

Ποινή στόχου i

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(x) &= q_i (a_i'x - \beta_i)^+ + p_i (a_i'x - \beta_i)^- \quad (p_i, q_i \geq 0 \forall i) \\ &= q_i (a_i'x - \beta_i)^+ + p_i (\beta_i - a_i'x)^+ = \varepsilon_i(x) \end{aligned}$$

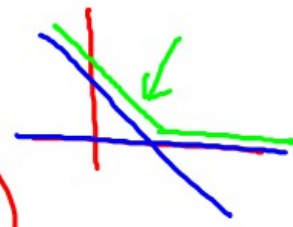
Μοντέλο βελτιστοποίησης

$$\begin{aligned} \min_{\underline{x}} \quad & \sum_{i=1}^k \varepsilon_i(x) \\ & Ax = b \\ & \underline{x} \geq 0 \end{aligned}$$

goal programming problem

Πρόταση $\varepsilon_i(x)$ κυρτή

$$(a_i'x - \beta_i)^+ = \max(a_i'x - \beta_i, 0) \quad \text{κυρτή}$$



$$(\beta_i - a_i'x)^+ = \max(\beta_i - a_i'x, 0), \quad \text{κυρτή}$$

$p_i, q_i \geq 0 \Rightarrow \varepsilon_i(x)$ κυρτή

Έναλλακτικό μοντέλο π.γ.π.

$$\begin{aligned} a_i'x = \beta_i & \quad \text{✗} \quad a_i'x + u_i - v_i = \beta_i \\ & \quad \quad \quad u_i, v_i \geq 0 \end{aligned}$$

$$Z_{LP} \quad \min_{(\underline{x}, \underline{u}, \underline{v})} \sum_{i=1}^k (p_i u_i + q_i v_i)$$

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ \underline{x} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$a_i'x + u_i - v_i = \beta_i \quad i=1, \dots, k$$

$$u_i, v_i \geq 0 \quad \forall i$$

Ασκησης

- ① Έστω τιμή X διακριτή $\in \{1, \dots, n\}$
 και σμπ $p = (p_1, \dots, p_n)$

Ερώτηση Από όλες τις κατανομές
 που έχουν δοσμένη μέση τιμή $E(X) = \mu$
 ποια είναι εκείνη που μεγιστοποιεί
 τη διασπορά $V(X)$?

α) Μοντέλο ΠγΠ

Μεταβλητές: $\underline{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}$

$$\forall p \quad E(X) = \sum_{i=1}^n i p_i$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$\Rightarrow \max V(X) \Leftrightarrow \max E(X^2) \\ = \max \sum_{i=1}^n i^2 p_i$$

$$LP \quad \max_{\underline{p}} \sum_{i=1}^n i^2 p_i$$

$$u.p. \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n i p_i = \mu$$

$$p_i \geq 0 \quad \forall i$$

$n \delta \eta$
 $\sigma \epsilon$
 KM

$$m=2, n=n$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mu \end{pmatrix}$$

$$\underline{c} = (1^2, 2^2, \dots, n^2)$$

function $[A, b, c] = \text{varp}(n, w)$

% n integer > 1

% w real $1 \leq w \leq n$

$$A = [\text{ones}(1, n); 1:n]$$

$$b = [1; w] \quad c = ((1:n).^2)'$$