

## **2<sup>η</sup> ΟΜΑΔΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ - ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΡΙΣΙΜΟΥ ΣΥΜΒΑΝΤΟΣ**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Στεροπούλου Δέσποινα, Παπαντώνη Αντιγόνη

Α.Μ.: 1112201900210, 1112202000176

ΜΑΘΗΜΑ: Πρακτική Άσκηση 795

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/03/24

### **2<sup>η</sup> ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ- 3 Διδακτικές Ώρες**

**ΚΕΦΑΛΑΙΑ: Τριγωνομετρία, Εγγεγραμμένες γωνίες, Πολ/σμος ρητών αριθμών**

#### **1ο Πρότυπο Πειραματικό Γυμνάσιο Αθηνών**

Συνοδός: Κατσάμπα Αιμιλία

#### **1) Περιγράψτε σύντομα το επεισόδιο που επιλέξατε**

**Να επιλέξετε ένα κρίσιμο συμβάν από μια διδασκαλία που παρακολουθήσατε στο σχολείο. Να περιγράψετε αρχικά το πλαίσιο του συμβάντος (μαθηματικό περιεχόμενο, πότε το συμβάν λαμβάνει χώρα, π.χ. σε ποια στιγμή του μαθήματος, τι έχει προηγηθεί). Στη συνέχεια, να περιγράψετε το επεισόδιο/κρίσιμο συμβάν που επιλέξατε παραθέτοντας μαζί και το σχετικό απόσπασμα διαλόγου μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών ή μεταξύ μαθητών και σχετίζεται με το παραπάνω θέμα. *Να προσπαθήσετε να γράψετε τον διάλογο ώστε να δημιουργηθεί στον αναγνώστη η αίσθηση ότι βρισκόταν στην τάξη.***

Παρακολούθησαμε μια διδακτική ώρα στην Β' Γυμνασίου που περιλάμβανε λύσεις ασκήσεων του βιβλίου για τις εγγεγραμμένες γωνίες. Ο καθηγητής σήκωνε ένα μαθητή κάθε φορά για την επίλυση της άσκησης και οι υπόλοιποι μαθητές τον βοηθούσαν σε κάποια σημεία. Οι ασκήσεις με τις οποίες ασχολήθηκαν ήταν, κομμάτι της άσκησης 1, και η άσκηση 2 από το συγκεκριμένο κεφάλαιο 3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες. Να σημειωθεί εδώ ότι ο καθηγητής μας ενημέρωσε ότι αποφεύγει να χρησιμοποιεί τις μοίρες ως μονάδα μέτρησης του τόξου καθώς θεωρεί ότι θα υπάρχει σύγχυση επειδή το μήκος κύκλου αναφέρεται στο βιβλίο παρακάτω σε ακτίνια, αντ' αυτού κάνει χρήση της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας του

εκάστοτε τόξου. Το κρίσιμο συμβάν μας το εντοπίζουμε στην επίλυση της άσκησης 2 όπου ακολουθεί ο παρακάτω διάλογος: (M1 είναι στον πίνακα ο M2 συμβουλεύει από το θρανίο)

K: Σε ποιο τόξο αντιστοιχεί η γωνία  $\angle AMB$ ;

M1: Στο τόξο AM;

K: Όχι! Σκέψου καλύτερα

M2: Το τόξο είναι το AΔΓΒ

K: Σωστά! Ποια γωνία είναι η επίκεντρη του τόξου αυτού;

M1: ΑΟ.....;

K: Σκέψου...

M1:  $\angle AOB$  (δείχνει την κυρτή)

K: Η  $\angle AMB$  είναι αμβλεία άρα περιμένουμε η αντίστοιχη επίκεντρη να είναι μη κυρτή

Ο M1 την σημειώνει σωστά στο σχήμα και ξεκινάει να γράφει τη σχέση που προκύπτει από την εγγεγραμμένη και την επίκεντρη στον πίνακα. Γράφει  $\angle AMB = \angle AOB/2$ . Σταματάει και μπερδεύεται στην αντικατάσταση Ο καθηγητής καθοδηγεί και λέει στο μαθητή να σημειώσει δίπλα στην  $\angle AOB$  τη λέξη “μη κυρτή”. Συνεχίζει ο διάλογος.

K: Τα τόξα είναι ίσα μεταξύ τους και αντιστοιχούν σε 3 ορθές.

