

## ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

06/09/17

ΘΕΜΑ 1. (α) Να δείξετε ότι δεν ισχύει η αρχή του δυΐσμου στο συσχετισμένο επίπεδο.

(β) Να δείξετε πλήρως ότι όλες οι ευθείες ενός προβολικού επιπέδου έχουν το ίδιο πλήθος σημείων.

ΘΕΜΑ 2. (α) Εστω  $(\phi, \psi)$  μορφισμός προβολικών επιπέδων 1-1. Να δείξετε ότι κάθε μία από τις απεικονίσεις του ζεύγους εκφράζεται μέσω της άλλης.

(β) Να δείξετε ότι κάθε συγγραμμικότητα διάφορη της ταυτοτικής έχει το πολύ ένα κέντρο και έναν άξονα.

ΘΕΜΑ 3. Να ορίσετε αναλυτικά την πλήρωση ενός συσχετισμένου επιπέδου και να αποδείξετε ότι δύο διαφορετικές ευθείες της πλήρωσης τέμνονται σε ένα ακριβώς σημείο.

ΘΕΜΑ 4. (α) Να αποδειχθεί ότι κάθε προβολικό επίπεδο  $(\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$  είναι ισόμορφο με ένα προβολικό επίπεδο του οποίου η σχέση της σύμπτωσης ορίζεται από το συνολοθεωρητικό  $\in$ .

(β) Εστω  $(\varphi, \psi)$  μορφισμός προβολικών επιπέδων. Να δείξετε ότι αν  $\psi$  είναι επί, τότε και  $\varphi$  είναι επί.

Να γραφούν 3 από τα 4 θέματα. Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες.  
Καλή επιτυχία!