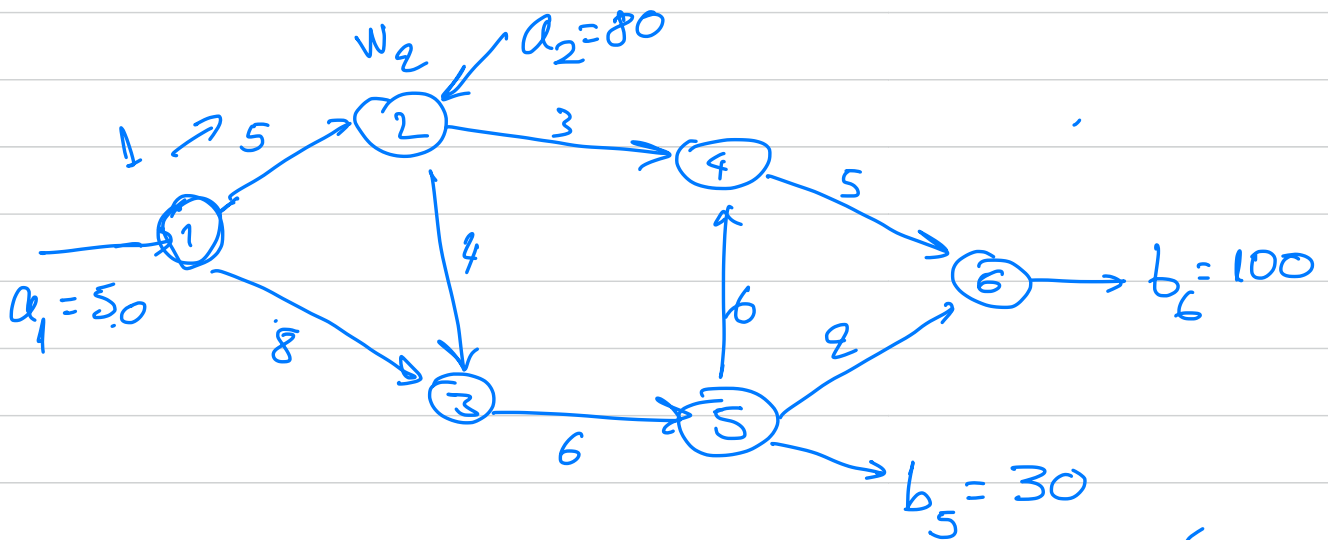


29/5/2026

Question 1

Min. Cost Transshipment



Primal

x_{ij} : number of units shipped from (i,j)

$w_6 \geq w_4 - 5$

$$\min 5x_{12} + 8x_{13} + 4x_{23} + 6x_{35} + 3x_{24} + 5x_{46} + 6x_{54} + 2x_{56}$$

$$w_1 \quad x_{12} + x_{13} = 50$$

$$w_2 \quad -x_{12} \quad x_{23} + x_{24} = 80$$

$$w_3 \quad -x_{13} - x_{23} + x_{35} = 0$$

$$w_4 \quad -x_{24} + x_{46} - x_{54} = 0$$

$$w_5 \quad -x_{35} \quad + x_{54} + x_{56} = -30$$

$$w_6 \quad -x_{46} \quad -x_{56} = -100$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Ex 110