Ο M1 σημειώνει 270 μοίρες και λύνει την άσκηση.

**Στη συνέχεια, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις :**

**1./ Γιατί πιστεύετε ότι το επεισόδιο αυτό είναι σημαντικό (από μαθηματικής και διδακτικής πλευράς);**

Από μαθηματικής πλευράς, το συμβάν είναι σημαντικό καθώς δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να αντιληφθούν τη σχέση μεταξύ επίκεντρων και εγγεγραμμένων γωνιών. Παρατηρούμε ότι χρειάζεται να ανακαλέσουν προϋπαρχουσες γνώσεις κατά την κατασκευή του σχήματος αλλά και κατά την επίλυση, όπως οι διαγώνιοι του τετραγώνου τέμνονται κάθετα, σε εγγεγραμμένο τετράγωνο σε κύκλο οι διαγώνιοι είναι διάμετροι, διέρχονται από

το κέντρο και τι είναι μια μη κυρτή γωνία. Επίσης, είναι σημαντικό το γεγονός ότι οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν την άσκηση, βασιζόμενοι στις γεωμετρικές ιδιότητες που προκύπτουν από ένα αντιπροσωπευτικό σχήμα.

Από διδακτικής πλευράς είναι σημαντικό καθώς η απορία δίνει έναυσμα για να ξεκινήσει διάλογος μεταξύ των μαθητών, οι οποίοι βρίσκουν μεταξύ τους στο τέλος το αποτέλεσμα. Επιπλέον παρουσιάζει ενδιαφέρον το γεγονός ότι ο καθηγητής επιλέγει να λύσει κάποιος μαθητής την άσκηση στον πίνακα δίνοντας του για λίγα λεπτά κάποιες αρμοδιότητες του δικού του ρόλου.

## **2./ Πώς ερμηνεύετε το τι συμβαίνει στο συγκεκριμένο επεισόδιο; (ανατρέξτε στη σχετική βιβλιογραφία)**

Με αφορμή την λάθος απάντηση του μαθητή (επιλογή λάθος τόξου και επιλογή λάθος γωνίας) ο καθηγητής επιλέγει να μη του δώσει απευθείας την σωστή απάντηση αλλά επιμένει οι μαθητές να σκεφτούν μόνοι τους την απάντηση παρατηρώντας καλύτερα το σχήμα. Συμπεραίνουμε ότι ο καθηγητής ενδιαφέρεται ιδιαίτερα να ενδυναμώσει το ομαδικό κλίμα στην τάξη και πιθανόν αυτή να είναι γενικότερα μια τακτική που ακολουθεί στην διδασκαλία του, η οποία ενισχύεται από την προσπάθεια του να εκμαιεύσει την σωστή απάντηση από τους μαθητές. Επιπλέον, βλέπουμε πώς τόσο στο κρίσιμο συμβάν όσο και γενικότερα σε όλη την διάρκεια του μαθήματος δίνει βάση στην χρήση κατάλληλων συμβόλων και λέξεων ώστε να αποδοθούν αποτελεσματικότερα οι γεωμετρικές έννοιες.

Η ερμηνεία μας στο παραπάνω συμβάν βασίζεται στις γνώσεις μας από άλλα μαθήματα διδακτικής και επιβεβαιώνεται από τα παρακάτω.

### *Μαιευτική μέθοδος*

Ο Σωκράτης χρησιμοποιεί ερωτήσεις που οι απαντήσεις τους είναι ναι ή όχι για να καθοδηγήσει τον συνομιλητή του στην ανακάλυψη της λύσης ενός προβλήματος, επικεντρώνοντας όχι στην μετάδοση της γνώσης αλλά στη χρήση της για τον συλλογισμό. Κάθε λανθασμένη απάντηση του συνομιλητή του, δεν απορρίπτεται απευθείας αλλά οδηγεί σε περεταίρω συλλογισμό για την επόμενη απάντηση. Με αυτόν τον τρόπο ενισχύεται η διαδικασία μάθησης μέσω της ενεργού συμμετοχής και της κριτικής σκέψης. Η παιδαγωγική μέθοδος αυτή εφαρμόζεται τέλεια στο πεδίο των μαθηματικών, καθώς η ανακάλυψη της γνώσης προκαλεί τον μαθητή να αναρωτηθεί για τις απαντήσεις του.

Βιβλιογραφία: Βιβλίο

Χρ. Π. Φράγκος (1977). Ψυχοπαιδαγωγική: Θέματα παιδαγωγικής ψυχολογίας

Σύμφωνα με το Βασίλειο Δ. Οικονομίδη Αναπληρωτή καθηγητή του Πανεπιστημίου Κρήτης, στο κείμενο του με τίτλο “Το παιδαγωγικό κλίμα της σχολικής τάξης και ο ρόλος του εκπαιδευτικού.” ένας παράγοντας που επηρεάζει τη δημιουργία παιδαγωγικής ατμόσφαιρας στη σχολική τάξη είναι το στυλ συμπεριφοράς του εκπαιδευτικού.

Πιο συγκεκριμένα, σε μια δημοκρατική προσέγγιση της εκπαίδευσης, ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τα παιδιά να συμμετέχουν ενεργά σε όλες τις πτυχές της σχολικής ζωής. Αυτό περιλαμβάνει την προσαρμογή της διδασκαλίας στις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των μαθητών και την εφαρμογή μαθητοκεντρικών μεθόδων διδασκαλίας. Επίσης, τονίζει τη σημασία του διαλόγου και της συμφωνίας στη διαχείριση της τάξης και τη διαμόρφωση των κανόνων. Αυτή η προσέγγιση οδηγεί σε λιγότερη μετάδοση γνώσεων αλλά περισσότερη εμπλοκή των μαθητών στη διαδικασία μάθησης και στην ανάπτυξη τους όχι μόνο στον γνωστικό τομέα αλλά και σε κοινωνικό, συναισθηματικό και πολιτικό επίπεδο.

Η σημασία του συνεργατικού κλίματος στην τάξη αναφέρεται και στα πρακτικά του 6ου Συνεδρίου της ENEΔΙΜ.

### **3./ Πώς κρίνετε τους τρόπους που ο καθηγητής διαχειρίστηκε στην διδακτική κατάσταση;**

Θεωρούμε πως η προσπάθεια του καθηγητή να εκμαιεύσει τη σωστή απάντηση από τους μαθητές επιφέρει τα επιθυμητά αποτελέσματα καθώς οι μαθητές δείχνουν να ανταποκρίνονται στις προτροπές και διορθώσεις του καθηγητή. Συμμετέχουν ενεργά στην διδακτική διαδικασία, γεγονός που επιβεβαιώνει την επιτυχής προσπάθεια του καθηγητή να λειτουργεί με αυτόν τον τρόπο. Θεωρούμε τον τρόπο που εργάστηκε ο καθηγητής αποτελεσματικό και ενδιαφέρον καθώς έκανε τους μαθητές να αντιληφθούν μόνοι τους το λάθος τους και να καταλήξουν στο σωστό αποτέλεσμα, χωρίς να ακολουθήσει την τυπική θα έλεγε κανείς, μέθοδο “διορθώνω απευθείας το λάθος του μαθητή και πάω παρακάτω”.

### **4./Τι θα κάνατε εσείς και γιατί;**

Δουλεύοντας με τους μαθητές πάνω στην ίδια άσκηση παρατηρούμε πως το σχήμα που δίνεται στο σχολικό βιβλίο ενδεχομένως να προκαλέσει σύγχυση στους μαθητές καθώς όχι

μόνο δε διευκρινίζεται στην εκφώνηση ότι η θέση του σημείου M πάνω στο τόξο AB είναι τυχαία, αλλά και δίνεται στους μαθητές ένα γεωμετρικό σχήμα που το σημείο M βρίσκεται στο μέσο του τόξου. Είναι πολύ σημαντικό στην Ευκλείδεια γεωμετρία οι μαθητές να μάθουν να δουλεύουν βασιζόμενοι πάνω στο γεωμετρικό σχήμα και αυτό επιτυγχάνεται μόνο στην περίπτωση που αυτό είναι σωστά σχεδιασμένο και αντιπροσωπευτικό. Ο λόγος που μπορεί η λανθασμένα θέση του M στο μέσο του τόξου AB, μπερδεύει τους μαθητές είναι καθώς μπορεί να θεωρήσουν ότι το μαθηματικό αποτέλεσμα στο οποίο κατέληξαν δεν ισχύει καθολικά για κάθε σημείο M στο τόξο, αλλά μόνο για όταν αυτό βρίσκεται στο μέσο. Επιπλέον, θα μπορούσε να μπερδέψει καθώς, μπορεί να νομίζουν ότι η ιδιότητα του ως μέσο χρειάζεται στην επίλυση της άσκησης το οποίο θα τους οδηγούσε σε λάθος συνειρμικά μονοπάτι επίλυσης. Έτσι, στην κατασκευή που θα κάνουμε στον πίνακα θα τοποθετήσουμε το σημείο M σε μια τυχαία θέση.

