1837-2027
190 ΧΡΟΝΙΑ
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ – ΓΕΩΘΕΡΜΙΑΣ
ΠΜΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΓΗΣ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ (ΓΕΩΦΥΣΙΚΗ – ΣΕΙΣΜΟΛΟΓΙΑ)

Προχωρημένη Σεισμολογία

(ΓΣ-Υ04)

Εισαγωγή

2026-27

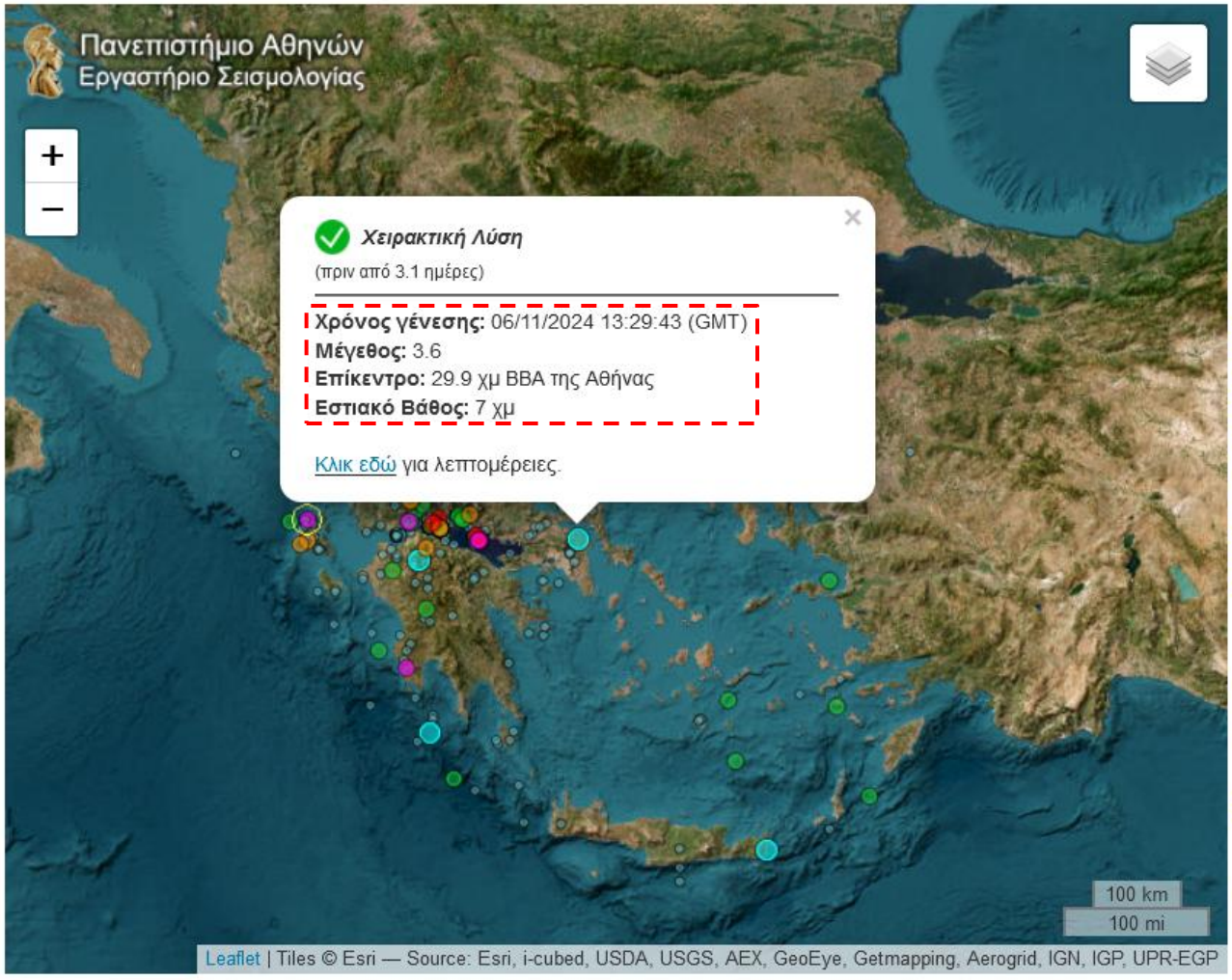
Περιεχόμενα του μαθήματος

- Εστιακές παράμετροι σεισμού
- Προσδιορισμός θέσης σεισμικής πηγής
- Μοντέλα ταχυτήτων διάδοσης σεισμικών κυμάτων
- Καμπύλες χρόνων διαδρομής
- Μέθοδος πολλαπλών σταθμών (Geiger)
- Το ευθύ πρόβλημα: υπολογισμός χρόνων διαδρομής
- Αναζήτηση λύσεων σε κάνναβο
- Το αντίστροφο πρόβλημα
- Ψηφιακά σήματα
- Μετασχηματισμός Fourier
- Συνέλιξη, φίλτρα

Εστιακές παράμετροι σεισμού

Σεισμοί των τελευταίων 10 ημερών στον Ελλαδικό χώρο

RSS Feed | Αναζήτηση Καταλόγου | Κατάλογος Γεγονότων



06/11 17:51:59, M: 0.9
06/11 17:02:03, M: 1.0
06/11 16:54:08, M: 2.0
06/11 16:44:10, M: 2.2
06/11 16:17:21, M: 1.0
06/11 16:10:55, M: 2.5
06/11 16:04:30, M: 1.7
06/11 15:38:02, M: 1.1
06/11 15:30:46, M: 2.7
06/11 14:50:33, M: 3.1
06/11 14:33:48, M: 2.1
06/11 14:19:04, M: 1.5
06/11 14:01:46, M: 2.3
06/11 13:50:22, M: 1.0
06/11 13:29:43, M: 3.6
06/11 13:15:32, M: 1.0
06/11 09:59:22, M: 2.5
06/11 09:44:37, M: 2.2
06/11 09:19:53, M: 2.8
06/11 09:09:34, M: 1.1
06/11 09:08:04, M: 1.0
06/11 08:43:16, M: 1.8
06/11 07:59:13, M: 1.8
06/11 07:50:21, M: 1.6
06/11 07:09:02, M: 0.8
06/11 06:32:32, M: 1.1
06/11 05:51:55, M: 1.5
06/11 05:50:16, M: 0.4
06/11 04:54:19, M: 2.2
06/11 04:16:05, M: 1.6
06/11 03:28:01, M: 2.6
06/11 02:31:59, M: 1.7
06/11 02:18:11, M: 2.5
06/11 01:20:33, M: 1.8
06/11 00:54:19, M: 1.3
06/11 00:41:11, M: 2.2
05/11 23:28:07, M: 1.9

Μέγεθος

- M ≥ 6.5
- 5.8 ≤ M < 6.5
- 4.6 ≤ M < 5.8
- 3.6 ≤ M < 4.6
- M < 3.6

Χρόνος Γένεσης

πριν από:

- 6 ώρες
- 12 ώρες
- 24 ώρες
- 48 ώρες
- 10 ημέρες
- 20 ημέρες

Σεισμοί των τελευταίων: 24 ωρών - 48 ωρών - 10 ημερών - 20 ημερών ~ Σημαντικοί σεισμοί του 2023

http://www.geophysics.geol.uoa.gr/stations/maps/recent_gr.html

Εστιακές παράμετροι σεισμού

Πληροφορίες Σεισμού

Χρόνος Γένεσης	**2024-11-06 13:29:43** (GMT)
Μέγεθος	M **3.6**
Γεωγρ. Πλάτος	38.2208° B
Γεωγρ. Μήκος	23.8930° A
Εστιακό Βάθος	7 χμ
Αρ. αφίξεων	79
Επίκεντρο	29.9 χμ ΒΒΑ **της Αθήνας** 37.2 χμ ΝΑ **της Χαλκίδας** 51.3 χμ ΑΝΑ **της Θήβας**
Τύπος Λύσης	Χειρακτική (από αναλυτή)
Αρχεία / Σύνδεσμοι	QuakeML GSE2.0 Alert .phi

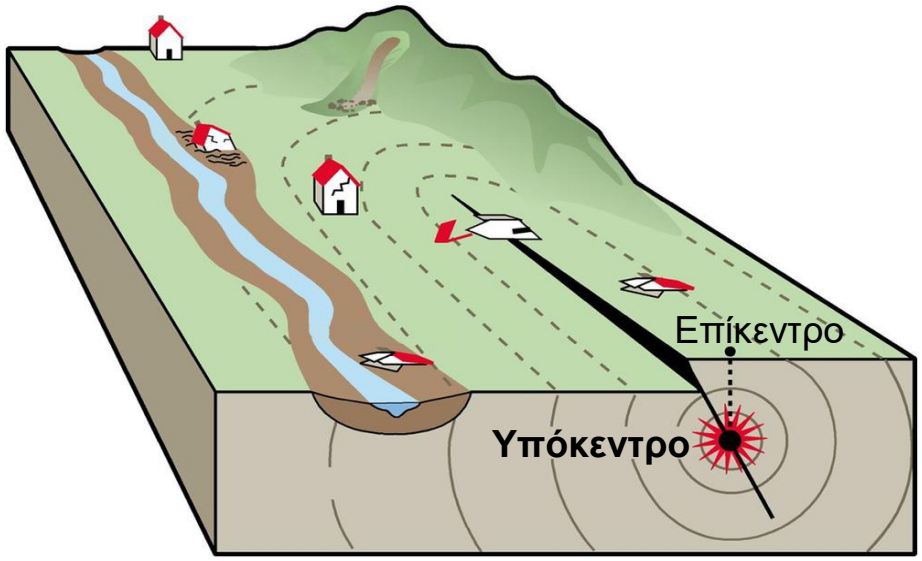


http://www.geophysics.geol.uoa.gr/stations/gmaps3/eventpage_leaf.php?scid=nkua2024vvkr&lng=el

Σεισμικό υπόκεντρο
(σεισμική εστία)

- Ως σεισμικό **υπόκεντρο** (ή εστία ενός σεισμού) ορίζεται ως το σημείο στο εσωτερικό της Γης όπου **ξεκίνησε** η διάρρηξη στο σεισμογόνο ρήγμα και δημιούργησε έναν σεισμό.

- Προκειμένου να οριστεί ένα υπόκεντρο χρειάζεται να γνωρίζουμε:
  - Τις συντεταγμένες του επικέντρου
  - Το εστιακό βάθος

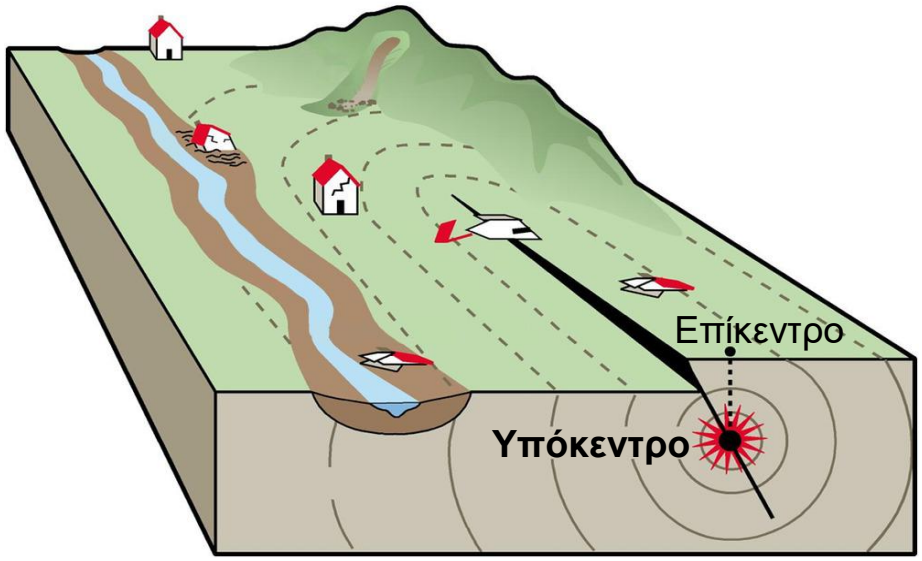


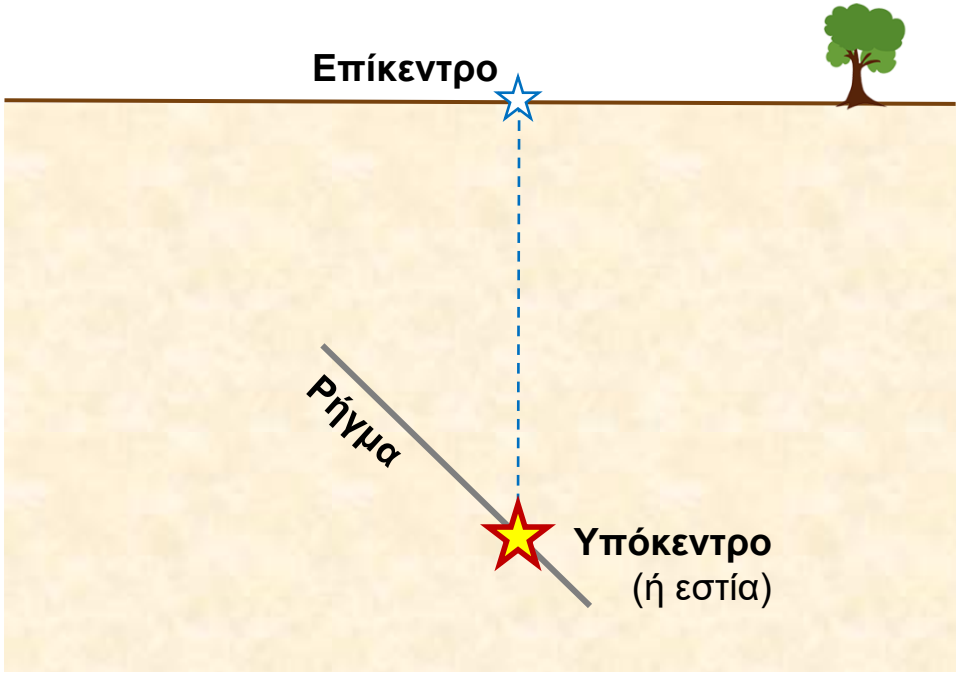


Σεισμικό επίκεντρο

- Ως σεισμικό **επίκεντρο** ορίζεται το ίχνος της προβολής του υποκέντρου ενός σεισμού στην επιφάνεια της Γης. Δηλαδή το σημείο όπου η κατακόρυφος που περνάει από το υπόκεντρο τέμνει την επιφάνεια της Γης.

