Άσκηση 6.

Έστω $\{C_i : i \in I\}$ οικογ κυρτών $\subseteq \mathbb{R}^n$: $\bigcap_{i\in I} \mathrm{ri}(K_i) \neq \emptyset$.

Τότε $\overline{\bigcap_{i\in I} K_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{K_i}$.

Αποδ

$\forall\, i \in I$ έχουμε $K_i \subseteq \overline{K_i} \Rightarrow \bigcap_{i\in I} K_i \subseteq \bigcap_{i\in I} \overline{K_i}$

Δηλαδή $\overline{\bigcap_{i\in I} K_i} \subseteq \bigcap_{i\in I} \overline{K_i}$

"$\supseteq$" Τώρα σταθεροποιούμε $y \in \bigcap_{i\in I} \mathrm{ri}(K_i) \neq \emptyset$, και τυχόν $x \in \bigcap_{i\in I} \overline{K_i}$. Θ.δ.ο. $x \in \overline{\bigcap_{i\in I} K_i}$. Για κάθε $i \in I$ έχουμε ότι $y \in \mathrm{ri}(K_i)$ και $x \in \overline{K_i}$, άρα $[y,x) \subseteq \mathrm{ri}(K_i) \subseteq K_i$.

Έπεται ότι $[y,x) \subseteq \bigcap_{i\in I} K_i$. Αφού $x \in \overline{[y,x)}$

έπεται ότι $x \in \overline{\bigcap_{i\in I} K_i}$

Δηλαδή $\overline{\bigcap_{i\in I} K_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{K_i}$