**5./ Να αναπτύξετε έναν υποθετικό διάλογο ανάμεσα σε εσάς (έχοντας τον ρόλο του εκπαιδευτικού) και τους μαθητές με τον οποίο να αναδείξετε - τι θα κάνατε διαφορετικό σχετικά με το κρίσιμο περιστατικό που επιλέξετε; - τι θα θέλατε να δείτε να συμβαίνει; Ακολουθώντας, να εξηγήσετε με ποιο σκεπτικό διαμορφώσατε τον διάλογο.**

Σε συνέχεια διαλόγου που έγινε στην τάξη ακολουθεί ο δικός μας υποθετικός διάλογος.

K: Σε ποιο τόξο αντιστοιχεί η  $\angle AMB$ ;

M1: Στο τόξο AM;

K: Όχι! Σκέψου καλύτερα

M2: Το τόξο είναι το AΔΓΒ

K: Σωστά! Ποια γωνία είναι η επίκεντρη του τόξου αυτού;

M1: ΑΟ....;

K: Σκέψου...

M1:  $\angle AOB$  (δείχνει την κυρτή)

K: Η  $\angle AMB$  είναι αμβλεία άρα περιμένουμε η αντίστοιχη επίκεντρη να είναι μη κυρτή

Ο Μ1 την σημειώνει σωστά στο σχήμα και ξεκινάει να γράφει τη σχέση που προκύπτει από την εγγεγραμμένη και την επίκεντρη στον πίνακα. Γράφει  $\angle AMB = \angle AOB/2$ . Σταματάει και μπερδεύεται στην αντικατάσταση. Ο καθηγητής καθοδηγεί και λέει στο μαθητή να σημειώσει δίπλα στην ΑΟΒ τη λέξη “μη κυρτή”. Συνεχίζει ο διάλογος.

Κ: Τα τόξα είναι ίσα μεταξύ τους και αντιστοιχούν σε 3 ορθές.

Ο Μ1 σημειώνει 270 μοίρες και λύνει την άσκηση.

**Κ: Μπράβο! Αν είχαμε Μ' τυχαίο στο εσωτερικό του ΑΒ τόξου, πόσο θα ήταν η γωνία  $\angle AM'B$ ;**

**Μ3: Εύκολο! Είναι ίση με πριν!**

**Μ4: Μα είναι σε διαφορετικό σημείο στο τόξο..**

**Κ: Μ3 γιατί είναι ίσες; Εξήγησε μας.**

**Μ3: Αντιστοιχούν στο ίδιο τόξο.**

**Κ: Όποιο σημείο και να πάρω πάνω στο ΑΒ τόξο θα έχω την ίδια αντίστοιχη επίκεντρη;**

**Μ2: Ναι! Αφού οι εγγεγραμμένες που θα πάρω θα βαίνουν στο ίδιο τόξο και έτσι θα έχουν την ίδια επίκεντρη γωνία.**

Σκοπός του συγκεκριμένου διαλόγου, είναι να αποσαφηνιστεί ότι το αποτέλεσμα ισχύει για κάθε σημείο πάνω στο τόξο, ανεξαρτήτως θέσης. Εδώ αποδεσμεύεται το μαθηματικό αποτέλεσμα από το συγκεκριμένο σημείο και στην ουσία το συμπέρασμα ότι έχουμε μια διατύπωση που ισχύει για κάθε σημείο στο τόξο, είναι προθάλαμος της χρήσης συμβόλων στην άλγεβρα.

