2\cdots A_{n-1})}}$$

$$= P(A_1A_2\cdots A_n)$$

Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας



$$P(B) = P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n B\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n B) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)P(B|A_n)$$

A_n ξένα ανά δύο

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \underline{\Omega}$$

$$P(\text{πέρασε}) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)$$

$$= P(\text{πιθ})P(\text{περ}|\text{πιθ}) + P(\text{πληρ})P(\text{περ}|\text{πληρ})$$

$$= 0.5 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 0.8$$

$$= 0.3 + 0.4 = 0.7$$

A_1: Πιθαν.

A_2: Πληροφ

Κανόνας του Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} \cdot P(B|A)$$

$$\frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$\frac{\cancel{P(A)}}{P(B)} \cdot \frac{P(BA)}{\cancel{P(A)}}$$

3 Βασικά Αποτελέσματα

Πείραμα Τύχης 2 σταδ.

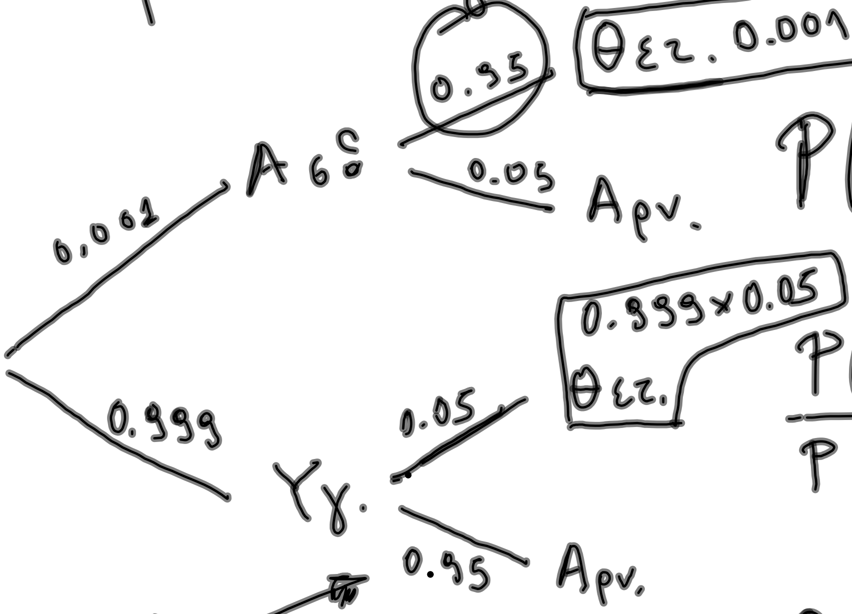
Πολ/κος νόμος $\rightarrow P(1^{o} \text{ κ } 2^{o})$

Θ.Ο.Π $\longrightarrow P(2^{o})$

Κανόνας Bayes $\rightarrow P(1^{o} / 2^{o})$

Δεδομένα: $P(1^{o})$, $P(2^{o} | 1^{o})$

Αιματολογικό Τεστ. 0.95



$$P(\alpha\sigma\vartheta \mid \vartheta\varepsilon\tau) = \frac{P(\alpha\sigma\vartheta)}{P(\vartheta\varepsilon\tau)} \cdot P(\vartheta\varepsilon\tau \mid \alpha\sigma\vartheta) = \frac{0.001 \times 0.95}{0.001\times 0.95 + 0.999 \times 0.05} \simeq 2\%$$

