

Ντετερμινιστικά Μοντέλα Επιχειρησιακής Έρευνας

Επαναληπτικό Διαγώνισμα Σεπτεμβρίου 2014

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1. Έστω το σύνολο

$$S = \{ \mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 1, x_1 + 2x_2 \geq 4, \mathbf{x} \geq 0 \}.$$

(α) Δείξτε ότι $F = \emptyset$.

(β) Θεωρήστε τον περιορισμό $x_1 + 2x_2 \geq 4$ ως ελαστικό περιορισμό-στόχο με ποινή $q = 1$ ανά μονάδα παραβίασης και ορίστε ένα π.γ.π. για το αντίστοιχο πρόβλημα προσέγγισης στόχου.

(γ) Βρείτε τη βέλτιστη λύση του προβλήματος στο (β) και περιγράψτε τι σημαίνει για το αρχικό αδύνατο πρόβλημα (α).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2. Μια μορφή του προβλήματος πολυωνυμικής παρεμβολής στην αριθμητική ανάλυση ορίζεται ως εξής: Έστω ένα σύνολο σημείων $(x_j, y_j), j = 1, \dots, n$ στο επίπεδο. Ζητείται να βρεθεί το πολυώνυμο βαθμού k με $k < n$ που παρεμβάλλεται κατά το πλησιέστερο δυνατό ανάμεσα στα σημεία. Συγκεκριμένα ζητείται να βρεθούν οι συντελεστές a_0, \dots, a_k έτσι ώστε το πολυώνυμο

$$f(x) = \sum_{i=0}^k a_i x^i$$

να ελαχιστοποιεί τη συνολική απόλυτη απόκλιση

$$D(f) = \sum_{j=1}^n |y_j - f(x_j)|$$

πάνω σε όλα τα πολυώνυμα βαθμού k με πραγματικούς συντελεστές.

Να ορίσετε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού για αυτό το πρόβλημα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3. Μια εταιρεία παράγει ένα προϊόν και θέλει να οργανώσει την παραγωγή για τις επόμενες N περιόδους. Η ζήτηση του προϊόντος την περίοδο t είναι ίση με $d_t, t = 1, \dots, N$ και πρέπει οπωσδήποτε να ικανοποιηθεί. Το κόστος παραγωγής ορίζεται ως εξής. Αν κατά την περίοδο t γίνει παραγωγή οποιασδήποτε ποσότητας, τότε πληρώνεται ένα σταθερό κόστος έναρξης παραγωγής ίσο με K_t , ενώ το μοναδιαίο κόστος παραγωγής είναι ίσο με c_t ανά μονάδα προϊόντος. Αν κατά την περίοδο t γίνει παραγωγή, η ελάχιστη ποσότητα που μπορεί να παραχθεί είναι m_t και η μέγιστη M_t . Η παραγωγή (αν γίνει) γίνεται ακαριαία στην αρχή κάθε περιόδου και η ικανοποίηση της ζήτησης επίσης ακαριαία στην αρχή της περιόδου αμέσως μετά την παραγωγή. Ποσότητες που παραμένουν μετά την ικανοποίηση της ζήτησης στην περίοδο t αποθηκεύονται για τη διάρκεια της περιόδου. Αν γίνει αποθήκευση κατά τη διάρκεια της περιόδου t υπάρχει ένα σταθερό κόστος προετοιμασίας της αποθήκης ίσο με H_t ενώ το μεταβλητό κόστος αποθήκευσης είναι ίσο με h_t ανά μονάδα προϊόντος που αποθηκεύεται.

Η εταιρεία θέλει να προσδιορίσει τις ποσότητες παραγωγής για κάθε περίοδο έτσι ώστε να ικανοποιηθεί η ζήτηση με το ελάχιστο δυνατό συνολικό κόστος.

Να μοντελοποιηθεί το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού.

Συνέχεια πίσω

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4. Έστω το πρόβλημα μη γραμμικού προγραμματισμού

$$\max\{10 - (x_1 - 3)^2 - (x_2 - 3)^2 : 1 \leq x_1 + x_2 \leq 2, x_1, x_2 \geq 0\}$$

(α) Να βρεθεί η βέλτιστη λύση γραφικά.

(β) Να βρεθεί η βέλτιστη λύση αναλυτικά χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Karush - Kuhn - Tucker.