### 1) Περιγράψτε σύντομα το επεισόδιο που επιλέξατε

Να επιλέξετε ένα κρίσιμο συμβάν από μια διδασκαλία που παρακολουθήσατε στο σχολείο. Να περιγράψετε αρχικά το πλαίσιο του συμβάντος (μαθηματικό περιεχόμενο, πότε το συμβάν λαμβάνει χώρα, π.χ. σε ποια στιγμή του μαθήματος, τι έχει προηγηθεί). Στη συνέχεια, να περιγράψετε το επεισόδιο/κρίσιμο συμβάν που επιλέξατε παραθέτοντας μαζί και το σχετικό απόσπασμα διαλόγου μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών ή μεταξύ μαθητών και σχετίζεται με το παραπάνω θέμα. Να προσπαθήσετε να γράψετε τον διάλογο ώστε να δημιουργηθεί στον αναγνώστη η αίσθηση ότι βρισκόταν στην τάξη.

Παρακολουθήσαμε μια διδακτική ώρα στην Α' Γυμνασίου, παράδοσης θεωρίας πολλαπλασιασμού ρητών αριθμών. Ο καθηγητής, ξεκινάει το μάθημα, δίνοντας στον πίνακα τη σχέση  $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta}$ . (δεν δίνεται το αποτέλεσμα). Εδώ ακολουθεί σειρά ερωτήσεων του καθηγητή, οι οποίες μας οδηγούν και στο κρίσιμο σημείο.

K: Πρέπει να έχουν νόημα τα δυο κλάσματα, άρα τι ισχύει για τους παρανομαστές:

M1: Ομώνυμα;

K: Δεν έχουμε πρόσθεση ή αφαίρεση....

K: Μπορώ να έχω,  $\frac{5}{0} \cdot \frac{3}{4}$  (σημειώνει στον πίνακα τα κλάσματα αυτά)

M2: Πρέπει να είναι φυσικοί αριθμοί μεγαλύτεροι του μηδενός.

M3: Όχι απαραίτητα μεγαλύτεροι, διάφοροι.

Ο καθηγητής, γράφει στον πίνακα  $\beta, \delta \neq 0$  και το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού. Στη συνέχεια, δίνει ένα παράδειγμα πολλαπλασιασμού ρητών και σηκώνει στον πίνακα έναν μαθητή για να το λύσει.

Έπειτα προχωράει στην παράδοση των ιδιοτήτων της πράξης του πολλαπλασιασμού. Ξεκινάει από την αντιμεταθετική ιδιότητα.. Υπενθυμίζει γράφοντας στον πίνακα, την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ακεραίων, αλλά και τον κανόνα προσήμων ρωτώντας τα παιδιά. Δίνει στον πίνακα τα εξής κλάσματα:

$$\frac{-6}{15} \cdot \frac{-5}{-3} =$$

και

$$\frac{-5}{-3} \cdot \frac{-6}{15} =$$

Αφήνει τα παιδιά να σκεφτούν και να γράψουν τα αποτελέσματα στα τετράδια τους, ενώ περπατάει ανάμεσα στα θρανία και κοιτάει κάποιες από τις απαντήσεις, υπενθυμίζοντας τις ιδιότητες προσήμων όπου θεωρεί ότι χρειάζεται. Αφού τους έχει δώσει λίγο χρόνο, σηκώνει έναν μαθητή στον πίνακα για να γράψει το αποτέλεσμα. Ο μαθητής ξεκινάει να κάνει τα κλάσματα ομώνυμα. Ακολουθεί ο εξής διάλογος:

Κ: Δεν θέλουμε τόσες πράξεις. Πρέπει να κάνω οικονομία πράξεων και όχι περισσότερες πράξεις.

Ο μαθητής σβήνει και ξαναγράφει σωστά το αποτέλεσμα.

Στη συνέχεια του μαθήματος, ακολούθησε και η προσεταιριστική ιδιότητα.

### **Στη συνέχεια, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις :**

**1./ Γιατί πιστεύετε ότι το επεισόδιο αυτό είναι σημαντικό (από μαθηματικής και διδακτικής πλευράς);**

Από μαθηματικής πλευράς το συμβάν θεωρούμε ότι είναι σημαντικό, καθώς διακρίνουμε τις διαφορές μεταξύ προσθαίρεσης -πολλαπλασιασμού καθώς και τις προϋποθέσεις που πρέπει να υπάρχουν για να υλοποιηθούν οι παραπάνω πράξεις. Επίσης είναι σημαντικό γιατί γίνεται μία υπενθύμιση του κανόνα των προσήμων.

