

Ανάλυση II και Εφαρμογές - Τμήμα Φυσικής ΕΚΠΑ
Εαρινό εξάμηνο 2025-2026
Διδάσκοντες: Αντώνιος Οικονόμου, Γεώργιος Παπαθανασίου

Περιγραφή: Το μάθημα έχει ως στόχο την εισαγωγή των φοιτητών του Τμήματος Φυσικής στον απειροστικό λογισμό συναρτήσεων πολλών μεταβλητών, που αναφέρεται συχνά και ως διανυσματικός λογισμός.

Πιο συγκεκριμένα, η ύλη του μαθήματος σύμφωνα με τον οδηγό σπουδών περιλαμβάνει τα ακόλουθα:

- Διανύσματα. Διανυσματικές συναρτήσεις στο επίπεδο και στο χώρο. Εσωτερικό και εξωτερικό γινόμενο. Ευθείες. Επίπεδα. Επιφάνειες. Μήκος τόξου. Μοναδιαίο εφαπτόμενο διάνυσμα. Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών. Παράγωγοι. Όριο. Συνέχεια.
- Μερικές παράγωγοι. Αλυσιδωτή παραγωγή. Κατευθυνόμενη παράγωγος. Διανύσματα κλίσεως. Εφαπτόμενα επίπεδα. Γραμμικοποίηση. Διαφορικά. Ακρότατα. Σαγματικά σημεία.
- Πολλαπλασιαστές Lagrange. Μερικές παράγωγοι συναρτήσεων με μεταβλητές που υπόκεινται σε συνθήκες. Τύπος του Taylor για συναρτήσεις πολλών μεταβλητών.
- Καμπυλόγραμμα συστήματα συντεταγμένων. Μετρική. Βαθμίδα. Απόκλιση. Στροβιλισμός.
- Πολλαπλά (διπλά, τριπλά) ολοκληρώματα, σε καρτεσιανές και άλλες συντεταγμένες. Εφαρμογές στον υπολογισμό εμβαδών, ροπών, κέντρων μάζας. Αλλαγές μεταβλητών (ιακωβιανές ορίζουσες).
- Ολοκλήρωση διανυσματικών πεδίων. Επικαμπύλια και επιφανειακά ολοκληρώματα. Ανεξαρτησία από τη διαδρομή. Συναρτήσεις δυναμικού και συντηρητικά πεδία. Θεωρήματα Green, Gauss, Stokes και εφαρμογές.

Διδάσκοντες:

- (1) Αντώνιος Οικονόμου, Τμήμα Μαθηματικών, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Γραφείο 329 Τμήματος Μαθηματικών

Email: aeconom@math.uoa.gr.

Ιστοσελίδα: <http://scholar.uoa.gr/aeconom/home>

- (2) Γεώργιος Παπαθανασίου, Τμήμα Φυσικής, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Γραφείο 15 Τμήματος Φυσικής, Κτίριο I, Επίπεδο +4

Email: g.papathanasiou@phys.uoa.gr.

Ιστοσελίδα: <http://scholar.uoa.gr/gpapathanasiou/home>

Ώρες και αίθουσα διδασκαλίας:

Δευτέρα 12:00-14:00 και Πέμπτη 12:00-15:00 στο Αμφιθέατρο «Αρίσταρχος».

Eclass: <https://eclass.uoa.gr/courses/MATH147/>

Προτεινόμενες πηγές (βιβλία που μπορούν να προμηθευθούν οι φοιτητές μέσω Ευδόξου):

- (1) Διανυσματικός Λογισμός

Κωδικός Βιβλίου στον Ευδόξο: 94645889

Έκδοση: 1η/2020

Συγγραφείς: Jerrold E. Marsden, Anthony Tromba

ISBN: 9789605245924

Τύπος: Σύγγραμμα

- Διαθέτης (Εκδότης): ITE - Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης
- (2) Εφαρμοσμένος Διανυσματικός Απειροστικός Λογισμός
Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 45391
Έκδοση: 2η έκδ./2003
Συγγραφείς: Τσίτσας Λ.
ISBN: 9789602662090
Τύπος: Σύγγραμμα
Διαθέτης (Εκδότης): Σ. Αθανασόπουλος & ΣΙΑ I.K.E
- (3) Απειροστικός Λογισμός σε Πολλές Μεταβλητές
Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 45495
Έκδοση: 1η έκδ./2009
Συγγραφείς: Χατζηαφράτης Τηλέμαχος Ε.
ISBN: 9789602662748
Τύπος: Σύγγραμμα
Διαθέτης (Εκδότης): Σ. Αθανασόπουλος & ΣΙΑ I.K.E
- (4) Thomas Απειροστικός Λογισμός
Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 77107082
Έκδοση: 1η/2018
Συγγραφείς: [George B. Thomas], Jr., Joel Hass, Christopher Heil, Maurice D. Weir
ISBN: 9789605245153
Τύπος: Σύγγραμμα
Διαθέτης (Εκδότης): ITE - Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης
- (5) Μαθηματική Ανάλυση II
Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 122075561
Έκδοση: 2η/2023
Συγγραφείς: Ρασσιάς Θ.
ISBN: 9786182170434
Τύπος: Σύγγραμμα
Διαθέτης (Εκδότης): Τσότρας Αν. Αθανάσιος.

