17.6-15 M|M|1 $\lambda = 15$, $\mu = 20$, $\rho = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Εστω N ο αριθμός πελατών στο σύστημα σε στάσιμη κατάσταση. Γνωρίζουμε ότι
$P(N=0) = 1-\rho$, $P(N>0) = \rho$.

Επομένως ένας πελάτης που φτάνει στο σύστημα θα χρειαστεί να περιμένει με πιθ. $1-\rho$.

Η αναμενόμενη τιμή της βενζίνης που θα πληρώσει είναι $1 \cdot P(N>0) + 1.2\, P(N=0) =$
$= \rho + 1.2(1-\rho) = 1.2 - 0.2\rho = 1.2 - 0.2\frac{3}{4} = 1.05$

17.6 - 19 Σε ένα σύστημα M|M|2 η ουρά είναι άδεια στις καταστάσεις 0, 1, 2.
Συγκεκριμένα στην κατάσταση 0 ο ρυθμός εξόδου είναι 0, στην κατάσταση 1 είναι μ κ' στην κατάσταση 2, 2μ.
Οι πιθανότητες των καταστάσεων 0,1,2 είναι

$$\pi_0 = \frac{1}{1+\frac{\lambda}{\mu}+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\frac{1}{1-\frac{\lambda}{2\mu}}} = \frac{1}{1+\frac{4}{3}+\frac{16}{9}\frac{1}{1-\frac{4}{6}}} =$$

$$= \frac{1}{1+\frac{4}{3}+\frac{16}{9}\cdot 3} = \frac{3}{23}$$

$$\pi_1 = \pi_0 \cdot \frac{\lambda}{\mu} = \frac{3}{23}\cdot\frac{4}{3} = \frac{4}{23}$$

$$\pi_2 = \pi_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{23}\cdot\frac{16}{9}\cdot\frac{1}{2} = \frac{8}{69}$$

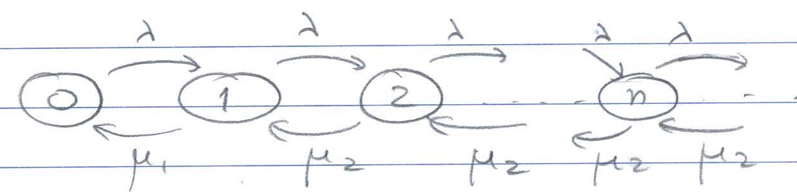
Το ποσοστό του χρόνου που το σύστημα βρίσκεται στις καταστάσεις 0,1,2 είναι $\pi_0+\pi_1+\pi_2$.

Δεδομένου ότι δεν υπάρχει ουρά, δηλ. ότι βρίσκεται σε μια από τις 0, 1, 2, η πιθ. να βρίσκεται στη 0 είναι $\frac{\pi_0}{\pi_0+\pi_1+\pi_2}$, στην 1: $\frac{\pi_1}{\pi_0+\pi_1+\pi_2}$ κ' στη 2: $\frac{\pi_2}{\pi_0+\pi_1+\pi_2}$

Συνδυάζοντας τα παραπάνω ο μέσος ρυθμός εξόδου δεδομένου ότι δεν υπάρχουν πελάτες στην ουρά είναι ίσος με $0 \cdot \frac{\pi_0}{\pi_0+\pi_1+\pi_2} + \mu_1 \frac{\pi_1}{\pi_0+\pi_1+\pi_2} + \frac{2\mu}{\pi_0+\pi_1+\pi_2}$

17.6-24

(a)



(b)

$\pi_0 \lambda = \pi_1 \mu_1$

$\pi_1 \lambda = \pi_2 \mu_2$

$\pi_2 \lambda = \pi_3 \mu_2$

$\vdots$

$\pi_n \lambda = \pi_{n+1} \mu_2$

$\vdots$