Από διδακτικής πλευράς είναι σημαντικό καθώς ακόμα και αν ο καθηγητής δίνει αμέσως την απάντηση, το αριθμητικό παράδειγμα εφαρμογής της θεωρίας που επέλεξε να τους δώσει έφερε στην επιφάνεια την λανθασμένη εντύπωση που είχε ο συγκεκριμένος μαθητής (ενδεχομένως και άλλοι) για το πως γίνεται ο πολλαπλασιασμός κλασμάτων.

**2./ Πώς ερμηνεύετε το τι συμβαίνει στο συγκεκριμένο επεισόδιο; (ανατρέξτε στη σχετική βιβλιογραφία)**



Παρατηρούμε πως ο καθηγητής δίνει στην αρχή το γινόμενο κλασμάτων που προαναφέρθηκε  $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta}$  χωρίς να δείξει απευθείας τον τρόπο που θα πραγματοποιηθεί αυτή η πράξη του κλάσματος αναμένοντας οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις που έχουν ήδη για τον πολλαπλασιασμό ακεραίων. Η ερώτησή του “Τι πρέπει να ισχύει για να έχει νόημα το κλάσμα και κατ’ επέκταση η πράξη” δίνει το έναυσμα, μέσω διαλόγου, ώστε να οριστούν πρώτα οι προϋποθέσεις ορισμού ενός κλάσματος και στη συνέχεια να δοθεί ο τρόπος που θα πολλαπλασιαστούν αυτά. Συμπεραίνουμε πως ο καθηγητής αποφάσισε να “αποκρύψει” την απάντηση προκειμένου να δημιουργηθεί πρώτα το κατάλληλο πλαίσιο αυτής. Στην αρχή του διαλόγου όπως έχει αναφερθεί, φαίνεται το μπέρδεμα των μαθητών μεταξύ των πράξεων (πρόσθεσης-πολλ/σμου), και στη συνέχεια επιβεβαιώνεται όταν ο μαθητής λύνει το αριθμητικό παράδειγμα στον πίνακα. Εδώ παρατηρούμε, πως πιθανόν ο καθηγητής δεν έχει δώσει την απαραίτητη έμφαση σε προηγούμενα μαθήματα, ότι η διαδικασία των ομωνύμων γίνεται μόνο στις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης, αλλά ούτε το αντιλήφθηκε στην αρχή του διαλόγου, γεγονός που επανέφερε ξανά το ίδιο πρόβλημα. Έτσι η πρώτη απάντηση του μαθητή, πιθανόν μπέρδεψε τους υπόλοιπους, ή η σύγχυση αυτή μεταξύ των πράξεων, είναι ένα γενικότερο φαινόμενο για τους περισσότερους μαθητές της τάξης του.

Αξίζει να σημειωθεί πως ο καθηγητής έδωσε απευθείας τη σωστή απάντηση στο λάθος του μαθητή χωρίς να διερευνήσει περαιτέρω από που πηγάζει αυτό ή να αξιοποιήσει κάποια άλλη διδακτική μέθοδο ώστε να αντιληφθεί ο μαθητής το λάθος του αποτελεσματικότερα. Η αντιμετώπιση αυτή του καθηγητή είναι ένα σύνηθες φαινόμενο στη σχολική τάξη όταν ο καθηγητής βιάζεται να προχωρήσει την ύλη και παραμελεί την ουσιαστική κατανόηση του μαθήματος.

Βασιζόμενοι στην μελέτη μας πάνω σε εναλλακτικές μεθόδους διδασκαλίας, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η έλλειψη τους είναι αυτό που πιθανόν οδηγεί στην παραπάνω σύγχυση.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι αντιμετώπισης και διαχείρισης του λάθους από τον εκπαιδευτικό.

Σύμφωνα με την Καφούση (1994), ο εκπαιδευτικός πρέπει να είναι ακροατής και ερμηνευτής των ιδεών του μαθητή που έκανε λάθος, προκειμένου να τον καθοδηγήσει να κατανοήσει το λάθος του. Ο ίδιος ο εκπαιδευτικός δε θα πρέπει να αντιμετωπίζει αρνητικά τα λάθη των μαθητών, δημιουργώντας ένα κλίμα όπου οι μαθητές νιώθουν άνετα να εκφράζουν τις σκέψεις τους. Ο Οικονόμου (2008) υποστηρίζει ότι η διαδικασία αντιμετώπισης των λαθών των μαθητών μπορεί να επιτευχθεί μέσα από τη συζήτηση με τους συμμαθητές τους,