- Για να προσδιορίσουμε την θέση του επικέντρου χρειαζόμαστε 2 παραμέτρους που ονομάζονται γεωγραφικές συντεταγμένες του επικέντρου:
  - 1) Γεωγραφικό πλάτος (°Β)
  - 2) Γεωγραφικό μήκος (°Α)

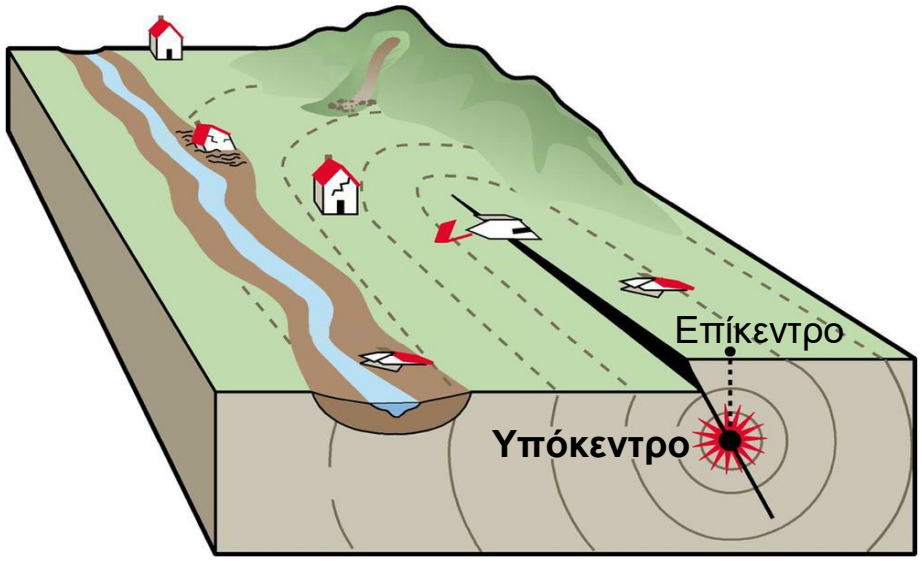


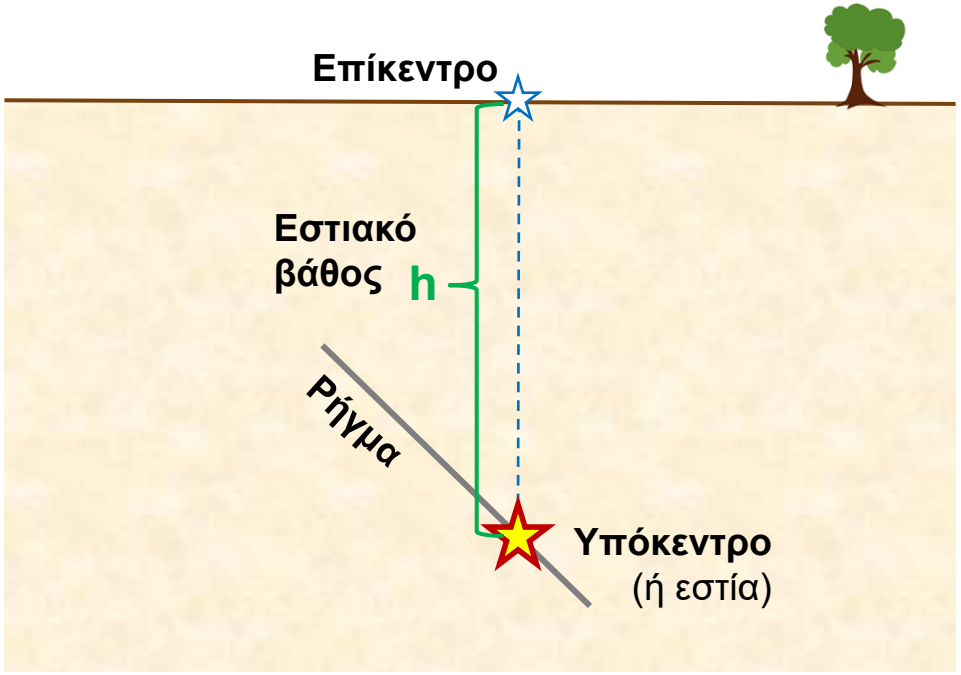


Εστιακό βάθος

- Ως **εστιακό βάθος** (h) ορίζεται η (κατακόρυφη) απόσταση ανάμεσα στο επίκεντρο και το υπόκεντρο ενός σεισμού.
- Το εστιακό βάθος το μετράμε σε km.

- Άρα για να προσδιορίσουμε το **επίκεντρο** χρειαζόμαστε **2 παραμέτρους** (γεωγρ. πλάτος, γεωγρ. μήκος).
- Ενώ για να προσδιορίσουμε το **υπόκεντρο** χρειαζόμαστε **3 παραμέτρους** (γεωγρ. πλάτος, γεωγρ. μήκος, εστιακό βάθος).



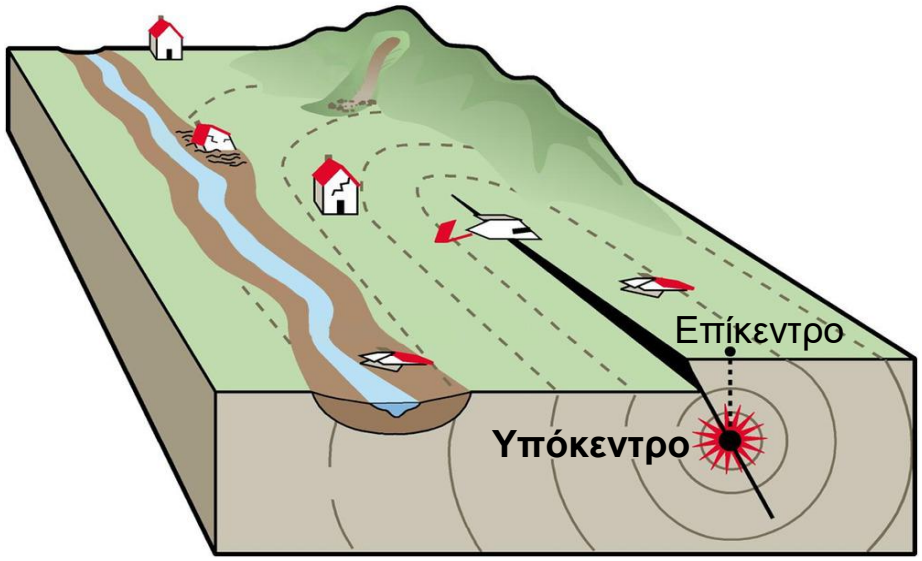


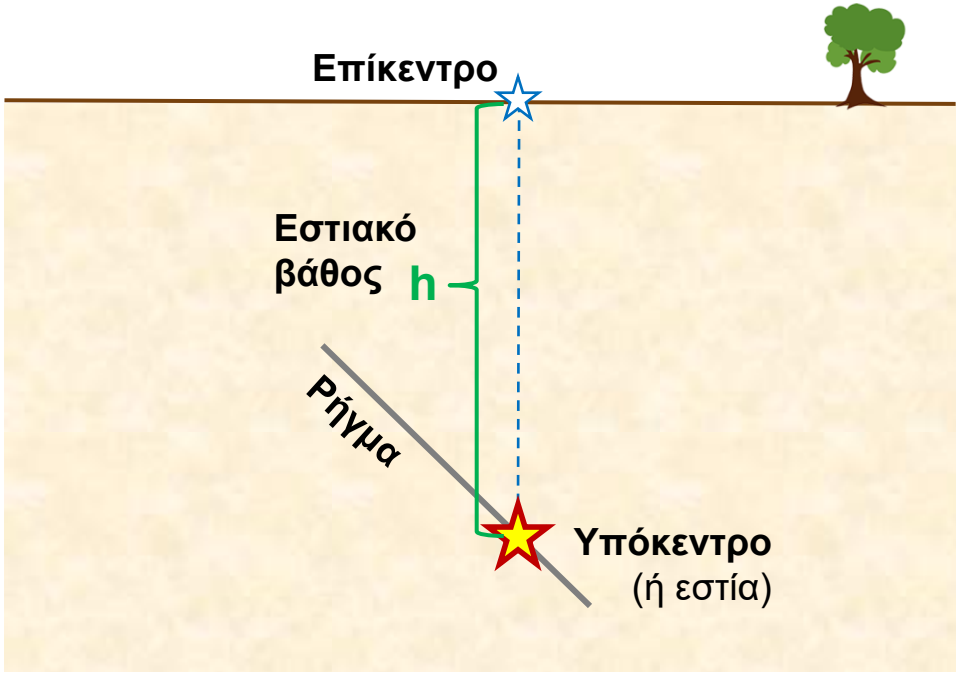
Χρόνος γένεσης

- Ως **χρόνος γένεσης** ενός σεισμού ορίζεται η **χρονική στιγμή** της **έναρξης** της διάρρηξης στη θέση του υποκέντρου, μετρούμενη σε απόλυτο χρόνο.

- Ο χρόνος γένεσης είναι, επίσης, η χρονική στιγμή κατά την οποία **δημιουργούνται** τα σεισμικά κύματα χώρου (επιμήκη, P, και εγκάρσια, S) στην εστία (υπόκεντρο).

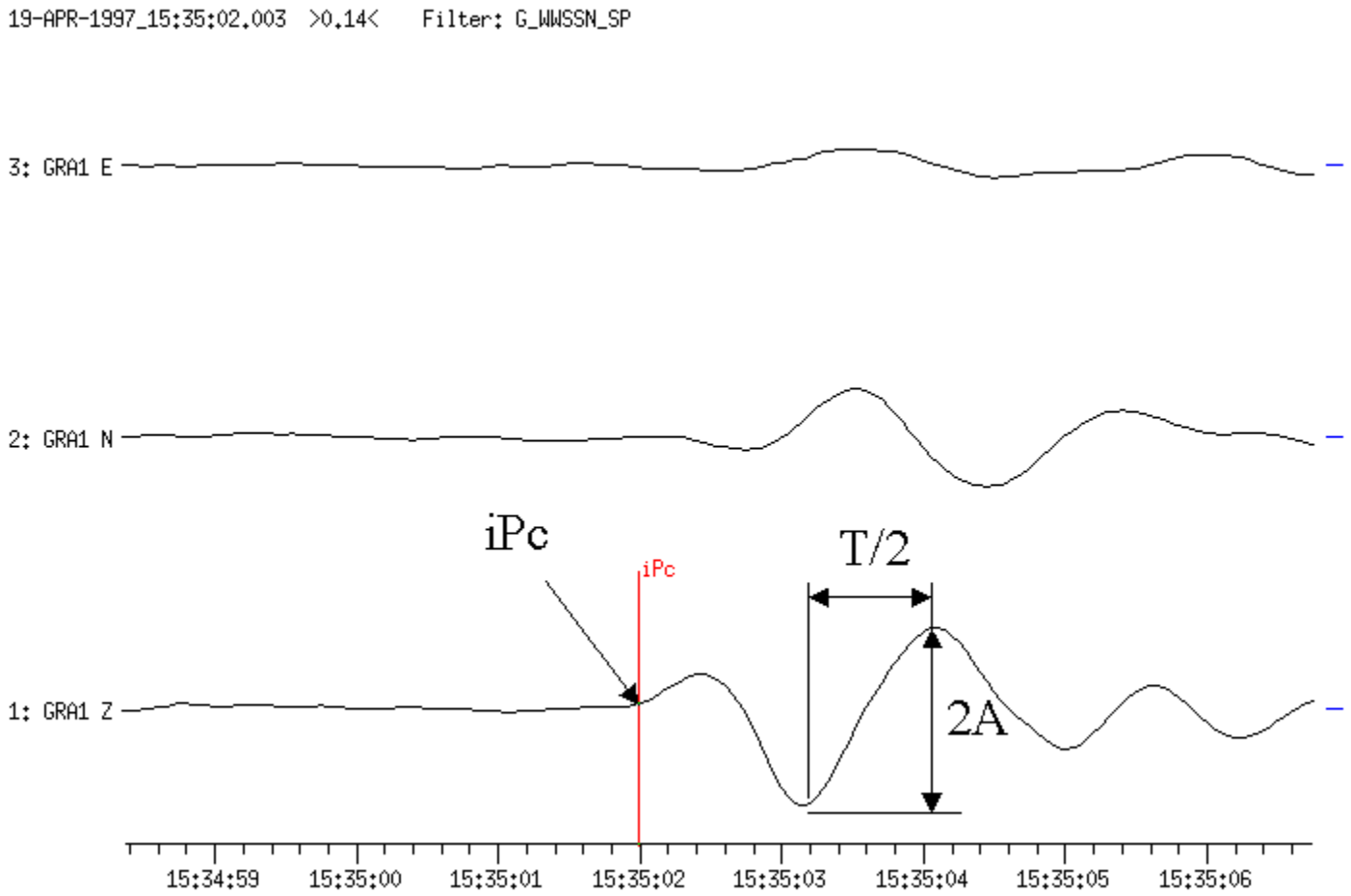
- Απόλυτος χρόνος: εκφράζεται με την πλήρη ημερομηνία, ώρα, λεπτά, δευτερόλεπτα και χιλιοστά δευτερολέπτου στη χρονική ζώνη του μεσημβρινού του Greenwich (GMT), ή αλλιώς UTC (*Coordinated Universal Time)*.





Χρόνος άφιξης

- Ως **χρόνος άφιξης** μιας *ορισμένης* σεισμικής φάσης (π.χ. **P** ή **S**) σε έναν **σταθμό**, ορίζεται ο απόλυτος χρόνος κατά τον οποίο αυτή η σεισμική φάση **φτάνει στον σταθμό**.
- Η χρονική αυτή στιγμή είναι εκείνη κατά την οποία η κυματομορφή **αρχίζει να αποκλίνει** από τη θέση ισορροπίας.



