

**514. Κυρτή Ανάλυση**  
**(εαρινό εξάμηνο 2012-13)**

A. Κυρτές συναρτήσεις

1. Κυρτές συναρτήσεις μιας μεταβλητής. Συνέχεια, Διαφορισιμότητα. Ανισότητα Jensen και άλλες ανισότητες.
2. Κυρτές συναρτήσεις πολλών μεταβλητών. Συνέχεια, Διαφορισιμότητα. Υπερεπίπεδα στήριξης και αποτέλεσμα τύπου Hahn-Banach.

B. Κυρτά σύνολα στον  $\mathbb{R}^n$

1. Κυρτή θήκη συνόλου. Τοπολογικές ιδιότητες κυρτού συνόλου. Θεωρήματα Radon, Καραθεοδωρή και Helly.
2. Μετρική προβολή. Υπερεπίπεδα στήριξης. Διαχωριστικά θεωρήματα στον  $\mathbb{R}^n$ .
3. Συνάρτηση στήριξης και συνάρτηση στάθμης.
4. Ακραία σημεία. Πολύτοπα και πολύεδρα.

Γ. Κυρτά σύνολα σε χώρο Hilbert (άπειρης διάστασης)

Μετρική προβολή. Διαχωριστικά θεωρήματα.

Δ. Ο μετρικός χώρος των κυρτών, συμπαγών συνόλων του  $\mathbb{R}^n$ . Ισοπεριμετρικό πρόβλημα

1. Μετρική του Hausdorff. Θεώρημα επιλογής του Blaschke.
2. Όγκος, επιφάνεια κυρτού συνόλου, μεικτοί όγκοι. Ανισότητα των Brunn-Minkowski. Το κλασσικό Ισοπεριμετρικό πρόβλημα.

**Βιβλιογραφία**

1. Απ. Γιαννόπουλος: “Κυρτή γεωμετρική ανάλυση”, 2009 (Σημειώσεις ηλ. τάξη).
2. Λ. Ευαγγελάτου-Δάλλα: “Κυρτά σύνολα και εφαρμογές”, 1999 (Σημειώσεις ηλ. τάξη).
3. Σ. Νεγρεπόντης, Σ. Γιωτόπουλος, Ε. Γιαννακούλιας: “Απειροστικός Λογισμός”, 1993.
4. P.M. Gruber: “Convex and Discrete Geometry”, 2007 (ανοικτό στο διαδίκτυο).
5. F. Deutsch: “Best Approximation in Inner Product spaces”, 2001 (φωτοτυπίες).

**Ηλεκτρονική τάξη: <http://eclass.uoa.gr/courses/MATH140/>**

Προαπαιτούμενες γνώσεις από: Απειροστικό Λογισμό I, II και III, Γραμμική Άλγεβρα I και II, Πραγματική Ανάλυση και δευτερευόντως από Μέτρο Lebesgue και Συναρτησιακή Ανάλυση.