διασφαλίζοντας έναν "μαθηματικό διάλογο". Σε αυτό το πλαίσιο, ο εκπαιδευτικός πρέπει να διευκολύνει τη συζήτηση αντί να καθορίζει και να επισημαίνει το σωστό, προωθώντας έτσι τη σημασία του διαλόγου. Επιπλέον, σύμφωνα με τον Γκαρνάρα, τον Παντελάκη και τον Τασίδη (2013), ο εκπαιδευτικός πρέπει να λάβει υπόψη του το επίπεδο γνώσης του μαθητή και να προσφέρει ανατροφοδότηση που θα τον βοηθήσει να αντιμετωπίσει το λάθος του. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει επίσης να προσφέρει την κατάλληλη υποστήριξη, λαμβάνοντας υπόψη τις μορφές των λαθών και τις ανάγκες των μαθητών. Τέλος, ο Τουμάσης (1999) υπογραμμίζει τη σημασία του εκπαιδευτικού στην αντιμετώπιση των λαθών των μαθητών, παρέχοντας την απαραίτητη ανατροφοδότηση και ενθαρρύνοντας τη σκέψη και την κατανόηση των μαθητών.

Συνολικά, το κείμενο αναδεικνύει την ανάγκη για μια εποικοδομητική και συνεργατική προσέγγιση στη διόρθωση των λαθών των μαθητών, η οποία προάγει την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και της αυτοεκτίμησης.

Πτυχιακή εργασία με τίτλο: "Το λάθος και η διαχείριση του στην τάξη των μαθηματικών: αντιλήψεις εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης".

Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης. Σχολή Επιστημών της Αγωγής. Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης. Τομέας Θετικών Επιστημών.

### **3./ Πώς κρίνετε τους τρόπους που ο καθηγητής διαχειρίστηκε στην διδακτική κατάσταση;**

Ο καθηγητής θεωρούμε, πως δεν διαχειρίστηκε σωστά την διδακτική κατάσταση, καθώς όχι μόνο δεν έδωσε ιδιαίτερη σημασία στο λάθος του μαθητή στην αρχή του διαλόγου, γεγονός που επιβεβαιώνεται και στη συνέχεια στην επίλυση του αριθμητικού παραδείγματος, αλλά και πιθανόν ούτε ο ίδιος να αντιλήφθηκε την αιτία της σύγχυσης (Κ: Δεν θέλουμε τόσες πράξεις. Πρέπει να κάνω οικονομία πράξεων και όχι περισσότερες πράξεις.)

Πιο συγκεκριμένα, αντιλαμβανόμαστε ότι τα παιδιά, δεν έχουν στο μυαλό τους σαφή τον διαχωρισμό ανάμεσα στους τρόπους διεξαγωγής των πράξεων της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού κλασμάτων. Στην αρχή του διαλόγου όταν ο καθηγητής ρώτησε τι χρειαζόμαστε προκειμένου να πολλαπλασιάσουμε τα δύο κλάσματα, ένας μαθητής απάντησε, πως πρέπει τα κλάσματα να είναι ομώνυμα. Δεν δόθηκε η απαραίτητη έμφαση σε αυτό το σημείο σύγχυσης του μαθήματος, και έτσι όταν ένας άλλος μαθητής κλήθηκε να

κάνει τον πολλαπλασιασμό στο αριθμητικό παράδειγμα, έκανε τα κλάσματα ομώνυμα. Αυτό το γεγονός επιβεβαιώνει διδακτικά την ανάγκη για περαιτέρω εξήγηση της πράξης. Ετσι, πιθανόν ή ο πρώτος μαθητής μπέρδευσε τους υπόλοιπους αφού δεν δόθηκε η απαραίτητη διευκρίνιση ανοιχτά στην τάξη, ή πρόκειται για γενικότερο φαινόμενο.