Ενδεικτικό πρόγραμμα μελέτης και παραδόσεων:

Συνιστάται στους φοιτητές να διαβάζουν το υλικό του βιβλίου που θα επιλέξουν παράλληλα με την παρακολούθηση των διαλέξεων των διδασκόντων και να λύνουν σχετικές ασκήσεις.

Εβδομάδα 01: Διανύσματα στους ευκλείδειους χώρους, εσωτερικό και εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων, νόρμα, απόσταση (μετρική). Βασικές υπενθυμίσεις από τη Γραμμική Άλγεβρα (Πίνακες, Ορίζουσες). Κυλινδρικές και σφαιρικές συντεταγμένες.

Εβδομάδα 02: Γεωμετρία των πραγματικών συναρτήσεων. Στοιχεία από την τοπολογία των ευκλείδειων χώρων. Όριο και συνέχεια.

Εβδομάδα 03: Παραγωγή: Μερικές παράγωγοι, διαφορικό. Διαδρομές και καμπύλες.

Εβδομάδα 04: Ιδιότητες της παραγώγου. Κλίση και κατευθυνόμενες (ή κατά κατεύθυνση) παράγωγοι.

Εβδομάδα 05: Μερικές παράγωγοι ανώτερης τάξης. Το θεώρημα του Taylor. Ακρότατα πραγματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών χωρίς περιορισμούς.

Εβδομάδα 06: Ακρότατα πραγματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών υπό συνθήκη. Πολλαπλασιαστές Lagrange. Θεώρημα πεπλεγμένων συναρτήσεων.

Εβδομάδα 07: Διανυσματικές συναρτήσεις και διανυσματικά πεδία. Μήκος τόξου. Απόκλιση και στροβιλισμός.

Εβδομάδα 08: Εισαγωγή στα πολλαπλά ολοκληρώματα. Μέθοδοι υπολογισμού πολλαπλών ολοκληρωμάτων.

Εβδομάδα 09: Η γεωμετρία των απεικονίσεων από τον n -διάστατο ευκλείδειο χώρο στον n -διάστατο ευκλείδειο χώρο. Θεώρημα αλλαγής μεταβλητών και εφαρμογές.

Εβδομάδα 10: Επιγαμύλια ολοκληρώματα πρώτου και δευτέρου είδους. Παραμετρικοποιημένες επιφάνειες και εμβαδά επιφανειών.

Εβδομάδα 11: Ολοκληρώματα βαθμωτών συναρτήσεων επί επιφανειών. Επιφανειακά ολοκληρώματα διανυσματικών πεδίων.

Εβδομάδα 12: Συντηρητικά και αστρόβιλα πεδία. Ολοκληρωτικά θεωρήματα διανυσματικής ανάλυσης: Green, Stokes και Gauss.

Εβδομάδα 13: Επαναληπτικές ασκήσεις.

Ασκήσεις:

Όλα τα προτεινόμενα βιβλία περιέχουν μεγάλες συλλογές ασκήσεων. Σε κάποια από αυτά παρουσιάζονται και συνοπτικές απαντήσεις για μέρος των ασκήσεων.

Είναι σημαντικό να προσπαθείτε να λύσετε μόνοι σας νέες ασκήσεις που δεν έχουν παρουσιαστεί κατά τις παραδόσεις στην τάξη. Σε πρώτη φάση μπορείτε να δοκιμάζετε να λύνετε τα παραδείγματα όποιου βιβλίου έχετε επιλέξει, τα οποία δεν παρουσιάζονται στην τάξη, και κατόπιν να διαβάσετε τον τρόπο επίλυσής τους στο βιβλίο. Ακολούθως, μπορείτε να δοκιμάζετε ασκήσεις για τις οποίες υπάρχουν συνοπτικές απαντήσεις στο τέλος του βιβλίου, και αργότερα κάποιες επιπλέον ασκήσεις.