**Ισχυρισμός.** Αν $f$ είναι συνεχής στο $[0,1]$ τότε και η

$$g(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{x-t}}dt$$

είναι συνεχής στο $[0,1]$.

*Απόδειξη.* Έστω $M = \max|f|$. Έστω $x, y \in [0,1]$ με $x < y$. Τότε

$$\begin{aligned} |g(y) - g(x)| &\leq \Big| \int_0^y \frac{f(t)}{\sqrt{y-t}}dt - \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{y-t}}dt \Big| + \Big| \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{y-t}}dt - \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{x-t}}dt \Big| \\ &=: A(x,y) + B(x,y). \end{aligned}$$

Για το $A(x,y)$ έχουμε

$$A(x,y) \leq M \int_x^y \frac{dt}{\sqrt{y-t}}dt = 2M\sqrt{y-x}\,.$$

Για το $B(x,y)$ έχουμε

$$\begin{aligned} B(x,y) &\leq M \int_0^x \Big( \frac{1}{\sqrt{x-t}} - \frac{1}{\sqrt{y-t}} \Big) dt \\ &= M(\sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{y-x}). \end{aligned}$$

Συνεπώς

$$|g(y) - g(x)| \leq M(\sqrt{x} - \sqrt{y} + 3\sqrt{y-x}).$$

Άρα πράγματι η $g$ είναι συνεχής στο $[0,1]$.