Πιθανότητες και Στατιστική
Διάλεξη 8
Διακριτές τυχαίες μεταβλητές
Βασικές έννοιες

Αντώνης Οικονόμου

Τμήμα Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Αθηνών

4 Νοεμβρίου 2014

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.
- $P(X \leq x)$: Συνάρτηση κατανομής τυχαίας μεταβλητής.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.
- $P(X \leq x)$: Συνάρτηση κατανομής τυχαίας μεταβλητής.
- Συμβολισμός: Κεφαλαία γράμματα για τις τ.μ.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή $=$ αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή $=$ συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.
- $P(X \leq x)$: Συνάρτηση κατανομής τυχαίας μεταβλητής.
- Συμβολισμός: Κεφαλαία γράμματα για τις τ.μ.
  Μικρά γράμματα για τις τιμές των τ.μ.

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Συνάρτηση κατανομής της X, $F_X(x) = P(X \leq x)$:

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Συνάρτηση κατανομής της X, $F_X(x) = P(X \leq x)$:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/8 & 0 \leq x < 1 \\ 4/8 & 1 \leq x < 2 \\ 7/8 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3. \end{cases}$$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) =$;

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) =$; ;

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) =$; ; ;

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = \,;\;;\;; = \dfrac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- $X =$ Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \dfrac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
$= \frac{0}{\pi} = 0.$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X=x) = ;\ ;\ ; = \dfrac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
$= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \dfrac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$ $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X\leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X\leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{\pi x^2}{\pi} = x^2,\ 0 \leq x \leq 1.$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X\leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{\pi x^2}{\pi} = x^2,\ 0 \leq x \leq 1.$
- Στα πειράματα με συνεχή δειγματικό χώρο η συνάρτηση πιθανότητας δεν δίνει πληροφορία.

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X\leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{\pi x^2}{\pi} = x^2,\ 0 \leq x \leq 1.$
- Στα πειράματα με συνεχή δειγματικό χώρο η συνάρτηση πιθανότητας δεν δίνει πληροφορία.
- Η συνάρτηση κατανομής δίνει πληροφορία πάντα.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) $=$ Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή = Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή = Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή = Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά = Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή = Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά = Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.
  Πόσο απλωμένες είναι οι τιμές της;

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) $=$ Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. $=$ Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή $=$ Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά $=$ Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.
  Πόσο απλωμένες είναι οι τιμές της;
- Μια τυχαία μεταβλητή μπορεί να δεσμευθεί από γεγονός ή τ.μ.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή = Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά = Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.
  Πόσο απλωμένες είναι οι τιμές της;
- Μια τυχαία μεταβλητή μπορεί να δεσμευθεί από γεγονός ή τ.μ.
- Υπάρχει η έννοια ανεξάρτητων τ.μ.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών:

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.:

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).
  2. $\sum_x p_X(x) = 1$ (κανονικοποίηση).

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).
  2. $\sum_x p_X(x) = 1$ (κανονικοποίηση).
- Πιθανότητα ενδεχομένου S για τιμές τ.μ.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).
  2. $\sum_x p_X(x) = 1$ (κανονικοποίηση).
- Πιθανότητα ενδεχομένου S για τιμές τ.μ. $P(X \in S) = \sum_{x \in S} p_X(x)$.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
    1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
  2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
  2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.
- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου για μια τ.μ.:

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
  2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.
- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου για μια τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τις τιμές της X που αντιστοιχούν στο ενδεχόμενο.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
  2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.
- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου για μια τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τις τιμές της X που αντιστοιχούν στο ενδεχόμενο.
  2. Τις προσθέτουμε.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- $Y=$ Πλήθος K ως τα πρώτα Γ

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma KK\}) + P(\{\Gamma K\Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma \Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y$ άρτιος$) =$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma \Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y \text{ άρτιος}) = P(Y = 0) + P(Y = 2) = \frac{5}{8}$.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y \text{ άρτιος}) = P(Y = 0) + P(Y = 2) = \frac{5}{8}$.
  $P(Y > 0) =$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y \text{ άρτιος}) = P(Y = 0) + P(Y = 2) = \frac{5}{8}$.
  $P(Y > 0) = P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) = \frac{4}{8}$.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).
- Σμπ:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p, & \text{αν } X = 0, \\ p, & \text{αν } X = 1. \end{cases}$$

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\text{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\text{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\text{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\text{Bin}(n, p)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \ k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την Geom(p).

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\mathrm{Geom}(p)$.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\text{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\text{Geom}(p)$.
- Σμπ:
$$p_X(k) = (1-p)^{k-1}p, \;\; k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).
- Σμπ:

$$p_X(k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}, \ k = 0, 1, 2, \ldots .$$

Άλλες κλασικές κατανομές

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.
- Η αρνητική διωνυμική κατανομη.

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.
- Η αρνητική διωνυμική κατανομη.
- Άλλες αρνητικές διωνυμικές κατανομες.

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.
- Η αρνητική διωνυμική κατανομη.
- Άλλες αρνητικές διωνυμικές κατανομες.
- Η υπεργεωμετρική κατανομή.

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X=x) = c\frac{\lambda^x}{x!},\ x = 0, 1, 2, \ldots.$

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X=x) = c\frac{\lambda^x}{x!},\ x = 0, 1, 2, \ldots.$
- $c =$;

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- $X=$ Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X=x)=c\frac{\lambda^x}{x!},\ x=0,1,2,\ldots.$
- $c=;$
- $P(X=0)=\ ;$

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X = x) = c\frac{\lambda^x}{x!},\ x = 0, 1, 2, \ldots.$
- $c =;$
- $P(X = 0) =\ ;$
- $P(X \geq 2) =\ ;$

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X = x) = c\frac{\lambda^x}{x!}, \ x = 0, 1, 2, \dots$.
- $c =;$
- $P(X = 0) = ;$
- $P(X \geq 2) = ;$
- $P(X = 3 | X \geq 2) = ;$

Μελέτη

Μελέτη

Μπερτσεκάς, Δ.Π. και Τσιτσικλής, Γ.Ν. (2013) Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής, Εκδόσεις Τζιόλα.

- Θεωρία:
  - 2.1 Βασικές έννοιες
  - 2.2 Συναρτήσεις μάζας πιθανότητας
- Ασκήσεις:
  - 2.2 Προβλήματα 1, 2, 4, 7, 8