

12-12-2025

Εμπειρικό μοντέλο $Y = b_0 + b_1 x + \varepsilon$, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$

Ελέγχοι υποθέσεων

Εκτιμήσεις ελεγχ. τετραγώνων $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$

1) $E(\hat{b}_0) = b_0$

$E(\hat{b}_1) = b_1$

2) $\hat{b}_0 \sim N(b_0, \sigma_{\hat{b}_0}^2)$
 $\hat{b}_1 \sim N(b_1, \sigma_{\hat{b}_1}^2)$

$\sigma_{\hat{b}_0}^2$ — συνάρτηση σ^2 : απόρροα
" " σ^2 " !!

Χρειαζόμαστε εκτίμηση για το σ^2

$$s^2 = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum (y_i - \hat{b}_0 - \hat{b}_1 x_i)^2}{n-2}$$

$$E(s^2) = \sigma^2 \quad (\text{αμερόληπτη})$$

Παρένθεση

Μηδενικό μοντέλο

$$Y = \mu + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

$(y_1, \dots, y_n)$
ωχαιο διττα



$$Y \sim N(\mu, \sigma^2)$$

εκτίμηση σ^2

a) Αν μ γνωστό $s^2 = \frac{\sum (y_i - \mu)^2}{n}$ $E(s^2) = \sigma^2$

b) Αν μ άγνωστο $\mu' \hat{\mu} = \bar{y}_n \Rightarrow$

$$s^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y}_n)^2}{n-1} \quad \text{df για } \sigma^2 = n-1$$

π.χ $n=2$

y_1, y_2

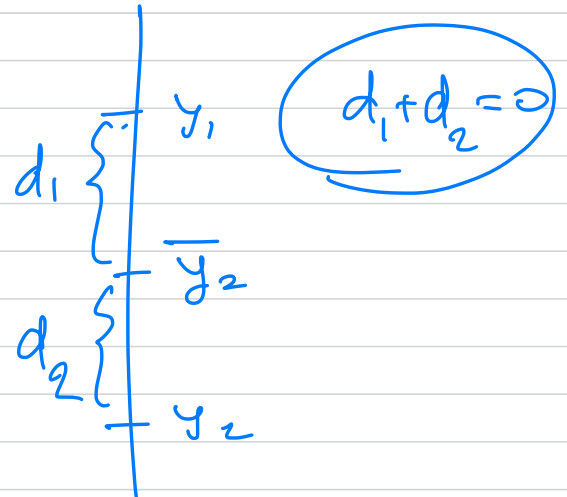
a) μ γνωστό

$$(y_1 - \mu)^2 + (y_2 - \mu)^2$$

2 b.ε.

b) αν $\hat{\mu} = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$$\begin{aligned} & \left(y_1 - \frac{y_1 + y_2}{2} \right)^2 + \left(y_2 - \frac{y_1 + y_2}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{y_1 - y_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{y_2 - y_1}{2} \right)^2 \end{aligned}$$



Κανόνας

Σ είναι γραμμικό ποτείο γει

$$Y = \underline{b_0} + \underline{b_1}X_1 + \underline{b_2}X_2 + \dots + \underline{b_k}X_k + \Sigma$$

($k+1$ αγνώστ b)

$$S^2 = \frac{SSE}{n - (k+1)}$$

$$n - (k+1) = n - k - 1 = df_{\text{error}}$$

Διαισθητικά

$$S_{\hat{b}_0}^2 = \hat{\sigma}_{\hat{b}_0}^2$$

$$S_{\hat{b}_1}^2 = \hat{\sigma}_{\hat{b}_1}^2$$

$$\Delta E (1-\alpha) : b_1 : \hat{b}_1 + t_{\alpha/2, n-2} S_{\hat{b}_1}$$

$$b_0 : \hat{b}_0 + t_{\alpha/2, n-2} S_{\hat{b}_0}$$

Πίνακας ANOVA (ανάπτυξη πίνακα)

	SS	df	MS
Model	SSR	#b - 1	$MSR = \frac{SSR}{df_{mod}}$
Error	SSE	n - (#b)	$MSE = \frac{SSE}{df_{er}} (= \hat{\sigma}^2)$
Total	SST	n - 1	

MS : mean square

	Estimate	st error	t	P
b_0	$\hat{b}_0$	$S_{\hat{b}_0}$	$\hat{b}_0 / S_{\hat{b}_0}$	P
b_1	$\hat{b}_1$	$S_{\hat{b}_1}$	$\hat{b}_1 / S_{\hat{b}_1}$	P

Εξέγναι υποθέσεων για b_0, b_1 (t-tests $n-2$ df)