

# Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

## 3<sup>η</sup> Σειρά Ασκήσεων – Μάιος 2017

1. Ο διευθυντής μίας εταιρείας έχει υπό την εποπτεία του 6 εργαζομένους που πρέπει να κατανείμει σε 4 εργασίες. Σε κάθε εργασία μπορεί να στείλει από 0 ως και 3. Η ωφέλεια από την εκτέλεση κάθε εργασίας είναι συνάρτηση του αριθμού των εργαζομένων που απασχολούνται σε αυτή και είναι ίδια για κάθε εργασία. Συγκεκριμένα, αν σε μία εργασία απασχοληθούν  $a$  εργαζόμενοι, τότε η ωφέλεια θα είναι ίση με  $R(a)$ , όπου  $R(0) = 0, R(1) = 6, R(2) = 10$  και  $R(3) = 13$ . Ο διευθυντής θέλει να καταρτίσει το βέλτιστο σχέδιο κατανομής των εργαζομένων στις εργασίες, ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική ωφέλεια, με τη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού.
2. Ένα εργαστήριο επίπλων έχει παραγγελίες για να παραδώσει έναν αριθμό βιβλιοθηκών κατά τις επόμενες 5 εβδομάδες, όπως φαίνεται στο παρακάτω πίνακα:

Εβδομάδα	1	2	3	4	5
Αριθμός Βιβλιοθηκών	2	1	4	1	2
Μοναδιαίο κόστος παραγωγής	100	120	90	80	140

Για κάθε εβδομάδα που παράγεται έστω και μία βιβλιοθήκη υπάρχει εφάπαξ κόστος προγραμματισμού και έναρξης της παραγωγής ίσο με 500 ευρώ, ενώ το καθ' αυτό κόστος κατασκευής ανά βιβλιοθήκη μεταβάλλεται κάθε εβδομάδα και δίνεται επίσης στο παραπάνω πίνακα. Η εβδομαδιαία δυνατότητα παραγωγής του εργαστηρίου δε μπορεί να ξεπεράσει τις 4 βιβλιοθήκες, ενώ μπορεί να αποθηκεύσει μέχρι τρεις. Το κόστος αποθήκευσης για κάθε βιβλιοθήκη ανά εβδομάδα είναι 50 ευρώ. Να βρεθεί βέλτιστη πολιτική παραγωγής και διαχείρισης αποθεμάτων που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος, υποθέτοντας ότι στην αρχή της πρώτης εβδομάδας δεν υπάρχουν έτοιμες βιβλιοθήκες και ότι τόσο η παραγωγή όσο και η πώληση των βιβλιοθηκών γίνονται ακαριαία στην αρχή κάθε εβδομάδας.

3. Μία εταιρεία κατασκευών χρειάζεται ένα συγκεκριμένο τύπο μηχανήματος για τα επόμενα 5 έτη. Αυτή τη στιγμή (αρχή πρώτου έτους) διαθέτει ένα τέτοιο μηχάνημα ηλικίας ενός έτους. Στην αρχή κάθε έτους η εταιρεία αποφασίζει αν θα κρατήσει το μηχάνημα για άλλο ένα έτος ή να το πουλήσει και να αγοράσει ένα καινούργιο. Ένα καινούργιο μηχάνημα δε μπορεί να λειτουργήσει πάνω από 3 έτη και κοστίζει 5000 ευρώ. Τα ετήσια έσοδα από τη λειτουργία του μηχανήματος, το ετήσιο κόστος συντήρησης και η αξία μεταπώλησης είναι συνάρτηση της ηλικίας του μηχανήματος και δίνονται στο παρακάτω πίνακα. Να βρεθεί βέλτιστη πολιτική συντήρησης - αντικατάστασης του μηχανήματος ώστε να μεγιστοποιείται το συνολικό καθαρό κέρδος από τη χρήση του για μία πενταετία.

	Ηλικία Μηχανήματος		
	0	1	2
Έσοδα	4500	3000	1500
Κόστος Συντήρησης	500	700	1100
Αξία Μεταπώλησης	3000	1800	500

4. Κατά την διάρκεια μιας κλοπής, ένας διαρρήκτης βρίσκει περισσότερα λάφυρα από όσα περίμενε και πρέπει να αποφασίσει τι θα πάρει μαζί του. Το σακίδιο του μπορεί να μεταφέρει συνολικό βάρος που δεν υπερβαίνει τα 10 κιλά. Υπάρχουν 4 είδη από λάφυρα από τα οποία μπορεί να επιλέξει, κάθε ένα από τα οποία έχει διαφορετικό βάρος  $b_i$  σε κιλά και αξία  $w_i$  σε χιλ. ευρώ όπως προκύπτει από τον παρακάτω πίνακα:

Κουτί $i$	Βάρος $b_i$	Αξία $w_i$
1	2	4
2	6	15
3	5	11
4	3	7

Ποιός είναι ο καλύτερος συνδυασμός από πλευράς αξίας που μπορεί να μεταφέρει ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική αξία του φορτίου. Να μοντελοποιηθεί το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού και να βρεθούν όλοι οι βέλτιστοι τρόποι φόρτωσης.

5. Η διοίκηση μίας επιχείρησης σχεδιάζει τη διαφημιστική εκστρατεία της για τα 4 προϊόντά της  $A_1, A_2, A_3, A_4$  και δέχεται δύο διαφημιστικές προτάσεις για τη προβολή τους. Το συνολικό ύψος της διαφημιστικής δαπάνης είναι 5 εκατ. ευρώ, ενώ το κόστος (K) και η απόδοση (A) κάθε πρότασης συνοψίζονται στο παρακάτω πίνακα:

Προϊόντα Πρόταση	$A_1$		$A_2$		$A_3$		$A_4$	
	K	A	K	A	K	A	K	A
$\Pi_1$	1	5	2	8	3	11	4	17
$\Pi_2$	2	6	4	12	—	—	—	—

Η διοίκηση μπορεί να εγκρίνει μόνο μία διαφημιστική πρόταση για κάθε προϊόν. Να βρεθεί βέλτιστη πολιτική διαφήμισης.

**Επιμέλεια Ασκήσεων:** Γιάννης Δημητρακόπουλος