Δυο κουβέντες για Μιγαδικούς Αριθμούς

Το σύνολο
$$\mathbb{C} := \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$$
γίνεται σώμα αν εφοδιασθεί με τις πράξεις
$$\begin{aligned}(x, y) + (u, v) &= (x + u, y + v)\\ (x, y) \cdot (u, v) &= (xu - yv, xv + yu)\,.\end{aligned}$$
Γράφουμε $i = (0, 1)$ οπότε κάθε μιγαδικός αριθμός z γράφεται μοναδικά $z = x + iy$ όπου $x, y \in \mathbb{R}$ και οι πράξεις προκύπτουν από την παρατήρηση ότι $i^2 = (-1, 0) = -1 + i0 = -1$, δηλαδή
$$(x + iy) \cdot (u + iv) = xu + ixv + iyu + i^2yv = (xu - yv) + i(xv + yu)\,.$$

Ο μιγαδικός συζυγής $\bar{z}$ του $z = x + iy$ είναι ο $\bar{z} = x - iy$ οπότε το πραγματικό μέρος του $z = x + iy$ είναι $x = \frac{z+\bar{z}}{2} := \operatorname{Re} z$ και το φανταστικό του μέρος είναι $y = \frac{z-\bar{z}}{2i} := \operatorname{Im} z$.

Το μέτρο ενός $z = x + iy \in \mathbb{C}$ είναι ο μη αρνητικός αριθμός $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}}$

Κάθε μιγαδικός αριθμός z μέτρου 1 είναι της μορφής $z = e^{i\theta} := \cos\theta + i\sin\theta$ όπου $\theta \in \mathbb{R}$.

Κάθε μιγαδικός αριθμός $z \neq 0$ γράφεται στη λεγόμενη πολική μορφή $z = e^{i\theta}|z|$ όπου $e^{i\theta} = \frac{z}{|z|}$.

Επομένως $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$ και, αν $w = e^{i\phi}|w|$, έχουμε $zw = e^{i(\theta+\phi)}|z||w|$.