Bormann, 2012 (NMSOP-2)

Χρόνος διαδρομής

- Ως **χρόνος διαδρομής** μιας *ορισμένης* σεισμικής φάσης (π.χ. **P** ή **S**) σε έναν **σταθμό**, ορίζεται η διαφορά ανάμεσα στον χρόνο άφιξης και τον χρόνο γένεσης:

Χρόνος διαδρομής = Χρόνος άφιξης – Χρόνος γένεσης

- Ο χρόνος διαδρομής είναι η **χρονική διάρκεια** που χρειάστηκαν τα αντίστοιχα σεισμικά κύματα για να διανύσουν τη διαδρομή **από την εστία μέχρι τον σταθμό**.

Ισχύουν επίσης οι σχέσεις:

Χρόνος άφιξης = Χρόνος γένεσης + Χρόνος διαδρομής

και:

Χρόνος γένεσης = Χρόνος άφιξης – Χρόνος διαδρομής

Χρόνος διαδρομής

- Έστω ότι **σε έναν σταθμό** έχουμε μετρήσει τον **χρόνο άφιξης των κυμάτων P** καθώς και τον **χρόνο άφιξης των κυμάτων S**. Θα ισχύει ότι:

Χρόνος άφιξης **P** = Χρόνος γένεσης + Χρόνος διαδρομής **P**

και

Χρόνος άφιξης **S** = Χρόνος γένεσης + Χρόνος διαδρομής **S**

Άρα, η **διαφορά** των χρόνων άφιξης **S – P** θα είναι:

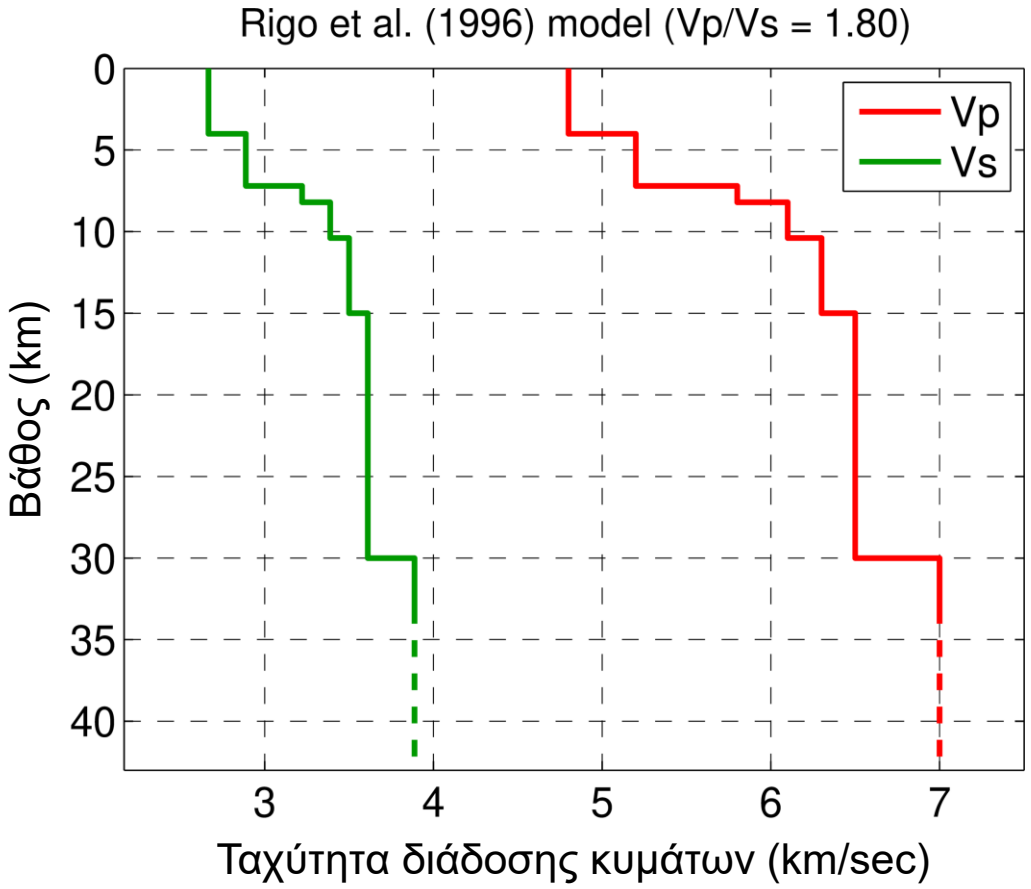
(Χρόνος άφιξης **S** – Χρόνος άφιξης **P**) = (Χρόνος διαδρομής **S** – Χρόνος διαδρομής **P**)

- Η **διαφορά των χρόνων άφιξης S – P** σε έναν σταθμό εξαρτάται από την επικεντρική απόσταση και το εστιακό βάθος του σεισμού. *Δεν* εξαρτάται από τον χρόνο γένεσης.

- Άρα από την **διαφορά S-P** μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση για την **επικεντρική απόσταση**, θεωρώντας ένα ορισμένο εστιακό βάθος και ένα δεδομένο μοντέλο ταχυτήτων διάδοσης των σεισμικών κυμάτων.

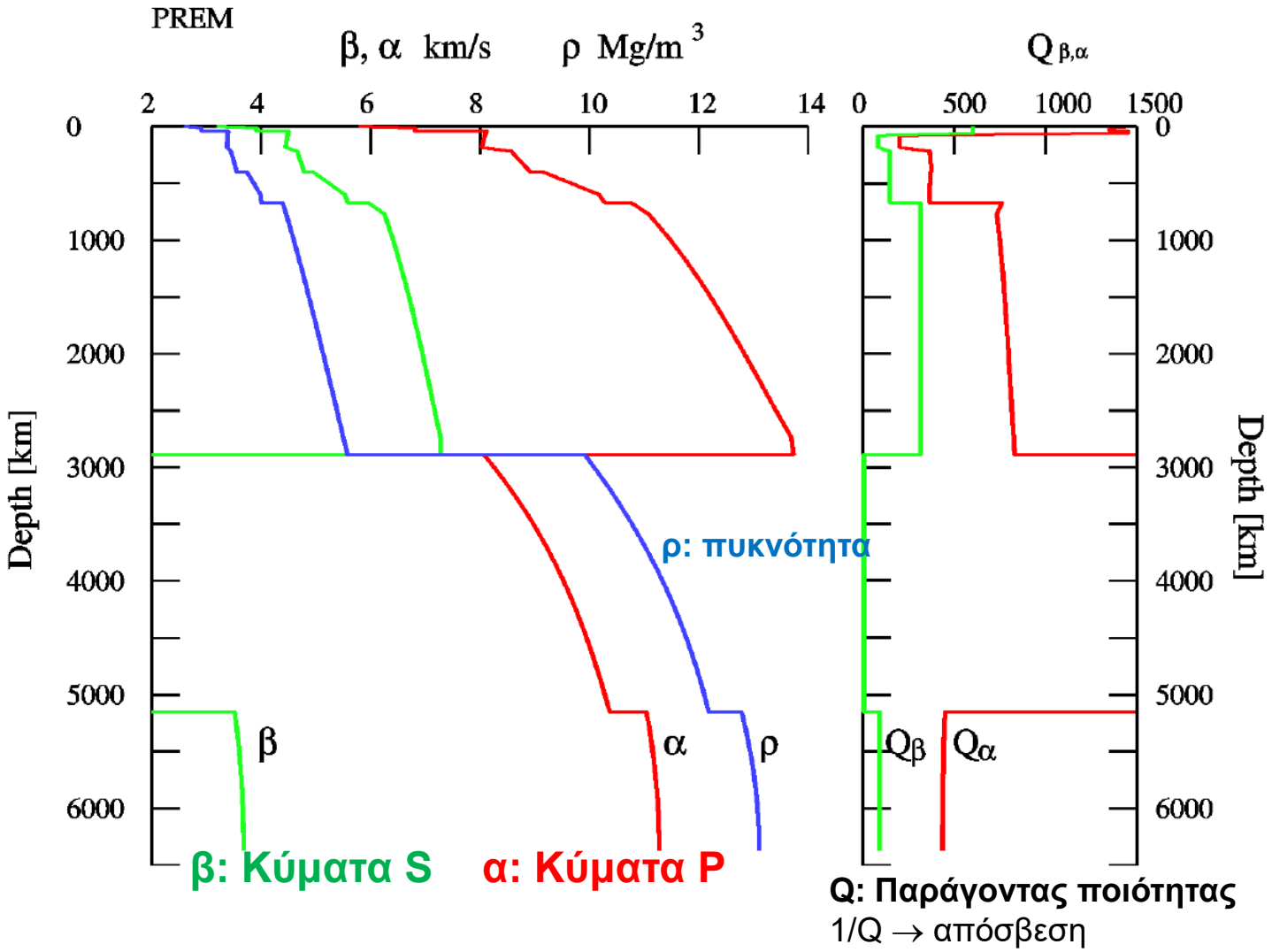
Μονοδιάστατα (1Δ) Τοπικά Μοντέλα Ταχυτήτων

Παράδειγμα τοπικού μοντέλου ταχυτήτων για τον Δ. Κορινθιακό κόλπο (Rigo et al., 1996).



Μονοδιάστατα (1Δ) Μοντέλα Ταχυτήτων Γης

Preliminary reference Earth model (PREM)

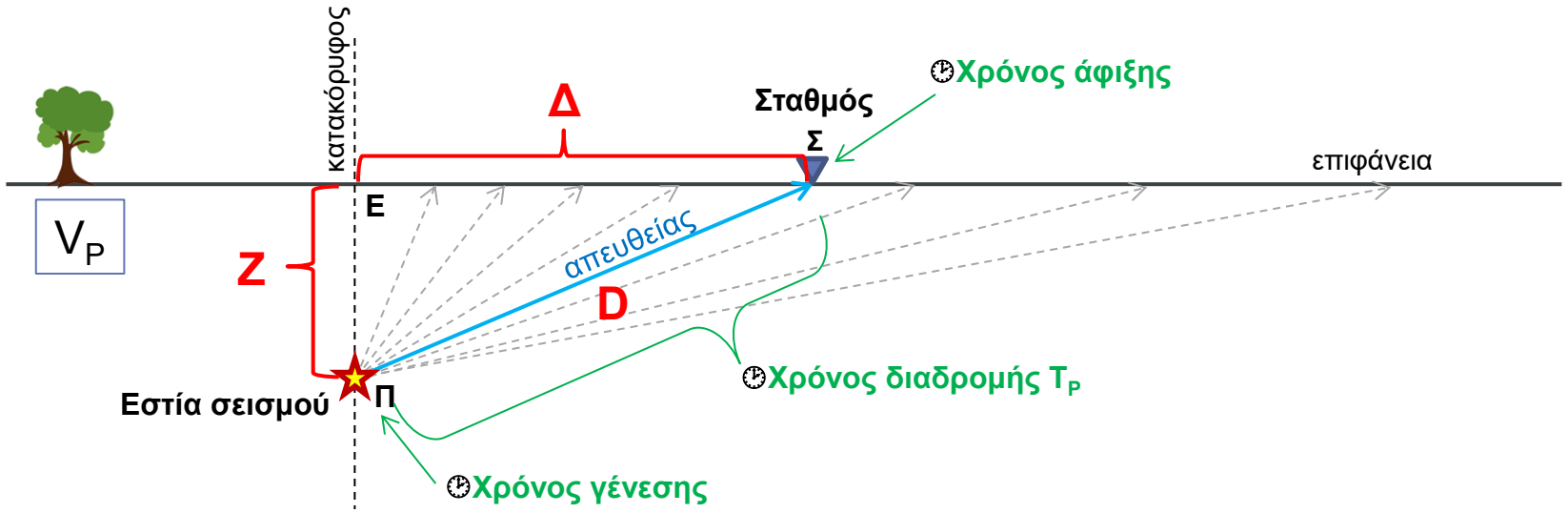


C → Φλοιός
UM → Άνω Μανδύας
TZ → Ζώνη Μετάβασης
LM → Κατώτερος Μανδύας
D" → Στρώμα D''
OC → Εξωτερικός Πυρήνας (υγρός)
IC → Εσωτερικός Πυρήνας (στερεός)

Dziewonski and Anderson (1981)

Bormann, 2012 (NMSOP-2)

