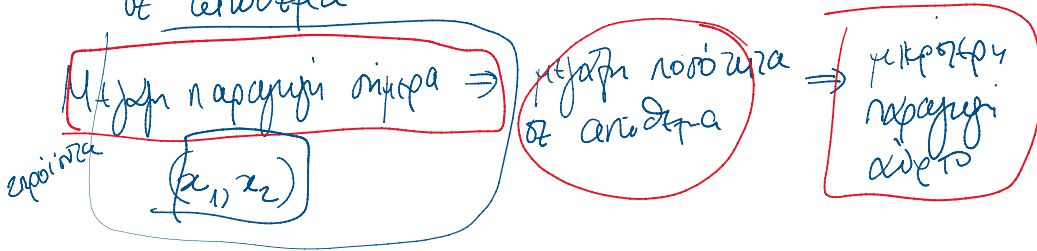


# Δυναμικός Προγραμματισμός

Προγραμματισμός = Οργάνωση  
Σχεδιασμός  
Βελτιστοποίηση

## Παράδειγμα

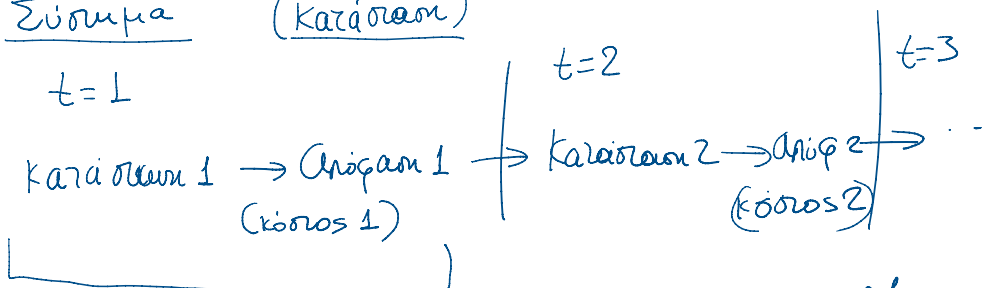
Παραγωγή προϊόντος (προϊόντων) που διατηρούνται  
σε απόθεμα



Μεταβλητές  $(x_1, x_{12}, x_2, x_{22})$

$x_{ij}$  = παραγ. αρ.  $i$  στην περίοδο  $j$

## Σύστημα (κατάσταση)



Δυναμικό Σύστημα: Η κατάσταση αλλάζει με τον χρόνο

## Ελεγχος Δυναμικών Συστημάτων

Αβεβαιότητα [Στοχαστικά Δυναμικά Συστήματα]  
Ελεγχος " " "

σε αυτό το μάθημα

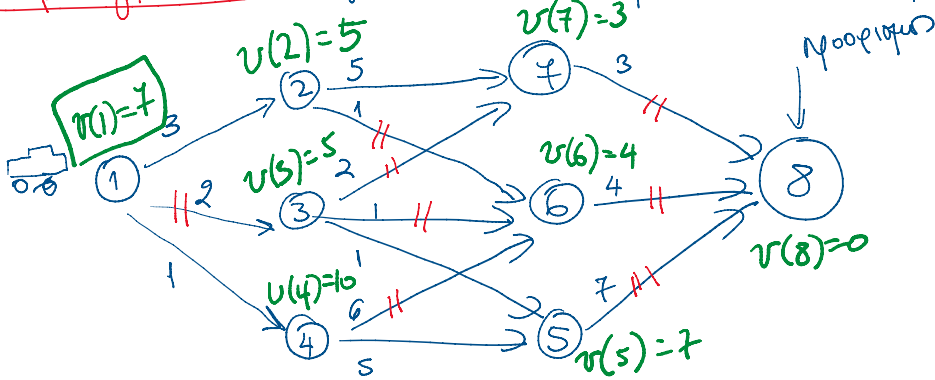
Ντετερμινιστικά Συστήματα  
 Διακριτός χρόνος (βήματα-στάδια)

Διακρίτως χρόνος (βήματα-στάδια)

Μεταμινιούτος Δυναμικός Προγραμματισμός

(αναδρομική διαδικασία)

