

Βασικές υπολογιστικές δεξιότητες στα πλαίσια του μαθήματος Πιθανότητες-Στατιστική

1. Βασικοί υπολογισμοί με σχέσεις που συνδέουν πιθανότητες, μέσες τιμές κ.τ.ο.:
Π.χ. $P(A) = 0.5, P(B) = 0.7, P(AB) = 0.4. P(A \cup B) =$;
Π.χ. $E[X] = 1, E[X^2] = 2. Var[3X + 5] =$;
Π.χ. $Var[X] = 3, Var[Y] = 5, Cov[X, Y] = 1. Var[X + Y] =$;
2. Υπολογισμοί πιθανοτήτων κατά τον ορισμό της κλασικής πιθανότητας με συνδυαστική.
3. Υπολογισμοί πιθανοτήτων κατά τον ορισμό της γεωμετρικής πιθανότητας με υπολογισμούς εμβαδών.
4. Υπολογισμοί πιθανοτήτων για πειράματα τύχης με περισσότερα του ενός στάδια με χρήση του πολλαπλασιαστικού νόμου, του θεωρήματος ολικής πιθανότητας και του κανόνα του Bayes.
5. Έλεγχος ανεξαρτησίας ενδεχομένων, δεσμευμένης ανεξαρτησίας κλπ.
6. Βασικοί υπολογισμοί σε διακριτές και συνεχείς τ.μ.
Π.χ. Δίνεται διδιάστατη τ.μ. με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_{X,Y}(x, y)$. Να υπολογίσετε $f_X(x), f_{X|Y}(x|y), P(X \leq x), E[X], E[X|Y = y], E[g(X)], P(g(X) > x)$ κλπ.
7. Υπολογισμοί πιθανοτήτων και μέσων τιμών που σχετίζονται με κλασικές κατανομές, ιδιαίτερα με τη διωνυμική και την κανονική κατανομή.
8. Εφαρμογή του θεωρήματος της διπλής (επαναλαμβανόμενης) μέσης τιμής για τον υπολογισμό μέσης τιμής τυχαίας μεταβλητής που αναφέρεται στο 2^ο στάδιο ενός πειράματος τύχης, δεσμεύοντας σε τυχαία μεταβλητή που αναφέρεται στο 1^ο στάδιο.
9. Υπολογισμοί μετασχηματισμών (ροπογεννητριών) τυχαίων μεταβλητών και χρήση τους για τον προσδιορισμό της κατανομής του αθροίσματος ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών.
10. Χρήση του κεντρικού οριακού θεωρήματος για τον προσεγγιστικό υπολογισμό πιθανοτήτων που αφορούν το άθροισμα ή το δειγματικό μέσο (μέσο όρο) ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών.
11. Δίνεται τυχαίο δείγμα από μια κατανομή με μια άγνωστη παράμετρο και μια εκτιμήτριά της. Να υπολογιστεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και η μεροληψία της εκτιμήτριας. Να γίνει έλεγχος αν είναι αμερόληπτη.
12. Δίνεται τυχαίο δείγμα από μια κατανομή με μια άγνωστη παράμετρο. Να βρεθεί εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας της παραμέτρου.
13. Δίνεται τυχαίο δείγμα από μια κατανομή με άγνωστη μέση τιμή. Να βρεθεί προσεγγιστικό διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή με δεδομένο συντελεστή εμπιστοσύνης.
14. Δίνεται τυχαίο δείγμα από μια κατανομή με άγνωστη παράμετρο και ένας έλεγχος υποθέσεων που αφορά την παράμετρο. Να υπολογιστούν τα σφάλματα τύπου I και II του ελέγχου.
15. Δίνεται τυχαίο δείγμα από μια κατανομή με άγνωστη παράμετρο και δυο υποθέσεις γι αυτήν. Να κατασκευαστεί ο έλεγχος πηλίκου πιθανοφάνειας και να υπολογιστεί η περιοχή απόρριψης για δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας (μέγιστο σφάλμα τύπου I).