Χρόνος διαδρομής σε ομοιογενές μοντέλο ταχυτήτων



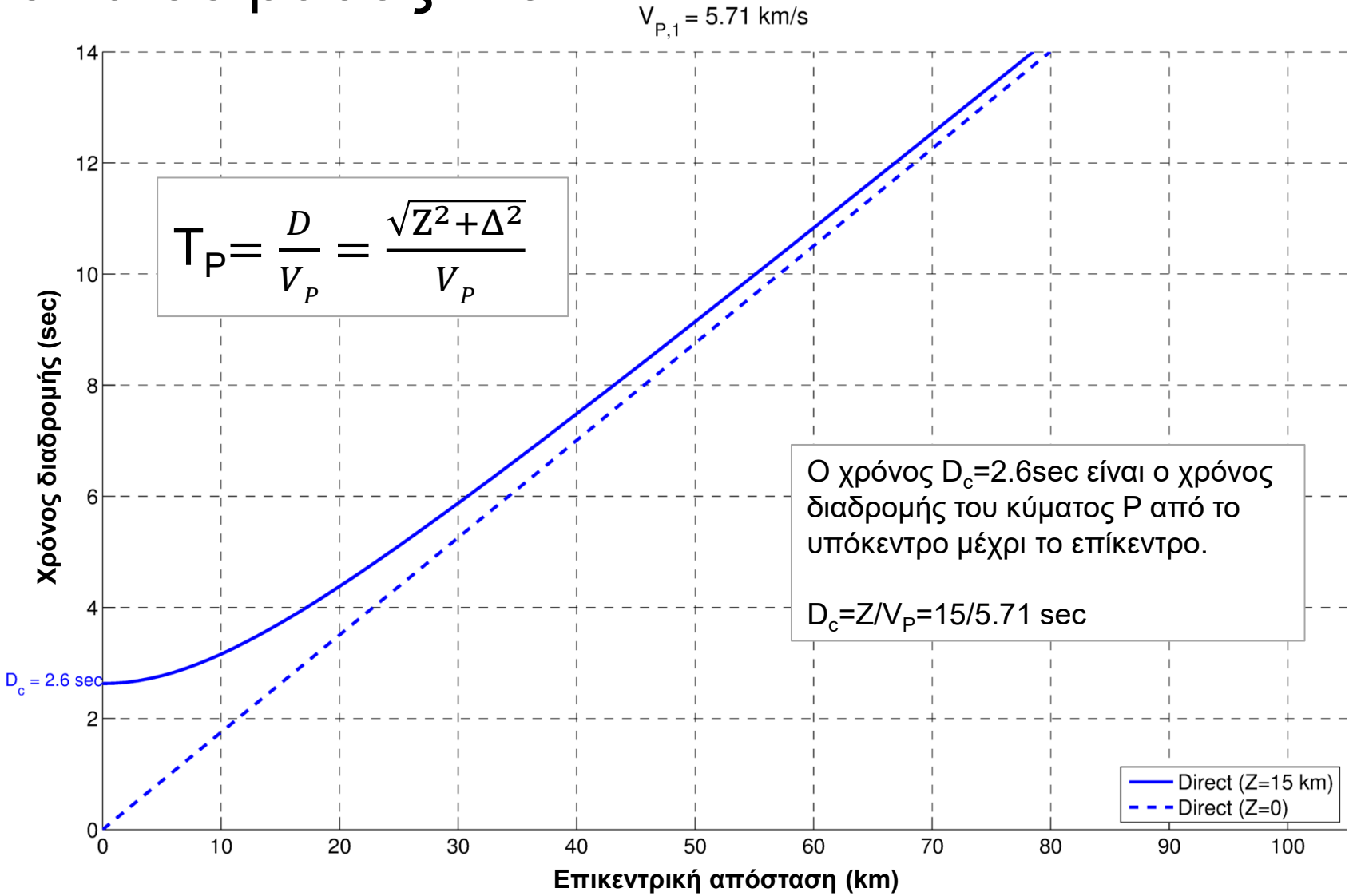
- Έστω ένα ομοιογενές μοντέλο, σταθερής ταχύτητας διάδοσης V_P για τα κύματα P.
- Αφού τα κύματα διαδίδονται με σταθερή ταχύτητα, ο χρόνος διαδρομής T_P θα είναι ανάλογος του συνολικού μήκους της διαδρομής που διήνυσαν τα κύματα, δηλαδή της υποκεντρικής απόστασης D=|ΠΣ|.
- Γνωρίζοντας την επικεντρική απόσταση Δ=|ΕΣ| και το βάθος Z=|ΕΠ|, η υποκεντρική απόσταση υπολογίζεται ως υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΠΕΣ με Πυθαγόρειο θεώρημα.

$$T_P = \frac{D}{V_P} = \frac{\sqrt{Z^2+\Delta^2}}{V_P}$$

χρόνος διαδρομής των P

- Για Z=0 ισχύει: $T_P = \Delta/V_P$ (γραμμική εξάρτηση από Δ)
- Για Z>0 : μη γραμμική εξάρτηση από Δ

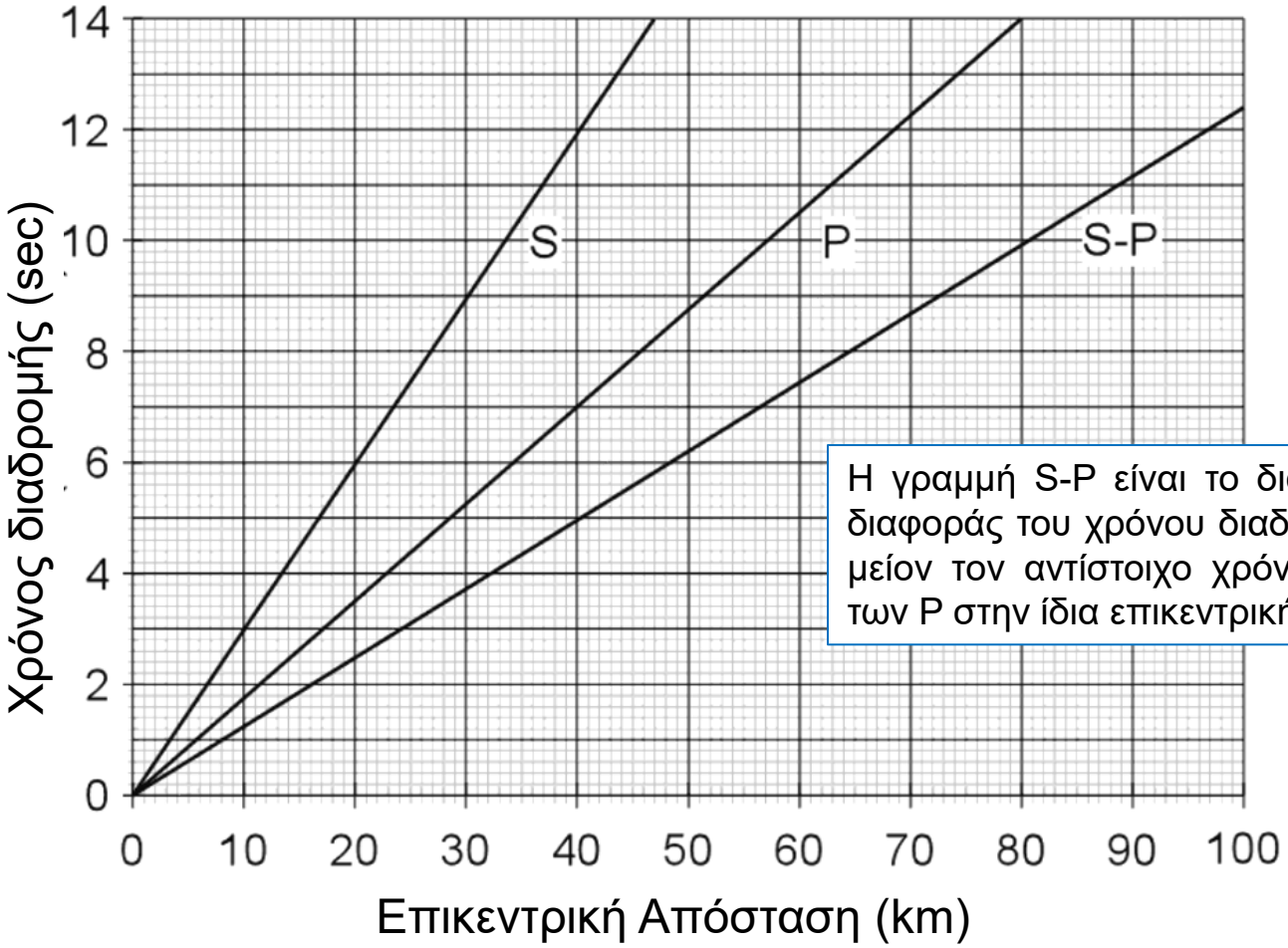
Εστία σε βάθος > 0



- Δρομοχρονικές καμπύλες **απευθείας** κυμάτων P για V_P=5.71 km/s και εστιακά βάθη Z=0 και Z=15 km.

Καμπύλες χρόνων διαδρομής

- Οι καμπύλες χρόνων διαδρομής, ή **δρομοχρονικές καμπύλες** (travel-time curves) είναι διαγράμματα του **χρόνου διαδρομής** διαφόρων σεισμικών ακτινών **συναρτήσει της επικεντρικής απόστασης**.

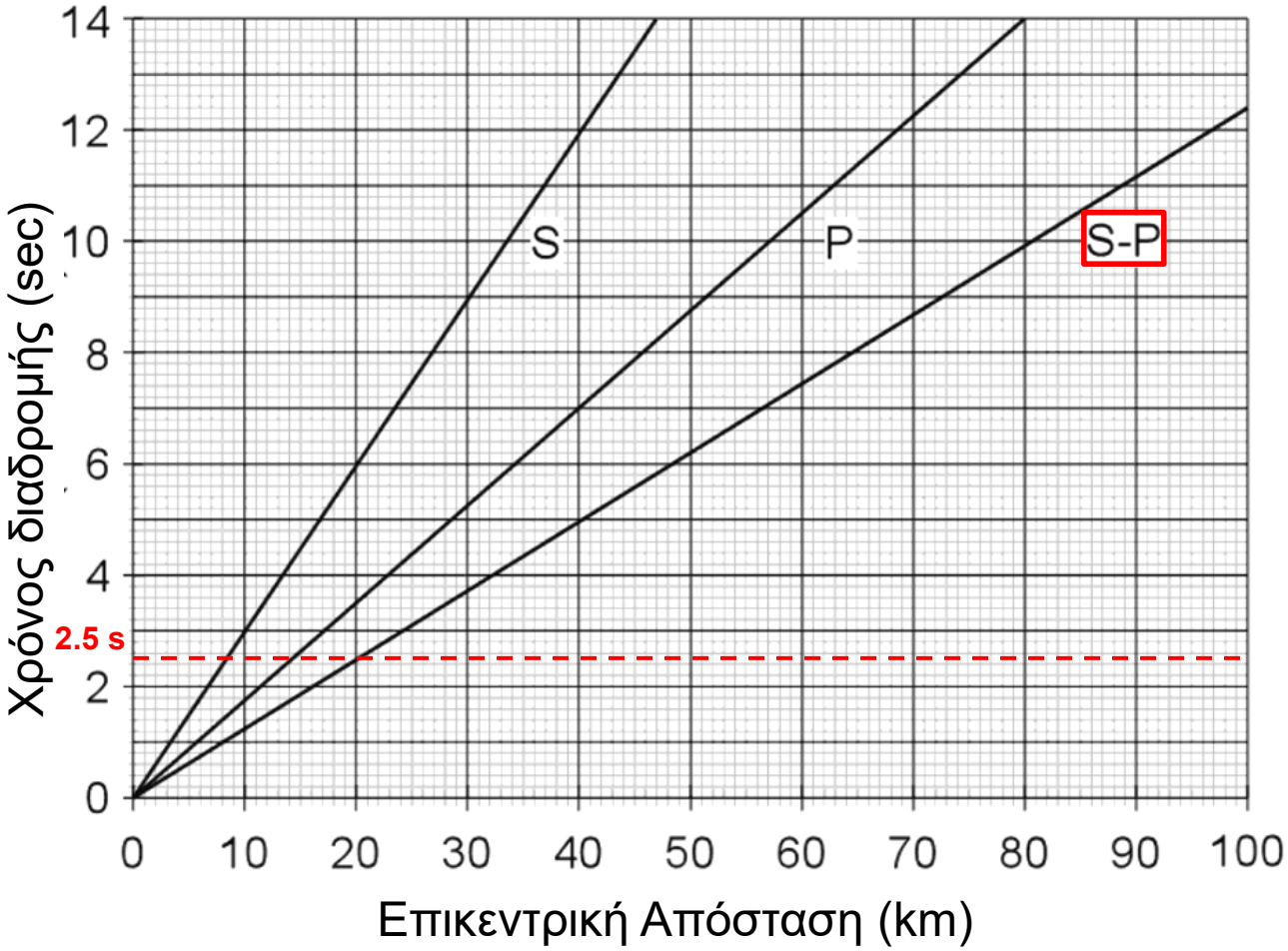


Η γραμμή S-P είναι το διάγραμμα της διαφοράς του χρόνου διαδρομής των S μείον τον αντίστοιχο χρόνο διαδρομής των P στην ίδια επικεντρική απόσταση.

- Δρομοχρονικές των **απευθείας** κυμάτων P, S σε **τοπικές** αποστάσεις για **επιφανειακούς** σεισμούς (Z=0).

Καμπύλες χρόνων διαδρομής

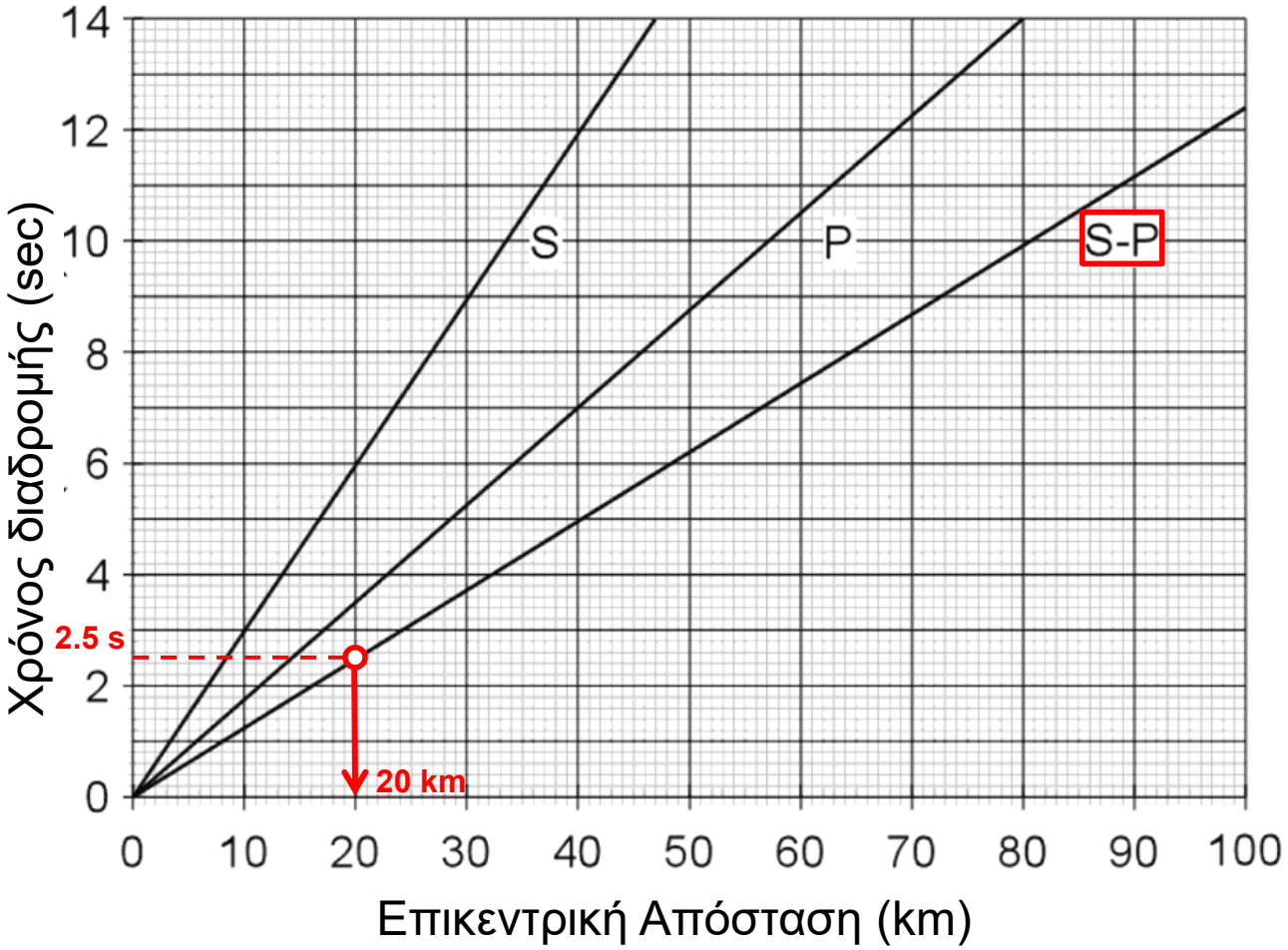
- Από εργαστήριο σεισμολογίας: μετρώντας τους χρόνους άφιξης των P και S κυμάτων σε έναν σταθμό, βρίσκαμε τη διαφορά των χρόνων άφιξης S-P, η οποία ισούται με τη διαφορά των χρόνων διαδρομής S-P.