$$\max \quad 50w_1 + 80w_2$$

$$-30w_3 - 100w_4 - 5w_5 - 100w_6$$

$$w_1 - w_2 \leq 5$$

$$w_1 - w_3 \leq 8$$

$$w_2 - w_3 \leq 4$$

$$w_2 - w_4 \leq 3$$

$$w_3 - w_5 \leq 6$$

$$w_4 - w_6 \leq 5$$

$$-w_4 + w_5 \leq 6$$

$$w_5 - w_6 \leq 2$$

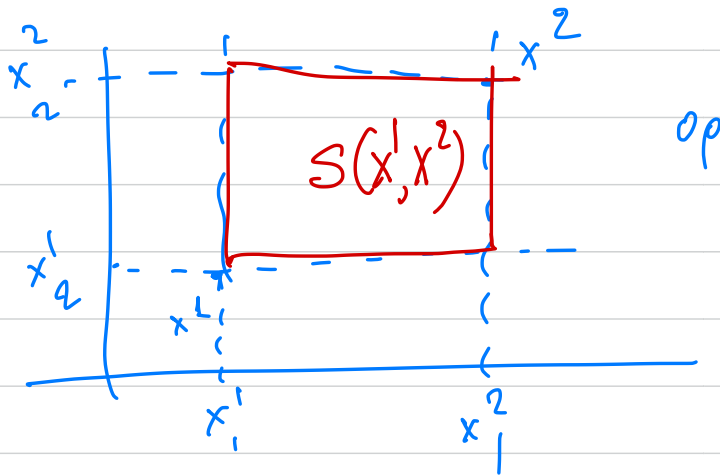
$$w_1, \dots, w_6 \in \mathbb{R}$$

$$w_1 \leq w_2 + 5$$

Ασκ. 2

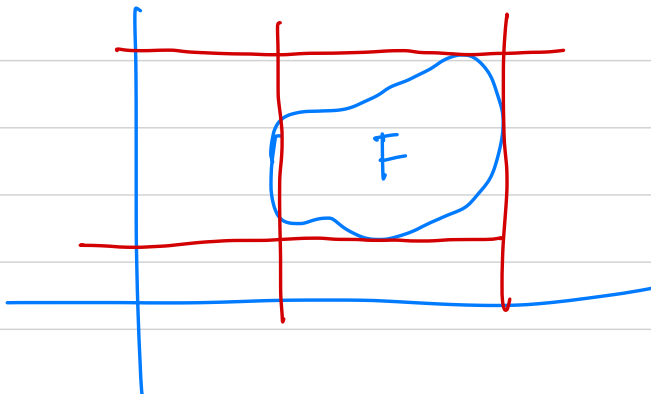
α) Για $x^1, x^2 \in \mathbb{R}^n : x^1 \leq x^2$ ($x_j^1 \leq x_j^2 \forall j=1, \dots, n$)

$$S(x^1, x^2) = \{x \in \mathbb{R}^n : x_j^1 \leq x_j \leq x_j^2, \forall j\} \\ (x^1 \leq x \leq x^2)$$

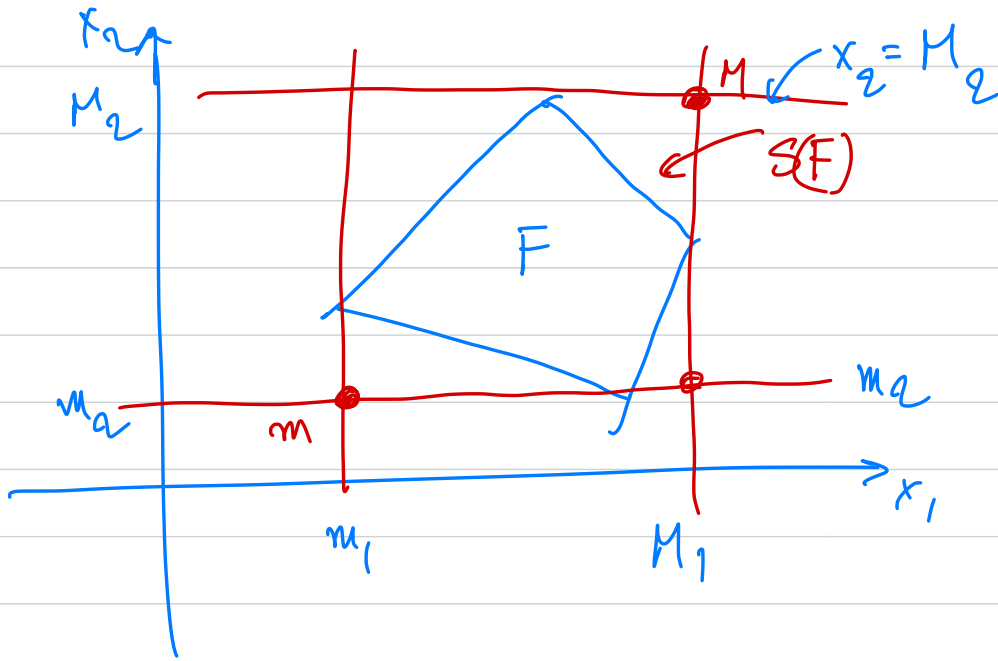


Αν $F \subseteq \mathbb{R}^2$: $S(F)$ ελάχιστο ορθογώνιο χωρίς περιττομένη
ή αν περιέχει το F

$F \subseteq S(F)$ κ' για κάθε $S : F \subseteq S \Rightarrow S(F) \subseteq S$
Υποδ. χώρ. μετ.



Αν $F = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\} \Rightarrow S(F) ?$
πως μπορεί
να προσδιοριστεί
μέσω ηχη.



$$\forall x \in F : m_1 \leq x_1 \leq M_1, \quad m_2 \leq x_2 \leq M_2$$

$$m_1 = \max \{ m : m \leq x_1, \forall x_1 \in F \} \Rightarrow m_1 = \min \{ x_1, x \in F \} \text{ LP}$$

$$M_1 = \max \{ x_1, x \in F \} \text{ LP}$$

2n npn

$$m_2 = \min \{ x_2, x \in F \} \text{ LP}$$

$$\forall j : \max \{ x_j : Ax \leq b \} = M_j$$

$$\min \{ x_j : Ax \leq b \} = m_j$$

$$M_2 = \max \{ x_2, \overline{x \in F} \} \text{ LP}$$

$$m = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_n \end{pmatrix} \Rightarrow S(F) = S(m, M)$$

Ασκ. 3 η παιχνίδια (διαδικασία που
αποφέρει κέρδος)
(arms)

