

ΕΙΣΑΓΩΓΗ. για το μάθημα

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ : ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

σημειώσεις ακαδ. έτος 2024-25 :·

Επιχειρησιακή έρευνα : Το σύνολο των μαθηματικών μεθόδων και υπολογιστικών τεχνικών, οι οποίες χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων σχετικών με την βέλτιστη λειτουργία οργανωμένων συστημάτων
(Operational Research)

Στοχαστικές μέθοδοι : Εκείνες οι μαθηματικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη στοχαστικών συστημάτων, δηλαδή συστημάτων που η λειτουργία τους επηρεάζεται σημαντικά από τον παράγοντα Τύχη.

Η περιγραφή και μελέτη ενός τέτοιου συστήματος γίνεται με την βοήθεια του κατάλληλου στοχαστικού μοντέλου, δηλαδή της κατάλληλης στοχαστικής διαδικασίας (Stochastic process)

Έστω $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ χώρος πιθανότητας
 Ω δειγματικός χώρος, $\mathcal{A}$ σίγμα άλγεβρα των υποσυνόλων του Ω , P μέτρο πιθανότητας ορισμένο στην $\mathcal{A}$

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ τυχαία μεταβλητή

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

συνάρτηση κατανομής της τ.ψ. X

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$

συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Εάν υπάρχει)

$$E(X) = \int x dF_X(x)$$

μέση τιμή $(= \int x f_X(x) dx)$

Όπως η Θεωρία Πιθανοτήτων θεωρείται ως η μελέτη μαθηματικών μοντέλων τυχαίων φαινομένων,

η θεωρία των Στοχαστικών Διαδικασιών παίζει ένα σημαντικό ρόλο στην μελέτη τυχαίων φαινομένων που εξελίσσονται στο χρόνο.

Ένα τυχαίο φαινόμενο που συμβαίνει μέσω μιας διαδικασίας που εξελίσσεται στο χρόνο, κάτω από κάποιο νόμο πιθανοτήτων είναι μια στοχαστική διαδικασία.

ΟΡΙΣΜΟΣ

Έστω T σύνολο (index set), τότε μια συλλογή ή οικογένεια από τυχαίες μεταβλητές $\{X_t, t \in T\}$ είναι μια **ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

για $t=n$, $T=\mathbb{N}$

για $T=\mathbb{R}$

Διακριτή στοχαστική διαδικασία.
συνεχής στοχαστική διαδικασία

$$X: T \times \Omega \rightarrow \mathbb{R} \quad (t, \omega) \mapsto X_t(\omega)$$

$$\forall t \in T \quad X_t: \Omega \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{τυχαία μεταβλητή}$$

$\forall \omega \in \Omega \quad t \mapsto X_t(\omega)$ είναι μια πραγμάτωση (sample path) της διαδικασίας

F_t συνάρτηση κατανομής της X_t

Μια στοχαστική διαδικασία περιγράφεται από τις κοινή κατανομή των $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}) \quad \forall -\infty < t_1 < t_2 < \dots < t_n, \quad n \in \mathbb{N}^+$

Για συνεχείς στοχαστικές διαδικασίες θα γράφουμε $X(t)$

Ο πρώτος επιστημονικός κλάδος που συνετέλεσε στην ανάπτυξη της θεωρίας των ζτοχαστικών διαδικασιών είναι η Φυσική:

- Θερμικός θόρυβος στα ηλεκτρικά κυκλώματα
- κίνηση Brown ενός σωματιδίου σ' ένα υγρό ή αέριο

Άλλοι κλάδοι:

Βιολογία: - Συμπεριφορά πληθυσμού που υπόκειται σε γέννηση, θάνατο

- Κατανομή φυτών και ζώων
- Ανάγνωση του DNA

Οικονομία: - Διακυμάνσεις των τιμών των προϊόντων

- " χρηματιστηριακών μινάδων
- Ασφαλιστικά

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

- Ελεγχος Αποθεμάτων $\left\{ \begin{array}{l} \text{Πότε θα παραγγείλεις} \\ \text{Πόσα θα παραγγείλεις} \end{array} \right.$
με σβεβαιότητα :- πόσα είδη θα ζητηθούν
- πόσος χρόνος αναμονής σε παραγγελία και παράδοση

- ΘΕΩΡΙΑ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

- κατανομή χρόνου ανάμεσα σε διαδοχικές αφίξεις
- κατανομή χρόνου εξυπηρέτησης

⋮ to be continued