- Έστω ότι η διαφορά S-P που μετρήσαμε είναι 2.5 sec.

Καμπύλες χρόνων διαδρομής

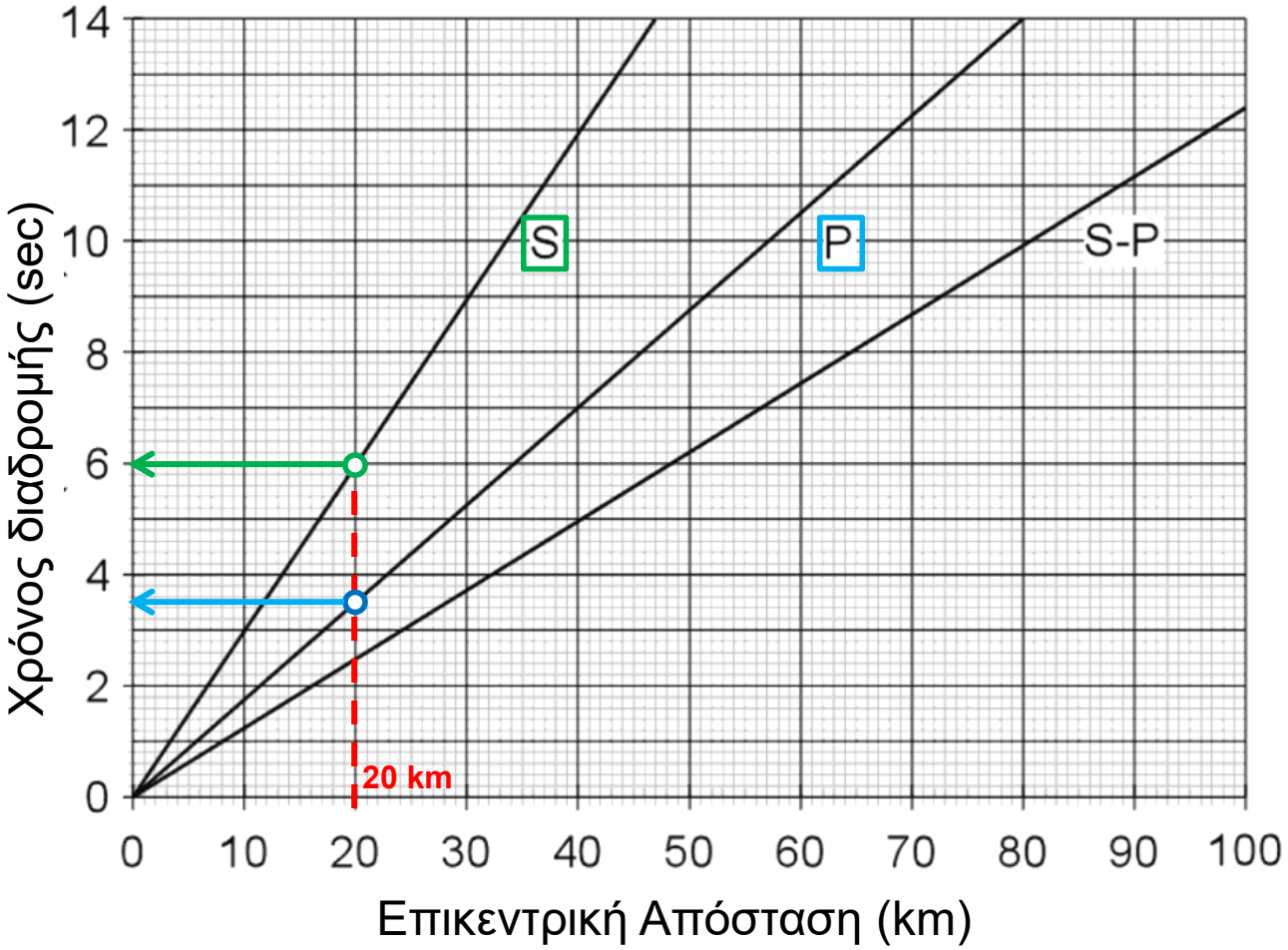
- Αφού γνωρίζουμε το **T_{S-P}=2.5 sec**, βρίσκουμε το σημείο της γραμμής S-P που αντιστοιχεί στον χρόνο **2.5 sec**.
- Στη συνέχεια από την τετμημένη του σημείου αυτού βρίσκουμε την επικεντρική απόσταση.



- Άρα ο σταθμός στον οποίο μετρήθηκε **T_{S-P}=2.5 s** απέχει **Δ = 20 km** από το επίκεντρο.

Καμπύλες χρόνων διαδρομής

- Αφού γνωρίζουμε την επικεντρική απόσταση, βρίσκουμε τα σημεία των γραμμών των χρόνων διαδρομής των **P** και **S** που αντιστοιχούν σε απόσταση **20 km**.
- Στο παράδειγμα είναι T_P=**3.5 sec** και T_S=**6 sec**.

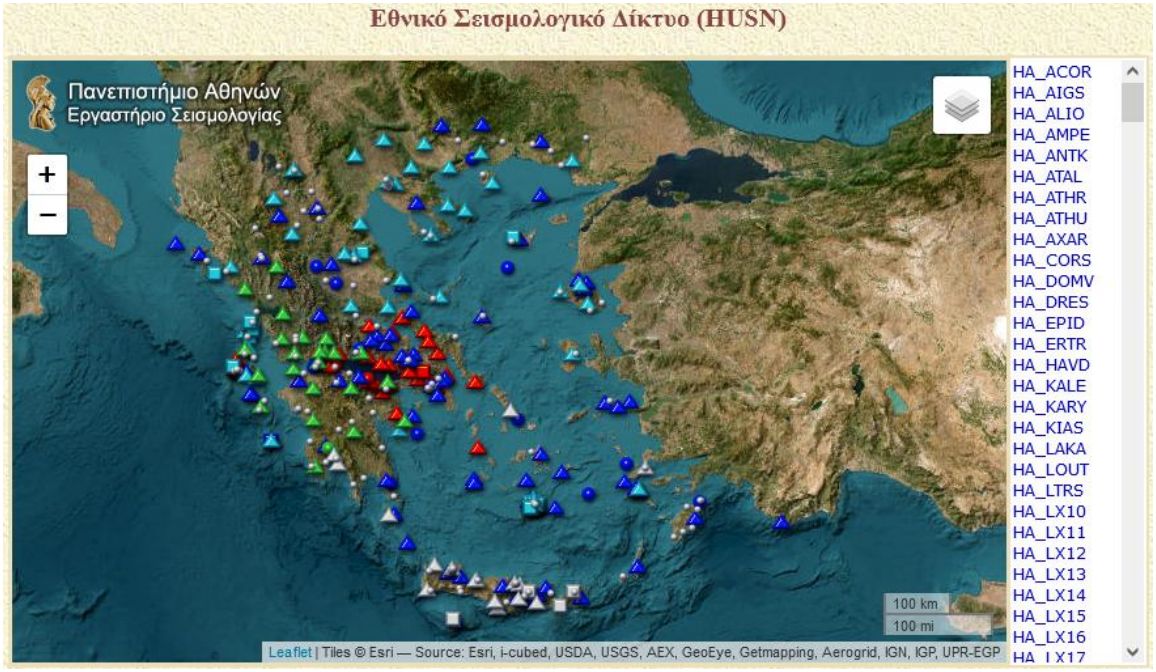


- Γνωρίζοντας τους χρόνους άφιξης και τους χρόνους διαδρομής υπολογίζουμε τον χρόνο γένεσης του σεισμού.

Πώς βρίσκουμε το σεισμικό επίκεντρο;

- Προκειμένου να προσδιορίσουμε το επίκεντρο ενός σεισμού, καθώς και άλλες εστιακές παραμέτρους (εστιακό βάθος, χρόνο γένεσης) είναι απαραίτητο:

- Να διαθέτουμε **καταγραφές** των σεισμικών κυμάτων σε **σεισμολογικούς σταθμούς**, στις οποίες πρέπει να γίνουν ορισμένες μετρήσεις.
- Να γνωρίζουμε τα στοιχεία των **σταθμών** (γεωγρ. συντεταγμένες θέσης, τεχνικά χαρακτηριστικά οργάνων).
- Να διαθέτουμε γνώση της **δομής ταχυτήτων** διάδοσης των σεισμικών κυμάτων στο εσωτερικό της Γης (κυρίως κατά μήκος της διαδρομής των κυμάτων από την εστία μέχρι τους σταθμούς).

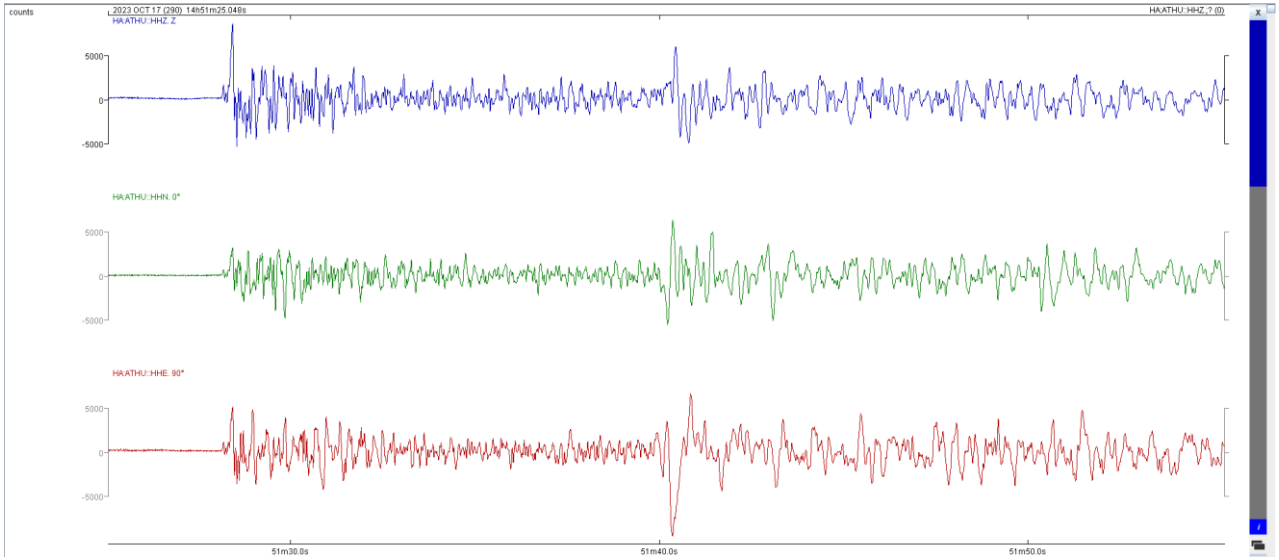


http://www.geophysics.geol.uoa.gr/stations/gmaps3/leaf_stations.php?map=2&lng=el

Τι μετράμε σε έναν σταθμό;

- Αρχικά αναγνωρίζουμε τις φάσεις του σεισμικού σήματος.

- Διακρίνουμε τα επιμήκη κύματα (P)
  - Καταγράφονται πρώτα.
  - Συνήθως διακρίνονται ευκολότερα στην κατακόρυφη συνιστώσα.
  - Διαθέτουν υψηλό συχνοτικό περιεχόμενο (η περίοδος των κυμάτων είναι σχετικά μικρή).
- Διακρίνουμε τα εγκάρσια κύματα (S)
  - Καταγράφονται μετά από τα κύματα P
  - Συνήθως διακρίνονται ευκολότερα στις οριζόντιες συνιστώσες
  - Έχουν ισχυρότερη ενέργεια σε χαμηλότερες συχνότητες απ'ότι τα P (η περίοδος των κυμάτων είναι σχετικά μεγαλύτερη).



Εύρεση επικέντρου με πολλούς σταθμούς

- Η **μέθοδος πολλαπλών σταθμών** (ή μέθοδος Geiger) χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των εστιακών παραμέτρων (x, y, z, t) ενός σεισμού όταν υπάρχουν διαθέσιμα **δεδομένα** χρόνων άφιξης σεισμικών κυμάτων από πολλούς σταθμούς (δίκτυο σταθμών).
- Κατά την εφαρμογή της μεθόδου, ξεκινούμε με ένα **αυθαίρετα** θεωρούμενο (υποθετικό) υπόκεντρο και χρόνο γένεσης (εστιακές παράμετροι x_o, y_o, z_o, t_o).
- Με τη μέθοδο αυτή βρίσκουμε την «**κατεύθυνση**» και την «**ποσότητα**» προς την οποία πρέπει να **διορθωθούν** οι αρχικές, αυθαίρετες εστιακές παράμετροι ώστε να έρθουν πιο κοντά στις πραγματικές τους τιμές.
- Η «κατεύθυνση» και η «ποσότητα» της διόρθωσης προσδιορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να **ελαχιστοποιούν τα χρονικά υπόλοιπα** (*residuals*) μεταξύ των θεωρητικά υπολογιζόμενων και των παρατηρηθέντων χρόνων άφιξης (ή διαδρομής).
- Η διαδικασία **επαναλαμβάνεται** έως ότου τα χρονικά υπόλοιπα μειωθούν σε ικανοποιητικό βαθμό, ή μέχρι έναν ορισμένο μέγιστο αριθμό επαναλήψεων.

