

Προσομοίωση - 22 Ιουνίου 2015

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1. Έστω X τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Βήτα με παραμέτρους a, b :

$$f(x) = Cx^{a-1}(1-x)^{b-1}, x \in [0, 1].$$

Θεωρήστε την περίπτωση $a > 2, b > 2$. Περιγράψτε την πιο αποτελεσματική γεννήτρια τυχαίων αριθμών από αυτή την κατανομή που βασίζεται στη μέθοδο αποδοχής -απόρριψης με βοηθητική κατανομή την ομοιόμορφη στο $[0,1]$. Ποιος είναι ο αναμενόμενος αριθμός απορρίψεων για τη δημιουργία μιας παρατήρησης από τη X ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2. Περιγράψτε μια μέθοδο Monte Carlo για την εκτίμηση του ολοκληρώματος

$$A = \int_3^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx.$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3. Έστω Y ο χρόνος ίασης ενός ασθενούς που προσβάλλεται από μια ίωση. Ο χρόνος εξαρτάται από τη βαρύτητα της ίωσης που προσδιορίζεται από τη δραστηριότητα X του ιού κατά τη μόλυνση. Έστω ότι η X είναι τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x) = \frac{c}{x^2}, 1 \leq x \leq M$. Δοθέντος $X = x$, ο χρόνος ίασης ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο $1/x$.

Μας ενδιαφέρει να εκτιμήσουμε την πιθανότητα p ο χρόνος ίασης να είναι μεγαλύτερος από T .

(α) Περιγράψτε μια μέθοδο προσομοίωσης για την εκτίμηση της τιμής του p χρησιμοποιώντας τη μέθοδο δέσμευσης για μείωση της διασποράς.

(β) Επαναλάβετε το (α) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο μεταβλητής ελέγχου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4. Έστω ζεύγος τυχαίων μεταβλητών (X, Y) με από κοινού συνάρτηση κατανομής

$$f(x, y) = kx, 0 \leq y \leq x \leq 1.$$

Περιγράψτε αναλυτικά τη μέθοδο Gibbs sampler για τη δημιουργία γεννήτριας του ζεύγους (X, Y) .

Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή επιτυχία!