#### **4./Τι θα κάνατε εσείς και γιατί;**

Αν ήμασταν εμείς στην θέση του εκπαιδευτικού σε πρώτη φάση θα γράφαμε στον πίνακα πως ορίζονται οι πράξεις του πολ/σμου και της πρόσθεσης στα κλάσματα ώστε οι μαθητές να το έχουν ως αναφορά για την αριθμητική επίλυση. Θα εξηγούσαμε εκτενέστερα ποιες είναι οι διαφορές μεταξύ πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού στα κλάσματα δίνοντας ιδιαίτερη σημασία στο γιατί δεν είναι απαραίτητο τα κλάσματα να είναι ομώνυμα στον πολ/σμο αφού αυτό φάνηκε να προβληματίζει ιδιαίτερος τους μαθητές. Στη συνέχεια καθώς παρατηρήσαμε πως ο μαθητής που ήταν στον πίνακα δυσκολεύτηκε με την επίλυση της πράξης  $\frac{-6}{15} \cdot \frac{-5}{-3}$  ακολουθώντας τακτικές που χρησιμοποιούνται στην πρόσθεση, θα τον βάζαμε να λύσει και αυτή την πράξη  $\frac{-5}{-3} \cdot \frac{-6}{15}$ , προκειμένου να δει έμπρακτα πως παρ' όλο που χρησιμοποιούμε τα ίδια κλάσματα το αποτέλεσμα διαφέρει. Θεωρούμε πως η προσωπική ενασχόληση του κάθε μαθητή με την ακόλουθη άσκηση θα φέρει τα επιθυμητά αποτελέσματα, καθώς οι μαθητές θα έρθουν αντιμέτωποι με τα λάθη τους πιο έμπρακτα και άμεσα.

**5./ Να αναπτύξετε έναν υποθετικό διάλογο ανάμεσα σε εσάς (έχοντας τον ρόλο του εκπαιδευτικού) και τους μαθητές με τον οποίο να αναδείξετε - τι θα κάνατε διαφορετικό σχετικά με το κρίσιμο περιστατικό που επιλέξετε; - τι θα θέλατε να δείτε να συμβαίνει; Ακολουθώς, να εξηγήσετε με ποιο σκεπτικό διαμορφώσατε τον διάλογο.**

Ο καθηγητής, ξεκινάει το μάθημα, δίνοντας στον πίνακα τη σχέση  $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta}$ :

Κ: Πρέπει να έχουν νόημα τα δυο κλάσματα, άρα τι ισχύει για τους παρανομαστές:

Μ1: Ομώνυμα;

Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα το αποτέλεσμα πως ορίζονται του πολ/σμου και υπενθυμίζει την πράξη της πρόσθεσης.

Κ: Η προϋπόθεση για ομώνυμους παρονομαστές χρειάζεται μόνο στην πρόσθεση.

Ακολουθεί η άσκηση που έδωσε στην πραγματικότητα ο καθηγητής. Δίνει στον πίνακα τα εξής κλάσματα:

$$\frac{-6}{15} \cdot \frac{-5}{-3} =$$

και

$$\frac{-5}{-3} \cdot \frac{-6}{15} =$$

Αφού τους έχει δώσει χρόνο να σκεφτούν τα αποτελέσματα, και να τα γράψουν στο τετράδιο τους, σηκώνει έναν μαθητή (M1) στον πίνακα να λύσει το συγκεκριμένο παράδειγμα.

Ο M1 ξεκινάει να κάνει τα κλάσματα ομώνυμα.

K: Περίμενε, είναι αυτό εδώ απαραίτητο;

Γράφει στον πίνακα την εξής πράξη:  $\frac{-6}{15} + \frac{-5}{-3} =$ , και ζητάει από τον μαθητή να τη λύσει. Ο M1 κάνει τα κλασματα ομώνυμα καταλήγει στο αποτέλεσμα.

M1: Ααα, ναι εδώ χρειάζεται να έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

K: Μπράβο, κάνε τώρα και την πράξη του πολ/σμου.

Ο M1, κάνει σωστά αυτή τη φορά την πράξη, πολλαπλασιάζοντας τους παρονομαστές.

K: Από τον τρόπο που ορίζονται οι δυο πράξεις δεν χρειάζεται εδώ να έχουμε ομώνυμα κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε τους παρονομαστές και στη συνέχεια κάνουμε το κλάσμα ανάγωγο.

M1: Είναι και διαφορετικό το αποτέλεσμα, εντάξει, το κατάλαβα!

Αφού είναι κάτι συνηθισμένο, ιδιαίτερα σε μαθητές Α' Γυμνασίου που δεν έχουν την δέουσα μαθηματική ωριμότητα, να μπερδεύονται με τις πράξεις, σκοπός του διαλόγου είναι να φανεί έμπρακτα με χρήση κατάλληλου παραδείγματος η διαφορά της πρόσθεσης και πολ/σμου κλασμάτων.