

Ασκήσεις 4

Αλγεβρική Τοπολογία

1. Δείξτε ότι για $n \geq 3$, $\pi_1(\mathbb{R}^n - \{x_1, \dots, x_k\}) = \{1\}$.
2. Υπολογίστε τη θεμελιώδη ομάδα του \mathbb{R}^3 μείον μία ευθεία. Υπολογίστε τη θεμελιώδη ομάδα του \mathbb{R}^3 μείον δύο παράλληλες ευθείες και μείον δύο τεμνόμενες ευθείες.
3. Υπολογίστε τη θεμελιώδη ομάδα του $S^3 - S^1$.
4. Υπολογίστε τη θεμελιώδη ομάδα του χώρου X που προκύπτει από την ταύτιση δύο αντιγράφων του *torus* πάνω σε ένα μεσημβρινό. Δηλ.

$$X = (S^1 \times S^1) \sqcup (S^1 \times S^1) / \sim$$

όπου ταυτίζουμε τον κύκλο $S^1 \times x_0$ του πρώτου *torus* με τον κύκλο $S^1 \times x_0$ του δεύτερου *torus*.

5. Υπολογίστε τη θεμελιώδη ομάδα του $P^2 - x$ όπου P^2 είναι το προβολικό επίπεδο. Όμοια για τον $P^2 - \{x, y\}$.
6. Έστω X ο χώρος που παίρνουμε ταυτίζοντας το βόρειο και νότιο πόλο της S^2 . Υπολογίστε τη θεμελιώδη ομάδα του X .