

Ερωτήσεις από το μάθημα της Τρίτης, 2/10/2018

1. Αν $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ είναι 2π περιοδικές συνεχείς συναρτήσεις, είναι σωστή η ισότητα

$$\int_0^{2\pi} g(x-y)f(y)dy = \int_0^{2\pi} g(t)f(x-t)dt;$$

2. Γιατί ο $\ell^2(\mathbb{N})$ είναι γραμμικός χώρος ;
3. Αν $[a_{ij}] \in M_n(\mathbb{C})$, ορίζουμε, για $x, y \in \mathbb{C}^n$,

$$\langle x, y \rangle_a := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}x(j)\overline{y(i)}.$$

Να εξετασθεί πότε η παράσταση αυτή ορίζει εσωτερικό γινόμενο στον \mathbb{C}^n .

(Υπόδειξη: εξετάστε πρώτα την περίπτωση που ο πίνακας είναι διαγώνιος: $a_{ij} = a(i)\delta_{ij}$.

Η γενική περίπτωση θα μας απασχολήσει αργότερα.)