Παράδειγμα 1 Οδικό δίκτυο - οχημα κενάει



Βέλτιστες διαδρομές

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 8$

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 8$

κόστος 7

①, ② ... κόμβοι-κορυφές  $\Leftrightarrow$  nodes/κεφάλαι

①  $\rightarrow$  ② ακμές (προσανατολισμένες)  $\Leftrightarrow$  διαδρομές

Ελάχιστη διαδρομή από 1 έως 8

πρόβλημα ελάχιστης διαδρομής

$v(x)$  : ελάχιστο κόστος από  $x$  έως 8 |  $\alpha^*(x)$  = βέλτιστη

$x = 1, 2, 3, \dots, 8$  | ροή από  $x$

(ένα βήμα)

Μας ενδιαφέρει  $\pi$   $v(1) = \text{ελάχιστο κόστος } 1 \rightarrow 8$

- $v(8) = 0$        $\alpha^*(8) = 8$
- $v(6) = 4$        $\alpha^*(6) = 8$
- $v(5) = 7$        $\alpha^*(5) = 8$
- $v(7) = 3$        $\alpha^*(7) = 8$

$$v(7) = 3$$

$$d^*(7) = 8$$

$$v(2) = \min \begin{cases} 5 + v(7) \\ 1 + v(6)^* \end{cases} = \min \begin{cases} 5 + 3 \\ 1 + 4 \end{cases} = 5 \quad \underline{d^*(2) = 6}$$

$$v(3) = \min \begin{cases} 2 + v(7) \\ 1 + v(6) \\ 1 + v(5) \end{cases} = 5 \quad \underline{d^*(3) = 6 \text{ ή } 7}$$

$$v(4) = \min \begin{cases} 6 + v(6) \\ 5 + v(5) \end{cases} = \min \begin{cases} 10 \\ 12 \end{cases} = 10 \quad \underline{d^*(4) = 6}$$

$$v(1) = \min \begin{cases} 3 + v(2) \\ 2 + v(3) \\ 1 + v(4) \end{cases} = \min \begin{cases} 8 \\ \underline{\underline{7}}^* \\ 11 \end{cases} = \textcircled{7} \quad \underline{d^*(1) = 3}$$

$v(1) = 7$  # καλύτερη διαδρομή από 1  $\rightarrow$  8  
έχει κόστος = 7.

$v(x)$  = συνάρτηση τιμής (συνάρτηση βέλτιστης τιμής)

$$v(x), x = 1, \dots, 8$$

$$\text{βρίσκω } v(8) \rightarrow \left. \begin{matrix} v(7) \\ v(6) \\ v(5) \end{matrix} \right\} \rightarrow \left. \begin{matrix} v(4) \\ v(3) \\ v(2) \end{matrix} \right\} \rightarrow v(1)$$

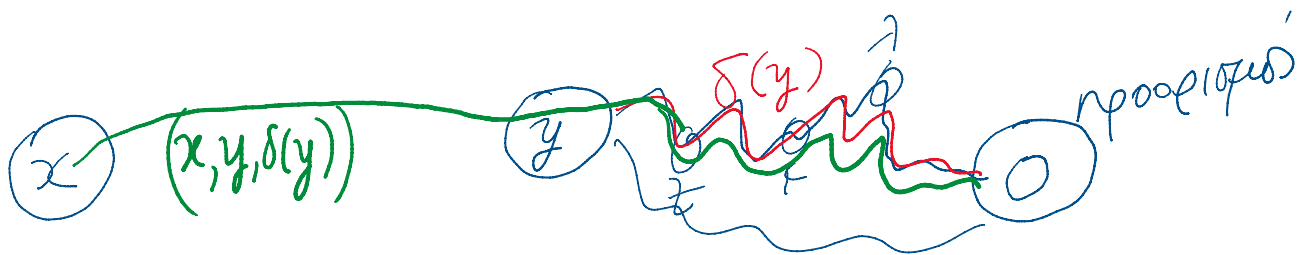
$$v(7) = 4 + v(8)$$

$$v(6) = 5 + v(8)$$

$$v(4) = \min \begin{cases} 5 + v(5) \\ 6 + v(6) \end{cases}$$

$v$  : αναδρομική  
συνάρτηση

Αρχή βελτιστότητας (Bellman)



$y \rightarrow 0$  βέλτισση  $\delta(y)$  μειώνεται

Αρχή Bellman: αν  $[(x, y), \delta(y)]$  είναι βέλτισση διαδρομή  $x \rightarrow 0$

τότε  $\delta(y)$  είναι βέλτισση διαδρομή  $y \rightarrow 0$