Η διαδικασία i $\rightarrow$ κέρδος f_i κάθε φορά που ενεργοποιείται
 $\rightarrow$ κόστος a_i " " " "

Σε κάθε περίοδο ενεργοποιείται μια διαδικασία
σε άλλοτε ορίζεται

Budget : μέσο κόστος ενεργοποιήσεων ανά
περίοδο σε n ορίσματα $\leq b$

max μέσο κέρδος
υπ. μέσο κόστος $\leq b$ }

① LP $x_j \quad j=1, \dots, n$

συχνότητα $x_j = \% \text{ χρόνου (περιόδων) που επιλέγεται}$
το arm j

$= P(\text{σε μια περίοδο επιλέγεται το } j)$

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum f_j x_j \\
 & \sum a_j x_j \leq b \\
 & \sum x_j = 1 \\
 & x_j \geq 0
 \end{aligned}$$

Μπορεί βέλτεται πάλι(?)

$$\begin{aligned}
 \text{KM} \quad \max \quad & f_1 x_1 + \dots + f_n x_n \\
 & a_1 x_1 + \dots + a_n x_n + y = b \\
 & x_1 + \dots + x_n = 1 \\
 & x_1, \dots, x_n, y \geq 0
 \end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n & 1 \\ 1 & 1 & & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b \\ 1 \end{pmatrix}$$

ΒΕΛ : η μπορεί μάλιστα να έλξει ; $A_{2 \times (n+1)}$

Ενός παρόμοιου πίνακα B μπορεί να είναι

$$B = \begin{pmatrix} a_i & a_j \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ ή } B = \begin{pmatrix} a_i & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\text{κ' } |B| \neq 0$$

$$\textcircled{1} \text{ αν } B = \begin{pmatrix} a_i & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |B| = -1 \neq 0 \checkmark$$

$$\text{αν } B = \begin{vmatrix} a_i & 1 \\ a_j & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow |B| = a_i - a_j \neq 0 \Leftrightarrow a_i \neq a_j$$

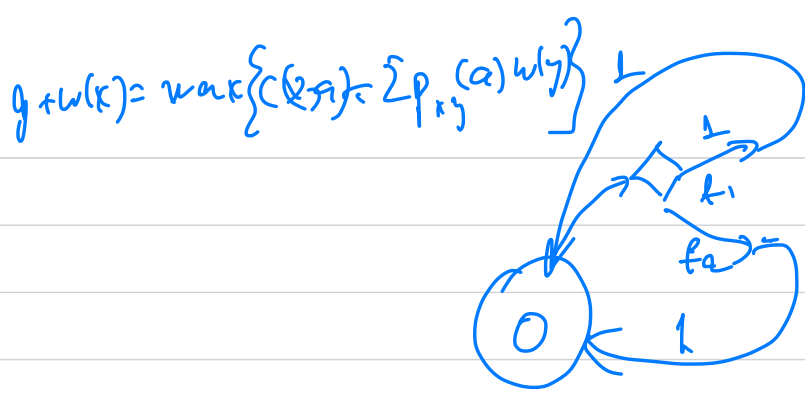
$$\textcircled{1} B \in \Lambda : \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x_i &= 1 \\ y &= b - a_i \geq 0 \Rightarrow a_i \leq b \end{aligned}$$

παίρνουμε τότε το i
κ' $a_i < b$

$$\textcircled{2} B \in \Lambda \quad \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} a_i x_i + a_j x_j &= b \\ x_i + x_j &= 1 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} x_j &= 1 - x_i \\ (a_i - a_j)x_i + a_j &= b \Rightarrow \\ \Rightarrow x_i &= \frac{b - a_j}{a_i - a_j} \end{aligned} \right.$$

Επειδή έχουμε μόνο ένα αλγό στο i, j
με συντελεστές x_i, x_j

$$x_i = \frac{b - a_j}{a_i - a_j}, \quad x_j = \frac{a_i - b}{a_i - a_j} \quad \left| \Rightarrow \begin{aligned} a_j &< b, a_i > b \\ \Rightarrow \quad &\boxed{a_j < b < a_i} \end{aligned} \right. \swarrow$$



$$P_{\infty}(x) = 1 \quad \forall x$$

$$c(0; a) = f_a$$

μcoo ερτος

$$g + w(\phi) = \max_a \{ f_a + w(\phi) \}$$

$$g + w(\phi) \geq f(a) + w(\phi) \quad \forall a \Rightarrow$$

$$g \geq f(a) \quad \forall a$$

Lf

$$\min g$$

$$g \geq f(a) \quad \forall a$$

$$\begin{array}{ll} \min g & \\ x_1 & g \geq f_1 \\ & \vdots \\ x_n & g \geq f_n \end{array} \quad \stackrel{D}{\Rightarrow}$$

$$\begin{array}{l} \max f_1 x_1 + \dots + f_n x_n \\ x_1 + \dots + x_n = 1 \end{array}$$