

Το θεώρημα Bishop–Phelps

Έστω X ένας αυτοπαθής χώρος Banach. Από την ασθενή συμπάγεια της B_X έπεται ότι αν $x^* \in X^*$ τότε υπάρχει $x_0 \in S_X$ ώστε $x^*(x_0) = \|x^*\|$. Ένα θεώρημα του James δείχνει ότι αυτή η ιδιότητα χαρακτηρίζει τους αυτοπαθείς χώρους. Ο X είναι αυτοπαθής αν και μόνο αν, για κάθε $x^* \in X^*$ υπάρχει $x_0 \in S_X$ ώστε $x^*(x_0) = \|x^*\|$.

Το θεώρημα Bishop–Phelps (1961) ισχυρίζεται ότι κάθε χώρος Banach (πλησιάζει» στο να έχει αυτή τη χαρακτηριστική ιδιότητα των αυτοπαθών χώρων:

Θεώρημα (Bishop–Phelps). Έστω X χώρος Banach. Το σύνολο D των $x^* \in S_{X^*}$ για τα οποία υπάρχει $x_0 \in S_X$ ώστε $x^*(x_0) = \|x^*\|$ είναι $\|\cdot\|$ -πυκνό στην S_{X^*} .

Βιβλιογραφία

1. E. Bishop and R. R. Phelps, A proof that every Banach space is subreflexive.
2. B. Bollobás, Linear Analysis.
3. R. C. James, Characterizations of reflexivity.