

Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα Εξετάσεις Περιόδου Φεβρουαρίου 2004

Θέμα 1.

(α) Δείξτε (με πλήρη απόδειξη) ότι κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να έχει καμμία, μία ή άπειρες λύσεις.

(β) Μια βιομηχανία πλαστικών παράγει δύο ειδών πλαστικές σωλήνες (φαρδιές και στενές) για υδραυλικές εγκαταστάσεις. Και οι δύο τύποι παράγονται στο ίδιο μηχάνημα που έχει δυναμικότητα 200 μέτρα την ώρα για τις φαρδιές και 300 μέτρα την ώρα για τις στενές σωλήνες. Το μηχάνημα εργάζεται 8 ώρες την ημέρα.

Η εταιρεία θέλει να μεγιστοποιήσει το συνολικό μήκος και των δύο τύπων σωλήνων που παράγει ανά ημέρα. Όμως, λαμβάνοντας υπόψη τις ανάγκες της αγοράς, η ποσότητα κανενός από τα δύο είδη δεν μπορεί να υπερβαίνει κατά περισσότερο από 25% την ποσότητα του άλλου είδους.

Να εκφραστεί το παραπάνω πρόβλημα σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και να βρεθεί η άριστη λύση με γραφική επίλυση.

Θέμα 2.

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \min \quad & (x_1 + x_2 - 3x_3) \\ & x_1 + 3x_2 - x_3 = 7 \\ & -2x_2 + 4x_3 = 12 \\ & 4x_2 - 3x_3 \geq -10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

(α) Να βρεθεί η άριστη λύση με τη μέθοδο Simplex.

(β) Να γραφεί το δυϊκό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και να βρεθεί η άριστη λύση του χωρίς την εφαρμογή του αλγορίθμου Simplex.

Θέμα 3. Ένας εκπαιδευτικός οργανισμός έχει σχολεία σε τρεις τοποθεσίες με δυναμικότητα μαθητών 200, 400 και 400 αντίστοιχα. Οι μαθητές προέρχονται από 4 διαφορετικές περιοχές και συγκεκριμένα 120 από την περιοχή 1, 240 από την περιοχή 2, 450 από την περιοχή 3 και 190 από την περιοχή 4. Οι μαθητές μετακινούνται με λεωφορεία του οργανισμού. Το κόστος μεταφοράς ανά μαθητή από κάθε περιοχή σε κάθε σχολείο δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

	Σχολείο		
Περιοχή	1	2	3
1	5	2	1
2	4	3	4
3	2	4	7
4	3	3	6

Να βρεθεί η κατανομή των μαθητών από κάθε περιοχή σε κάθε σχολείο έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος μεταφοράς.

Θέμα 4. Ο διευθυντής παραγωγής μιας εταιρείας έχει υπό την εποπτεία του 6 εργαζόμενους που πρέπει να καταναίμει σε 4 εργασίες. Σε κάθε εργασία μπορεί να στείλει από 0 έως 3 εργαζόμενους. Η απόδοση κάθε εργασίας είναι συνάρτηση του αριθμού των εργαζομένων που ασχολούνται με αυτήν και είναι η ίδια για κάθε εργασία. Συγκεκριμένα αν σε μια εργασία ασχοληθούν α εργαζόμενοι, τότε η απόδοση θα είναι ίση με $R(\alpha)$, όπου $R(0) = 0$, $R(1) = 6$, $R(2) = 10$, $R(3) = 12$. Ο διευθυντής θέλει να καταναίμει τους εργαζόμενους έτσι ώστε η συνολική απόδοση να είναι η μέγιστη δυνατή.

Να βρεθεί βέλτιστη πολιτική κατανομής με τη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού.