

M / M / 1 ουρα με χρονος εξυπηρεσης

$\exp(\lambda) \rightarrow \exp(\mu)$

- όταν αδειασει το σύστημα ο υπηρέτης απενεργοποιείται
- όταν έρθει πελάτης, ο υπηρέτης ενεργοποιείται μετά από χρόνο $\sim \exp(\theta)$

$E(Q) = \lambda \cdot E(S)$

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E(S) = \frac{1}{4}(E(Q)+1) + \frac{1}{2}P(I=0)$$

$$P(I^- = 0) = P(I = 0)$$

$$E(Q_s) = \lambda \cdot E(X) = \lambda \cdot \frac{1}{\mu}$$

$$P(Q_s = 1) = P(I = 1)$$

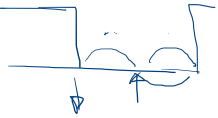
$$E(Q_s) = \lambda \cdot E(X) = \lambda \cdot \frac{1}{\mu}$$

$$P(Q_s = 1) = P(I = 1)$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{PASTA} \quad Q^- \stackrel{!}{=} Q \\ I^- \stackrel{!}{=} I \end{array} \right. \quad P(I=0) = 1-Q$

$$E(Q) = \lambda \left[\frac{1-p}{\theta} + \frac{1}{\mu} E(Q) + \frac{1}{\mu} \right] \Rightarrow E(Q) = \frac{\lambda}{\theta} + \frac{p}{1-p} E(Q^{\text{M/M/1 κλασικό}})$$

$$E(S) = \frac{E(Q)}{\lambda} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\mu(1-p)} = \frac{1}{\theta} + E(S^{\text{M/M/1 κλασικό}})$$



$$E(\tilde{I}) = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\theta}$$

$\leftarrow \begin{matrix} \mu \text{ εως } \chi \rho \omicron \sigma \varsigma \\ \mu \text{ ε } \chi \rho \iota \text{ } \nu \alpha \text{ } \epsilon \rho \theta \epsilon \iota \end{matrix}$

$$P(I=1) = p = \frac{E(\tilde{Y})}{E(\tilde{Y}) + E(\tilde{I})} = \frac{E(\tilde{Y})}{E(\tilde{Y}) + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\theta}}$$

$\begin{matrix} \tilde{I} \text{ α } \epsilon \chi \iota \alpha \\ \sum \text{ κ } \omicron \kappa \lambda \omicron \\ \tilde{Y} \text{ α } \eta \alpha \sigma \tau \omicron \lambda \eta \sigma \eta \end{matrix}$

$$\Rightarrow E(\tilde{Y}) = \frac{p}{1-p} \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\theta} \right)$$

M/M/1 με κ-πρότυπη ενεργονομία:

αφίξεις $PP(\lambda)$, χρόνος εξυπηρέτησης $\sim \exp(\mu)$, 1 υπηρετός, FCF S,

Άδεια για σύστημα $\Rightarrow$ ακαριαία απενεργοποίηση υπηρετή.

Ενεργοποιείται ακαριαία, μόλις συσσωρευτούν κηρύματα

$$E(Q) = \lambda \cdot E(S) \quad (\text{νόμος Little})$$

$$I^- = \begin{cases} 1 & \text{ο υπηρ. ενεργός κατά την άφιξη/μνη} \\ 0 & \text{ο υπηρ. απενεργός} \end{cases}$$

$$E(S) = E(S | I^- = 0) P(I^- = 0) + E(S | I^- = 1) P(I^- = 1)$$

$$Q^- \stackrel{d}{=} Q \quad I^- \stackrel{d}{=} I \quad (\text{ιδιότητα PASTA})$$

$$\text{είναι } E(S | I^- = 1) = \frac{E(Q^- + 1 | I^- = 1)}{\mu}$$

$$E(S | I^- = 0) = \frac{E(Q^- + 1 | I^- = 0)}{\mu} + \frac{E(k - Q^- - 1 | I^- = 0)}{\lambda}$$

όσοι περιμένω να
αφίχθουν μετά από εμένα
να γίνουν k

$$\begin{aligned} \text{Έτσι } E(S) &= \frac{E(Q^- | I^- = 0)}{\mu} P(I^- = 0) + \frac{P(I^- = 0)}{\mu} + \frac{k-1 - E(Q^- | I^- = 0)}{\lambda} P(I^- = 0) \\ &\quad + \frac{E(Q^- | I^- = 1)}{\mu} P(I^- = 1) + \frac{P(I^- = 1)}{\mu} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$E(S) = \frac{E(Q^-)}{\mu} + 1 + \frac{k-1 - E(Q^- | I^- = 0)}{\lambda} P(I^- = 0)$$

$$\text{όπου } E(Q^- | I^- = 0) = E(Q | I = 0) = \frac{k-1}{2}$$

αφού $Q | I = 0 \sim \text{Unif} \{0, 1, \dots, k-1\}$ (αφίξεις σε Poisson διαδ.)

και:

$$P(I^- = 0) = P(I = 0) = 1 - P(I = 1) = 1 - P(Q_s = 1) = 1 - E(Q_s) \stackrel{\text{Little}}{=} 1 - \lambda \cdot E(S) = 1 - \rho$$

στο service

Ε(6)

$$E(S) = \frac{k-1 - (\frac{k-1}{2}) (1-p)}{\lambda} + \frac{1 + E(Q)}{\mu} \Rightarrow$$

και $E(Q) = \lambda E(S)$

$$E(S) = \frac{k-1}{2\lambda} (1-p) + \frac{1 + \lambda E(S)}{\mu} \Rightarrow$$

$$E(S) = \frac{k-1}{2\lambda} (1-p) + \frac{1}{\mu} + p E(S) \quad \eta$$

$$(1-p)E(S) = \frac{(k-1)(1-p)}{2\lambda} + \frac{1}{\mu} \Rightarrow E(S) = \frac{k-1}{2\lambda} + \frac{1}{\mu(1-\frac{\lambda}{\mu})} = \frac{k-1}{2\lambda} + \frac{1}{\mu-\lambda}$$

$$E(Q) = \underbrace{\frac{k-1}{2}}_{\text{Διαφορά}} + \frac{p}{1-p} \rightarrow \{ E(Q^{\text{MIM}^1}) \}$$

Μακροπρόθεσμο ποσοστό χρόνου που ο υπηρέτης εργάζεται

$$\rho = P(I=1) = \frac{E(\tilde{Y})}{E(\tilde{Y}) + E(\tilde{I})}, \quad E(\tilde{I}) = \frac{k}{\lambda}$$

$$\Rightarrow E(\tilde{Y}) = \frac{k}{\mu - \lambda}$$