Κρίσιμος

$$P(\text{θετ} \mid \text{αυθ}) = 0.95$$

$$P(\text{αυθ} \mid \text{θετ}) \simeq 0.02$$

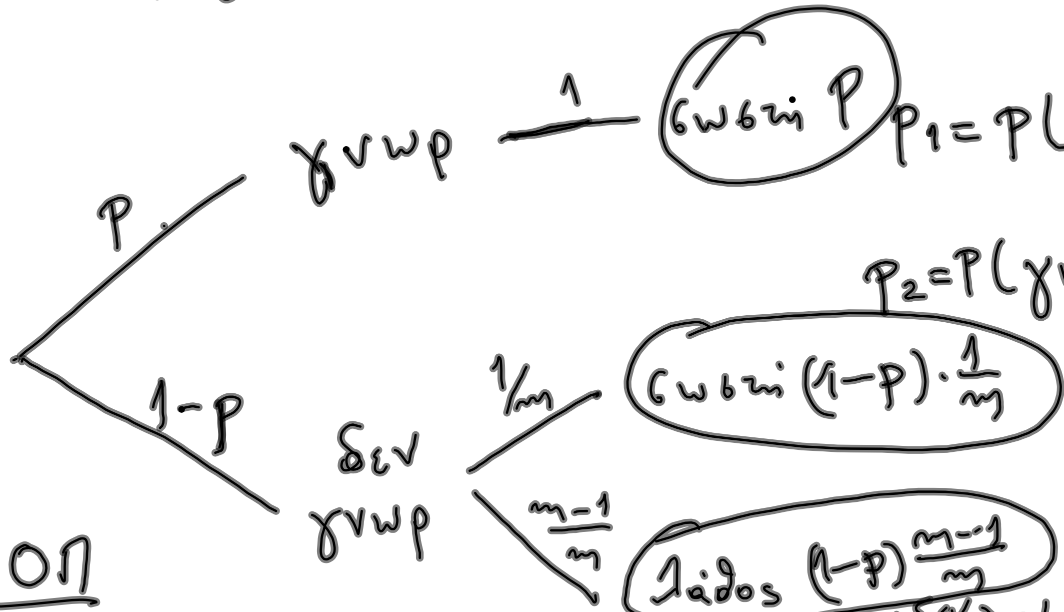
Παρ: Οικογ. με 2 παιδιά

$\underline{\Omega} = \{AA, AK, KA, KK\}$

$$P(\underbrace{2\ \text{κορ}}_{A} \mid \underbrace{1\ \text{τουλ.}\ \text{κορ}}_{B}) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{\cancel{4}}}{\frac{3}{\cancel{4}}}$$

$$P(\underbrace{2\ \text{κορ}}_{A} \mid \underbrace{\text{το πρωτότοκο κορ}}_{\Gamma}) = \frac{P(A\Gamma)}{P(\Gamma)} = \frac{\frac{1}{\cancel{4}}}{\frac{1}{2}}$$

Τεστ πολ/πλής επιλογής



$p_1 = P(\text{σωστή})$

$p_2 = P(\text{γνωρ} \mid \text{σωστή})$

ΘΟΠ

$$P_1 = P(\text{σωστή}) = P(\text{γνωρ})P(\text{σωστή} \mid \text{γνωρ}) + P(\text{δεν γν})P(\text{σωσ} \mid \text{δεν γν})$$
$$= p\cdot 1 + (1-p)\frac{1}{m} = p + \frac{1-p}{m}$$

Κανόνας Bayes

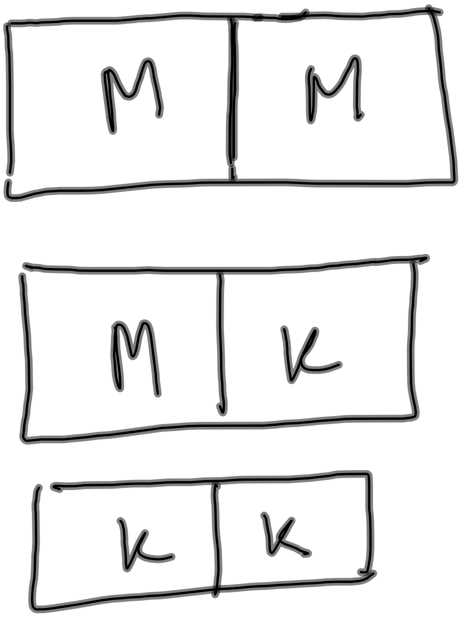
$$P_2 = P(\text{γνωρ} \mid \text{σωστό})$$

$$= \frac{P(\text{γνωρ})}{P(\text{σωστά})} \cdot P(\text{σωστό} \mid \text{γνωρ})$$

$$= \frac{p}{p + \frac{1-p}{m}} \cdot 1 = \frac{mp}{1 + (m-1)p}.$$

Οκτ 14-10:50 πμ

Παράδειγμα: 3 κάρτες



Πείραμα τύχης:

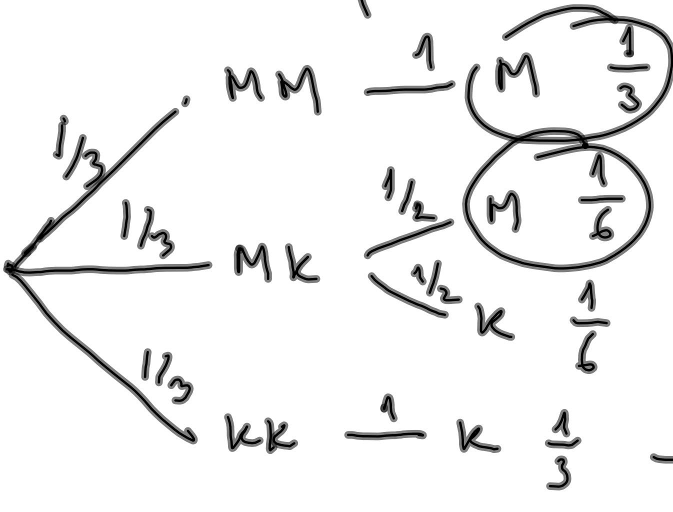
1ο Επιλογή κάρτας

↓

2ο Επιλογή πλευράς

Οκτ 14-10:53 πμ

$$P\left(\begin{matrix}\text{άλλη πλ.}\\ \text{να είναι}\\ \text{μπλε}\end{matrix}\;\middle|\;\text{μπλε πλ.}\right)$$



$$= \frac{P(MM)}{P(MM)P(M|MM)+P(MK)\cdot P(M|MK)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = \frac{2}{3}$$