Δεδομένα

- Συντεταγμένες σεισμολογικών σταθμών.
- Μοντέλο ταχυτήτων (προσαρμοσμένο για την περιοχή μελέτης).
- Χρόνοι άφιξης σεισμικών φάσεων (π.χ., κυμάτων P) ενός σεισμού στους σεισμολογικούς σταθμούς.

Υπόθεση

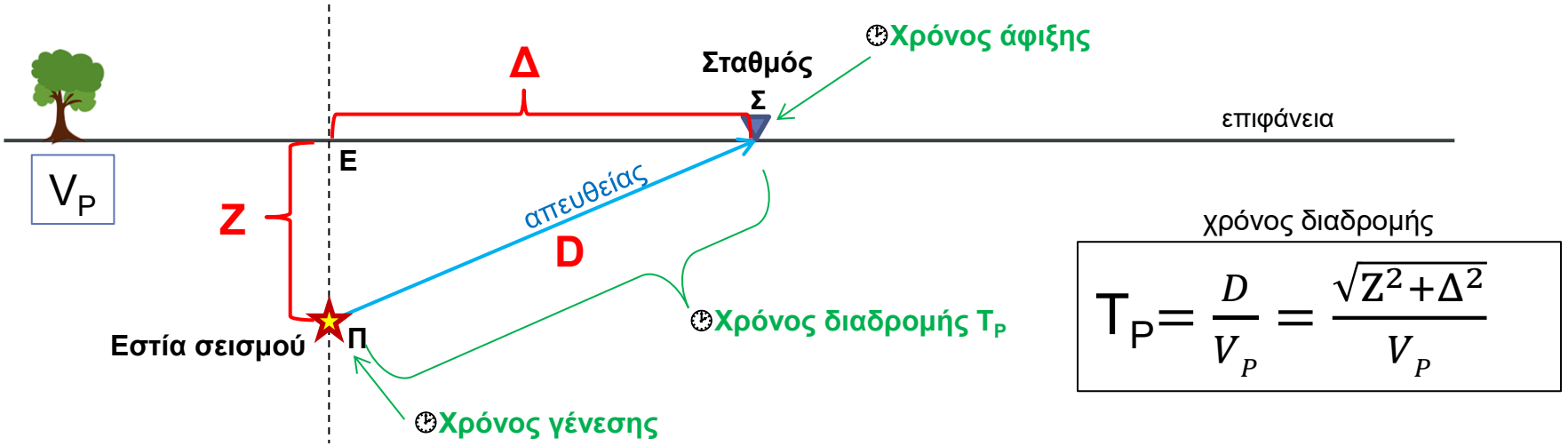
- Θεωρούμε αρχικά ένα **υποθετικό** (αυθαίρετο) **υπόκεντρο**, κατά προτίμηση εντός της περιοχής που καλύπτει το δίκτυο των σταθμών.
- Θεωρούμε έναν **υποθετικό** (αυθαίρετο) **χρόνο γένεσης**. Αυτός θα πρέπει **υποχρεωτικά** να είναι μικρότερος από τον μικρότερο χρόνο άφιξης.

Ζητούμενα

- Συντεταγμένες επικέντρου (x, y)
- Εστιακό βάθος (z) *(στο παράδειγμα θα θεωρηθεί ως γνωστό / σταθερό)*
- Χρόνος γένεσης σεισμού (t)

Το ευθύ πρόβλημα (σε ομοιογενές μοντέλο)

- Όταν λέμε ευθύ πρόβλημα εννοούμε τον θεωρητικό υπολογισμό των χρόνων διαδρομής μιας σεισμικής φάσης για ένα δεδομένο θεωρούμενο υπόκεντρο, μοντέλο ταχυτήτων και θέσεις σεισμολογικών σταθμών.

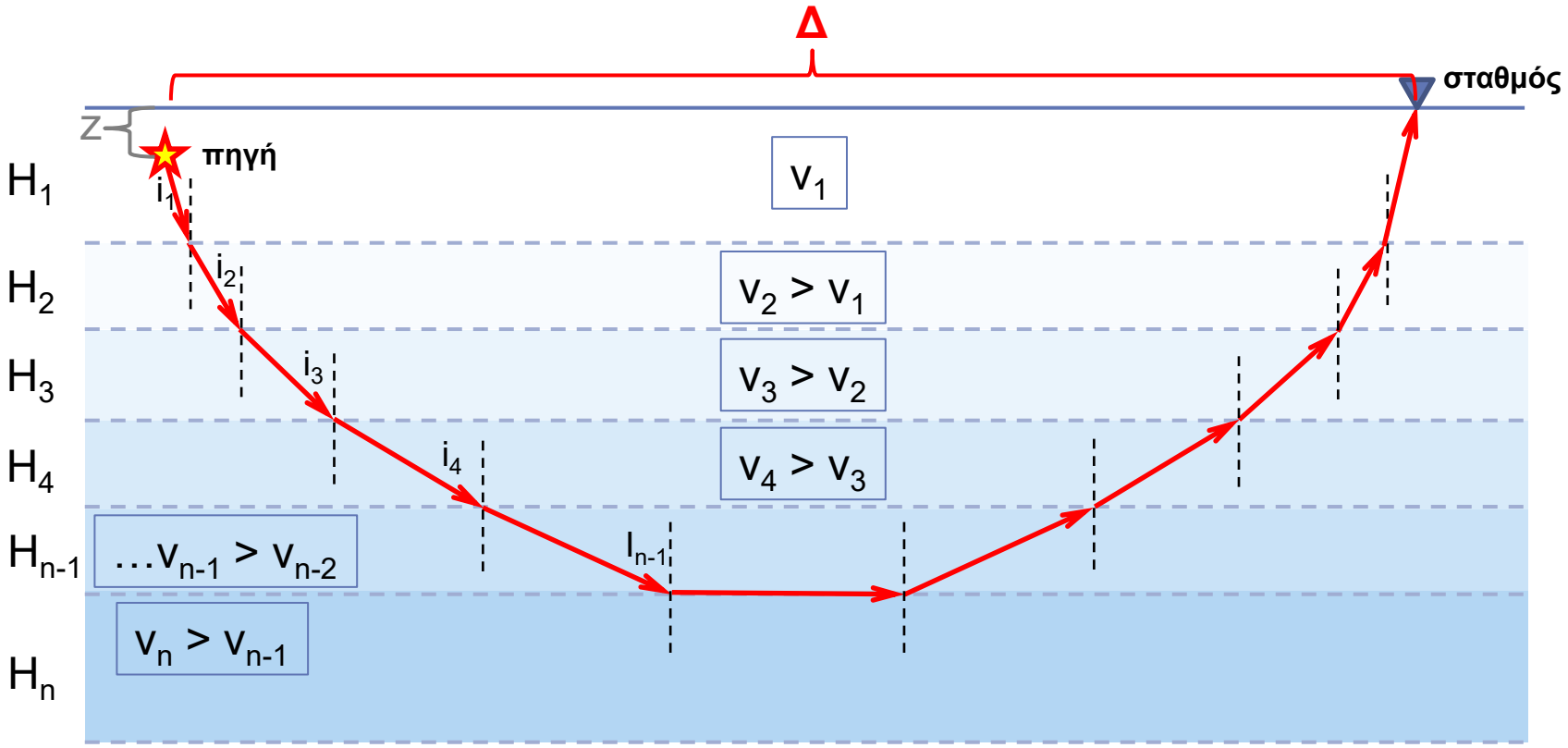


χρόνος διαδρομής

$$T_P = \frac{D}{V_P} = \frac{\sqrt{Z^2+\Delta^2}}{V_P}$$

- Στην απλή περίπτωση **ομοιογενούς** μοντέλου ταχυτήτων (V_P=σταθ.), οι σεισμικές ακτίνες είναι ευθείες και ενώνουν το υπόκεντρο με τους σταθμούς.
- Τις επικεντρικές/υποκεντρικές αποστάσεις τις υπολογίζουμε, αφού γνωρίζουμε τις συντεταγμένες του θεωρητικού υποκέντρου και των σταθμών.
- Γνωρίζοντας τους θεωρητικούς (υπολογιζόμενους) χρόνους διαδρομής από τη λύση του ευθέος προβλήματος, και έχοντας υποθέσει έναν χρόνο γένεσης, υπολογίζουμε θεωρητικούς χρόνους άφιξης στους σταθμούς.

Χρόνος διαδρομής σε πολυστρωματικό μοντέλο ταχυτήτων



- Για **n στρώματα**:

$$T_{P,\delta(n-1)} = \frac{\Delta}{V_n} + \frac{(2H_1 - z)\sqrt{V_n^2 - V_1^2}}{V_n V_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{2H_i \sqrt{V_n^2 - V_i^2}}{V_n V_i}$$

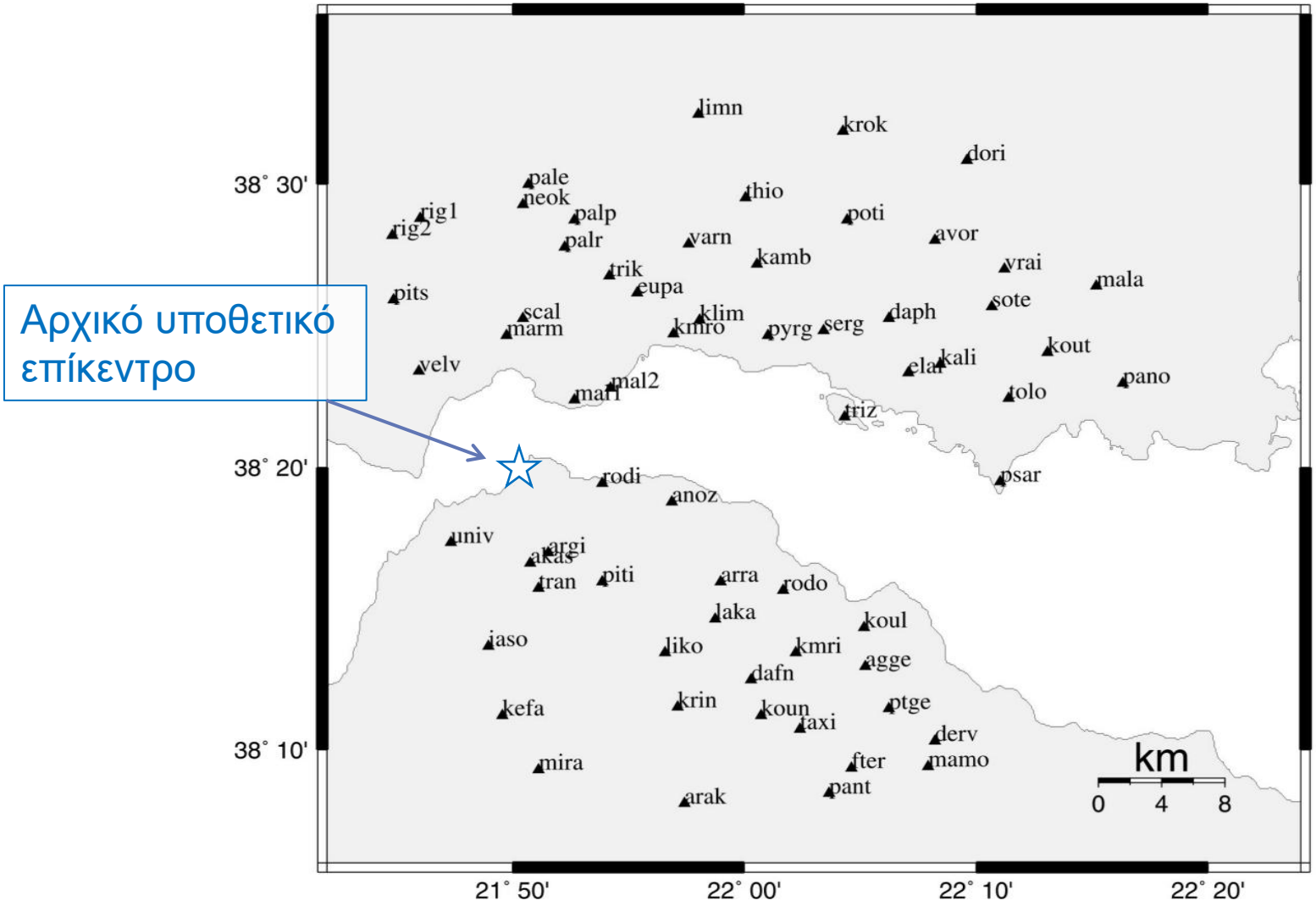
- Σε πιο περίπλοκα μοντέλα, η διαδρομή των σεισμικών ακτινών υπολογίζεται με μεθόδους ανίχνευσης ακτινών (ray-tracing) με βάση τις αρχές διάδοσης των σεισμικών κυμάτων (αρχή του Fermat, νόμος του Snell, αρχή του Huygens).

Βήματα μεθόδου

- Αφού υπολογιστούν οι θεωρητικοί χρόνοι άφιξης των κυμάτων σε κάθε σταθμό (μέσω της λύσης του ευθέος προβλήματος), γίνεται σύγκρισή τους με τους πραγματικούς (παρατηρηθέντες) χρόνους άφιξης.
- Από τη διαφορά **παρατηρηθέντων – υπολογιζόμενων** χρόνων άφιξης υπολογίζονται τα χρονικά υπόλοιπα των χρόνων διαδρομής (*travel-time residuals*).
- Οι τιμές που παίρνουν τα χρονικά υπόλοιπα εξαρτώνται από:

1. Το **πόσο διαφέρει** ο υποθετικός **χρόνος γένεσης** από τον πραγματικό.
2. Το **πόσο απέχει** το υποθετικό **επίκεντρο** από το πραγματικό επίκεντρο.
3. Το **προς ποια κατεύθυνση** βρίσκεται το πραγματικό επίκεντρο σε σχέση με το υποθετικό επίκεντρο.
4. Το **αζιμούθιο** του **κάθε σταθμού**, σε σχέση με την παραπάνω (άγνωστη/ζητούμενη) κατεύθυνση.

