

# Στοχαστικές Μέθοδοι στην Επιχειρησιακή Έρευνα I

## Φυλλάδιο Ασκήσεων 8 - Ακαδημαϊκό έτος 2015–2016

Εισαγωγή στις ουρές αναμονής

- (1) Να βρείτε τα ποσοστά κενού και απασχολημένου υπηρέτη, δηλαδή τις πιθανότητες  $p_0$  και  $p_1$  σε ένα ευσταθές  $M/GI/1/1$  σύστημα εξυπηρέτησης με ρυθμό αφίξεων  $\lambda$  και μέσο χρόνο εξυπηρέτησης  $b$ .
- (2) Βρείτε το μέσο οριακό αριθμό πελατών  $E[Q]$  στην  $GI/GI/\infty$  ουρά με μέσο ενδιάμεσο χρόνο αφίξεων  $a$  και μέσο χρόνο εξυπηρέτησης  $b$ .
- (3) Θεωρήστε μια  $M/M/c$  ουρά με ρυθμό αφίξεων 5 πελάτες την ώρα και μέσο χρόνο εξυπηρέτησης ανά πελάτη 78 λεπτά.
  - (α') Ποιός είναι ο ελάχιστος αριθμός υπηρετών  $c$  που απαιτείται για να είναι το σύστημα ευσταθές (δηλαδή να μην απειρίζεται η ουρά);
  - (β') Ποιός είναι ο ελάχιστος αριθμός υπηρετών που απαιτείται αν η εργατική νομοθεσία επιβάλλει κάθε υπηρέτης να είναι απασχολημένος το πολύ 80% του χρόνου του;
- (4) Βρείτε το μέσο οριακό αριθμό πελατών  $E[Q]$  στην  $M/GI/1$  ουρά με ρυθμό αφίξεων  $\lambda$ , μέσο χρόνο εξυπηρέτησης  $b$  και τυπική απόκλιση χρόνου εξυπηρέτησης  $\sigma$ .
- (5) Θεωρούμε ένα σύστημα εξυπηρέτησης το οποίο διαθέτει έναν υπηρέτη και άπειρη χωρητικότητα. Η διαδικασία αφίξεων των πελατών είναι Poisson με ρυθμό  $\lambda$ , ενώ οι χρόνοι εξυπηρέτησης είναι εκθετικοί με παράμετρο (ρυθμό)  $\mu$ . Κάθε φορά που το σύστημα αδειάζει ο υπηρέτης απενεργοποιείται. Με την άφιξη ενός πελάτη σε κενό σύστημα, ο υπηρέτης μπαίνει σε διαδικασία ενεργοποίησης. Ο χρόνος που χρειάζεται μέχρι να ενεργοποιηθεί (οπότε και θα αρχίσει να εξυπηρετεί τους πελάτες) ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\theta$ . Κατά τη διάρκεια του χρόνου αυτού οι αφίξεις συνεχίζονται κανονικά. Να βρεθεί ο μέσος αριθμός πελατών στο σύστημα και ο μέσος χρόνος παραμονής σε αυτό.