Βήματα μεθόδου

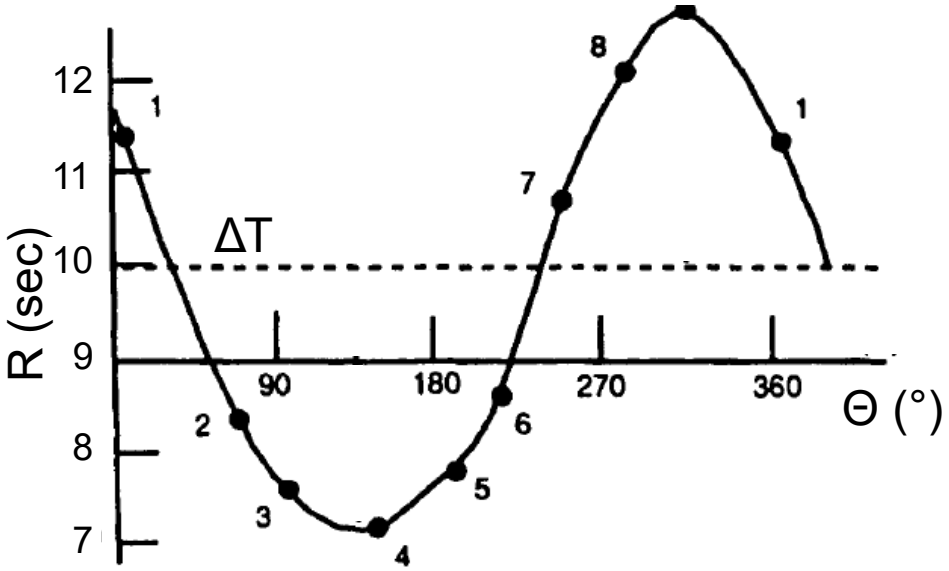


Βήματα μεθόδου

R=παρατηρηθέντες – υπολογιζόμενοι χρόνοι άφιξης

- Φτιάχνουμε το διάγραμμα του **χρονικού υπολοίπου** των παρατηρηθέντων - θεωρητικών χρόνων άφιξης ($R = \tau_i - t_i$) συναρτήσει του **αζιμουθίου** (Θ) των σταθμών.

- Φέρνουμε καμπύλη η οποία να περνάει περίπου ανάμεσα από τα σημεία του διαγράμματος.
- Συνήθως αυτή η καμπύλη έχει ημιτονοειδή μορφή.
- Η διακύμανση των χρονικών υπολοίπων γίνεται γύρω από μια **μέση τιμή**, π.χ. **+**10sec (διακεκομμένη γραμμή).
- Αυτό σημαίνει πως τα χρονικά υπόλοιπα παρουσιάζουν **συστηματικό σφάλμα +**10 sec (θετικό).
- Αυτό το συστηματικό σφάλμα αποδίδεται στη **διαφορά** ανάμεσα στον **θεωρητικό και τον πραγματικό χρόνο γένεσης**.
- Αφού οι **παρατηρηθέντες** χρόνοι άφιξης είναι **συστηματικά μεγαλύτεροι** από τους θεωρητικούς, αυτό σημαίνει πως ο **υποθετικός** χρόνος γένεσης T_o είναι **μικρότερος** από τον πραγματικό και πρέπει **να διορθωθεί** κατά ΔT=+10sec.

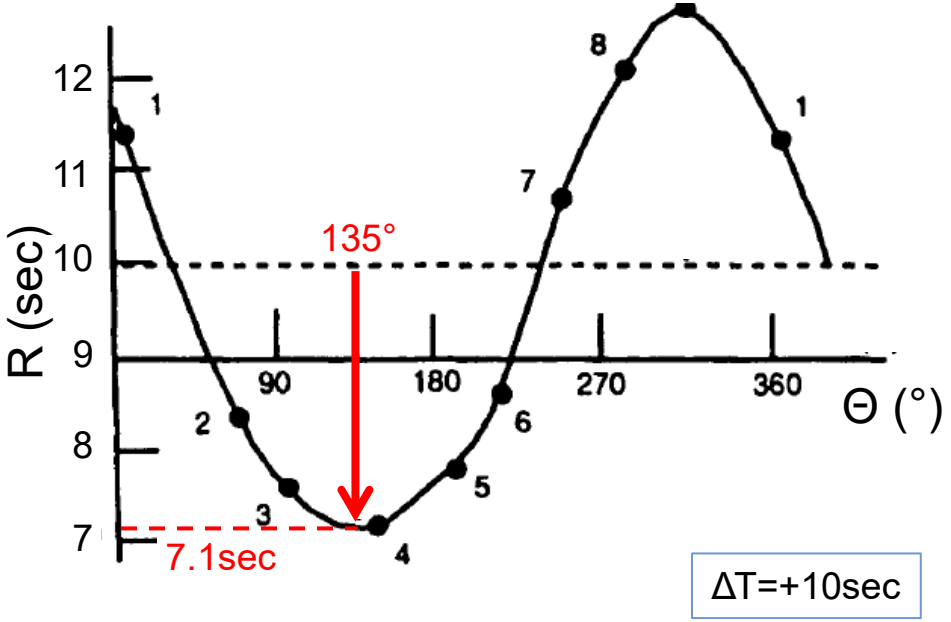


Βήματα μεθόδου

R=παρατηρηθέντες – υπολογιζόμενοι χρόνοι άφιξης

- Βρίσκουμε το σημείο του διαγράμματος R=R(Θ) που απέχει περισσότερο από τη μέση τιμή (διακεκομμένη γραμμή).

- Έστω ότι θεωρούμε τη θέση όπου το διάγραμμα παίρνει την ελάχιστη τιμή του, $\mathbf{R_1' \approx 7.1sec}$ σε αζιμούθιο $\mathbf{\Theta_{min} \approx 135°}$.
- Από την τιμή R_1' αφαιρούμε τη μέση τιμή ΔΤ (συστηματικό σφάλμα) και έχουμε $R_1 \approx \mathbf{-2.9sec.}$
- Αυτό σημαίνει πως η μέγιστη απόκλιση στους χρόνους διαδρομής παρατηρείται στη διεύθυνση που ορίζεται από το αζιμούθιο $\mathbf{\Theta_{min} \approx 135°}$ (ΝΑ).
- Οι σταθμοί που βρίσκονται σε αυτή την κατεύθυνση (ΝΑ) έχουν υπολογιζόμενους **χρόνους άφιξης** (και διαδρομής) **μεγαλύτερους** κατά 2.9sec από τους αναμενόμενους (παρατηρηθέντες).



- Για να **μικρύνουν** οι χρόνοι διαδρομής αυτών των σταθμών κατά 2.9sec θα πρέπει το **επίκεντρο** να **μετακινηθεί** προς αυτή την κατεύθυνση κατά μια τέτοια απόσταση που να **αφαιρεί 2.9sec** από τους χρόνους διαδρομής των σταθμών σε αυτά τα αζιμούθια (135°).
- Αυτό θα ισοδυναμεί με **αύξηση** κατά **+2.9sec** στους χρόνους διαδρομής των σταθμών που βρίσκονται προς τα **αντιδιαμετρικά αζιμούθια** (135°+180°=315° ή προς τα ΒΔ).

Γραμμικοποίηση του προβλήματος

$$T_P = \frac{D}{V_P} = \frac{\sqrt{Z^2+\Delta^2}}{V_P}$$

- Το ευθύ πρόβλημα του υπολογισμού των χρόνων διαδρομής, ακόμα και στην απλούστερη μορφή του (ομοιογενές μοντέλο ταχυτήτων) είναι μη γραμμικό για Z>0.
- Με τη μέθοδο Geiger κάνουμε μια γραμμική προσέγγιση, θεωρώντας μια αρχική (υποθετική) λύση (x_o, y_o, z_o, t_o) η οποία χρειάζεται **μικρές διορθώσεις** (Δx, Δy, Δz, Δt) για να καταλήξει στη σωστή λύση των εστιακών παραμέτρων.

$$T_{arr} = t^c{}_i(x_i, y_i, z_i, x_0, y_0, z_0) + t_0 \qquad r_i = t_i - t^c{}_i$$

- Για μικρές μεταβολές, το πρόβλημα μπορεί να γραμμικοποιηθεί, λαμβάνοντας το γραμμικό μέρος του αναπτύγματος Taylor. Οπότε τα χρονικά υπόλοιπα r_i παίρνουν τη μορφή:

$$r_i = (\partial T/\partial x_i)\Delta x + (\partial T/\partial y_i)\Delta y + (\partial T/\partial z_i)\Delta z + \Delta t$$

Βήματα μεθόδου

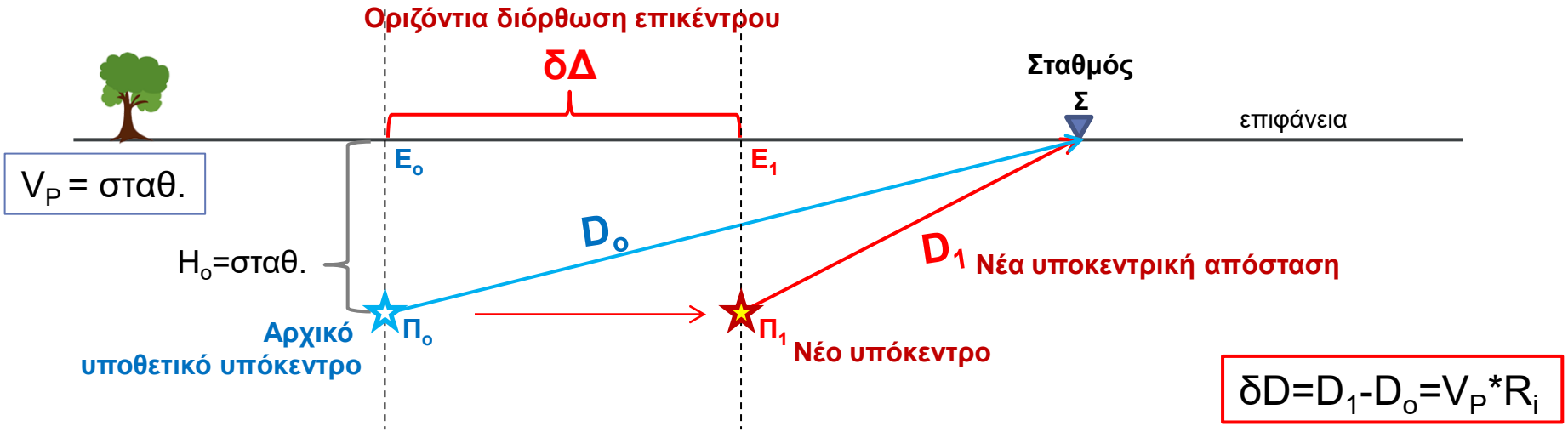
R=παρατηρηθέντες – υπολογιζόμενοι χρόνοι άφιξης

- Ξέρουμε ότι για έναν δεδομένο σταθμό i σε απόσταση Δ_i από το υποθετικό επίκεντρο, ο χρόνος διαδρομής T_{Pi} (μετά τη διόρθωση του χρόνου γένεσης ΔΤ) θα είναι:

$$T_{Pi} = \frac{D_i}{V_P} = \frac{\sqrt{H_o^2 + \Delta_i^2}}{V_P}$$

- Μια **μικρή** μεταβολή του T_{pi} κατά R_i, θα επιφέρει μικρή μεταβολή **δΔ** στην επικεντρική απόσταση (προς τα αντίστοιχα αζιμούθια σταθμών):

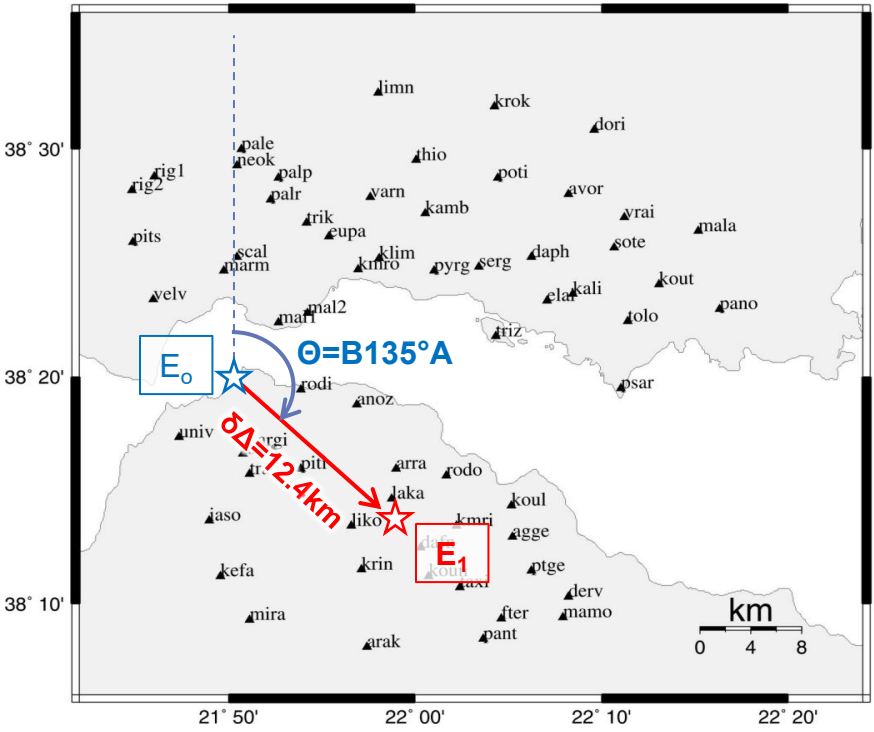
$$R_i = \frac{\partial T_{Pi}}{\partial \Delta_i}\delta\Delta = \frac{1}{V_P}\frac{2\Delta_i}{2\sqrt{H_o^2 + \Delta_i^2}}\delta\Delta = \frac{\Delta_i}{V_P\ D_i}\delta\Delta \Rightarrow \delta\Delta = \frac{V_P\ D_i}{\Delta_i}R_i$$



$\delta D = D_1 - D_o = V_P * R_i$

Βήματα μεθόδου

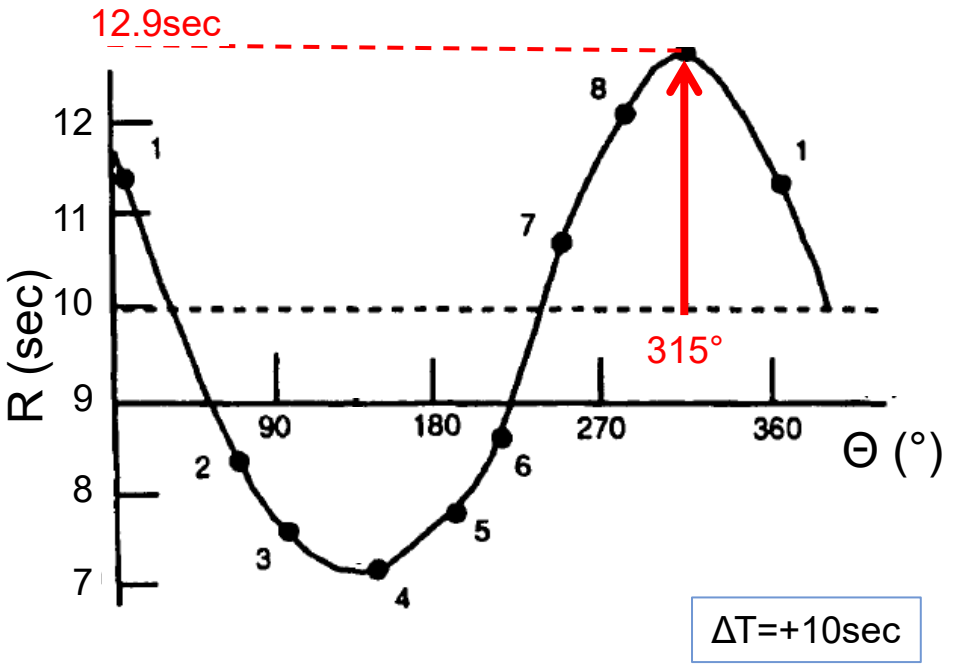
- Βρίσκουμε τη νέα θέση του επικέντρου, E_1 σύμφωνα με την διόρθωση που υπολογίσαμε, έστω κατά δΔ=12.4km προς κατεύθυνση Θ=135° από το αρχικό υποθετικό επίκεντρο, E_o.
- Έχουμε βρει έτσι μια καλύτερη προσέγγιση και για τον χρόνο γένεσης T_1 και για τη θέση του επικέντρου E_1.
- Η διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί θεωρώντας ως υποθετικό επίκεντρο το E_1 και υποθετικό χρόνο γένεσης τον T_1.
- Ύστερα από μερικές επαναλήψεις, η διαδικασία αναμένεται να συγκλίνει προς μια τελική λύση με ελάχιστα σφάλματα (χρονικά υπόλοιπα χρόνων διαδρομής).



Βήματα μεθόδου

R=παρατηρηθέντες – υπολογιζόμενοι χρόνοι άφιξης

- Βρίσκουμε το σημείο του διαγράμματος R=R(Θ) που απέχει περισσότερο από τη μέση τιμή (διακεκομμένη γραμμή).



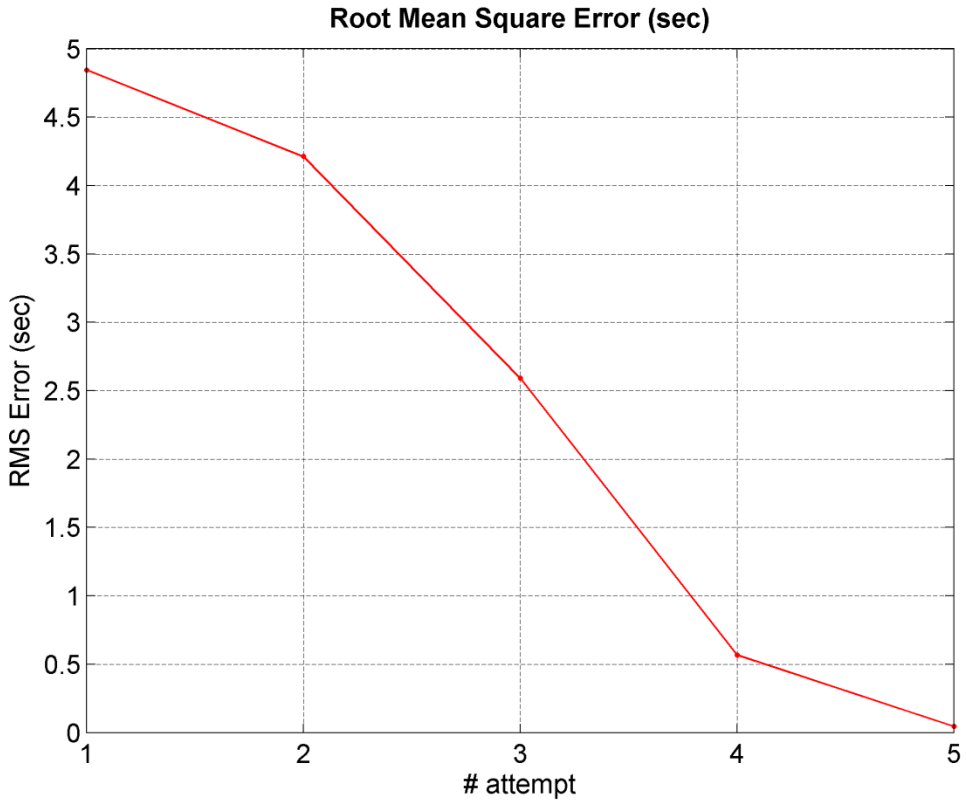
- **Αν** λαμβάναμε υπόψη τη **μέγιστη θετική** απόκλιση των χρονικών υπολοίπων, έστω R_2'=+12.9sec.
- Αφαιρούμε το συστηματικό σφάλμα ΔT=+10sec και απομένει R_2=+2.9sec.
- Αυτό σημαίνει πως η μέγιστη απόκλιση στους χρόνους διαδρομής παρατηρείται στη διεύθυνση που ορίζεται από το αζιμούθιο $\Theta_{min} \approx 315°$ (ΒΔ).
- Οι σταθμοί που βρίσκονται σε αυτή την κατεύθυνση (ΒΔ) έχουν υπολογιζόμενους **χρόνους άφιξης** (και διαδρομής) **μικρότερους** κατά 2.9sec από τους αναμενόμενους (παρατηρηθέντες).
- Για να **μεγαλώσουν** οι χρόνοι διαδρομής αυτών των σταθμών κατά 2.9sec θα πρέπει το **επίκεντρο** να **μετακινηθεί** προς ορισμένη κατεύθυνση και κατά τέτοια απόσταση που να **προσθέτει 2.9sec** στους χρόνους διαδρομής των σταθμών σε αυτά τα αζιμούθια (315°).
- Άρα θα πρέπει το επίκεντρο να μετατοπιστεί **αντίθετα** ως προς την κατεύθυνση των 315°, ώστε να απομακρυνθεί από τους σταθμούς που βρίσκονται προς αυτά τα αζιμούθια.
- Οπότε, με παρόμοια διαδικασία, το επίκεντρο θα μετακινηθεί π.χ. κατά δΔ=12.4km προς Θ=135° (ΝΑ).
- Το αποτέλεσμα τελικά είναι **ίδιο** (ή περίπου ίδιο) με το να επιλέγαμε το ολικό ελάχιστο της καμπύλης.

Σφάλματα

R=παρατηρούμενοι – υπολογιζόμενοι χρόνοι άφιξης

- Μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση για το κατά πόσο η λύση που έχουμε βρει για το υπόκεντρο και τον χρόνο γένεσης προσεγγίζει τις πραγματικές εστιακές παραμέτρους, υπολογίζοντας σε κάθε βήμα της διαδικασίας τη ρίζα του μέσου τετραγώνου (Root Mean Square, ή **RMS**) των χρονικών υπολοίπων, R_i:

$$RMS_{error} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} {R_i}^2}{N}}$$

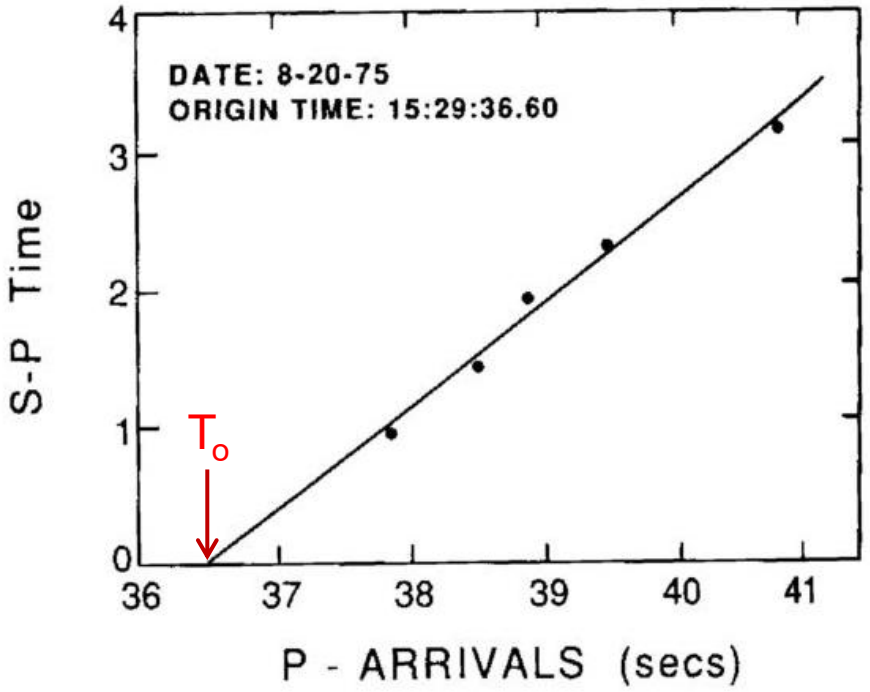


- Όπου N ο αριθμός των μετρήσεων χρόνων άφιξης σε σταθμούς.
- Η λύση συγκλίνει όταν σε κάθε βήμα της διαδικασίας λαμβάνουμε μικρότερη τιμή RMS χρονικού υπόλοιπου.

Υπολογισμός χρόνου γένεσης

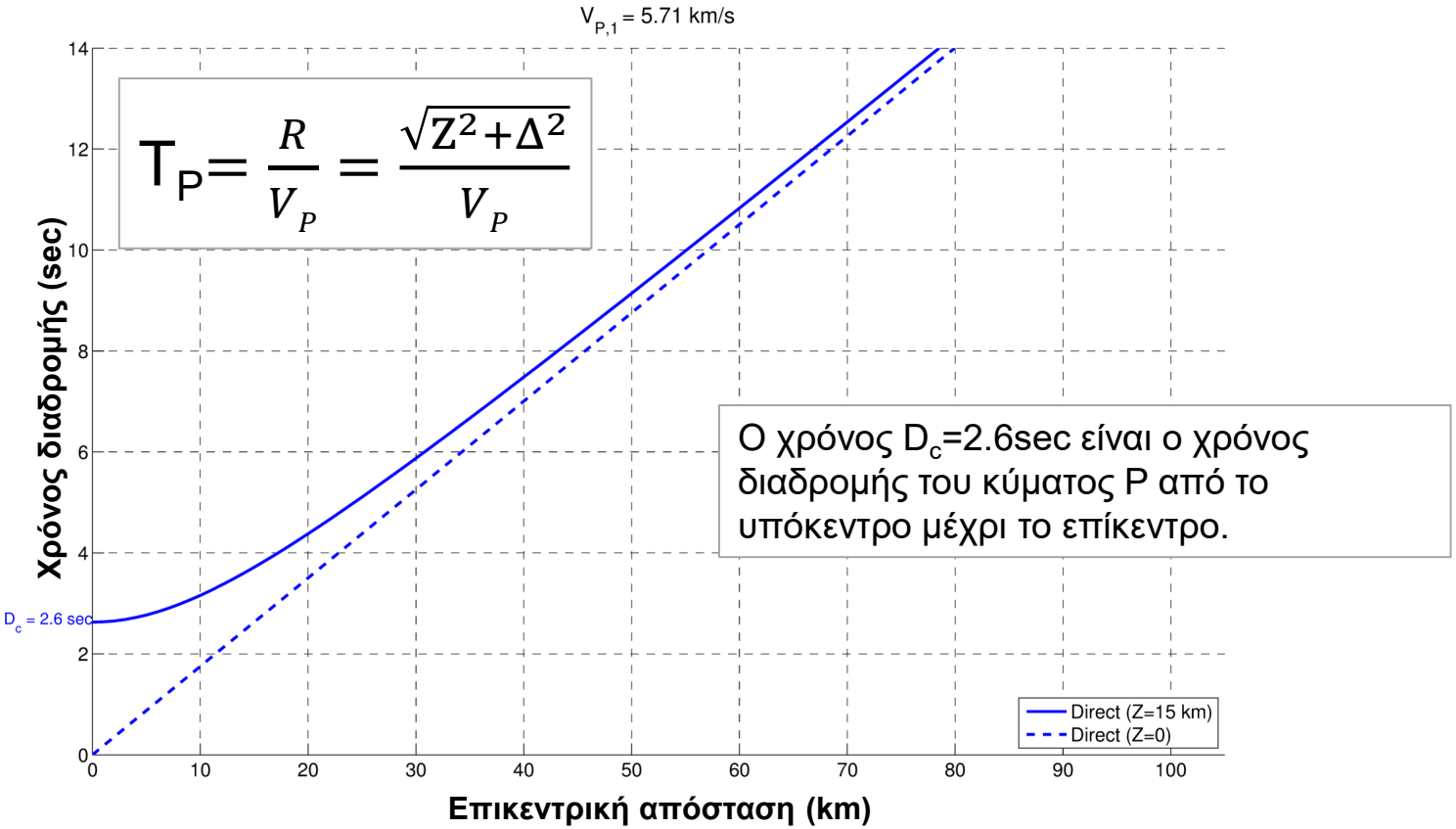
- Ο χρόνος γένεσης μπορεί να υπολογιστεί και από το διάγραμμα Wadati, εφόσον υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις των χρόνων άφιξης των κυμάτων P και S για όμοιο τύπο φάσης (π.χ., P_g και S_g, ή P_n και S_n).

- Σχεδιάζουμε το διάγραμμα T_S-T_P συναρτήσει του χρόνου άφιξης των P (μόνο με το μέρος των sec του χρόνου άφιξης).
- Φέρνουμε ευθεία ελαχίστων τετραγώνων που περνάει από τα σημεία.
- Η τετμημένη του σημείου της ευθείας όπου μηδενίζεται η τεταγμένη (T_S-T_P=0) αντιστοιχεί στον χρόνο γένεσης, T_o.



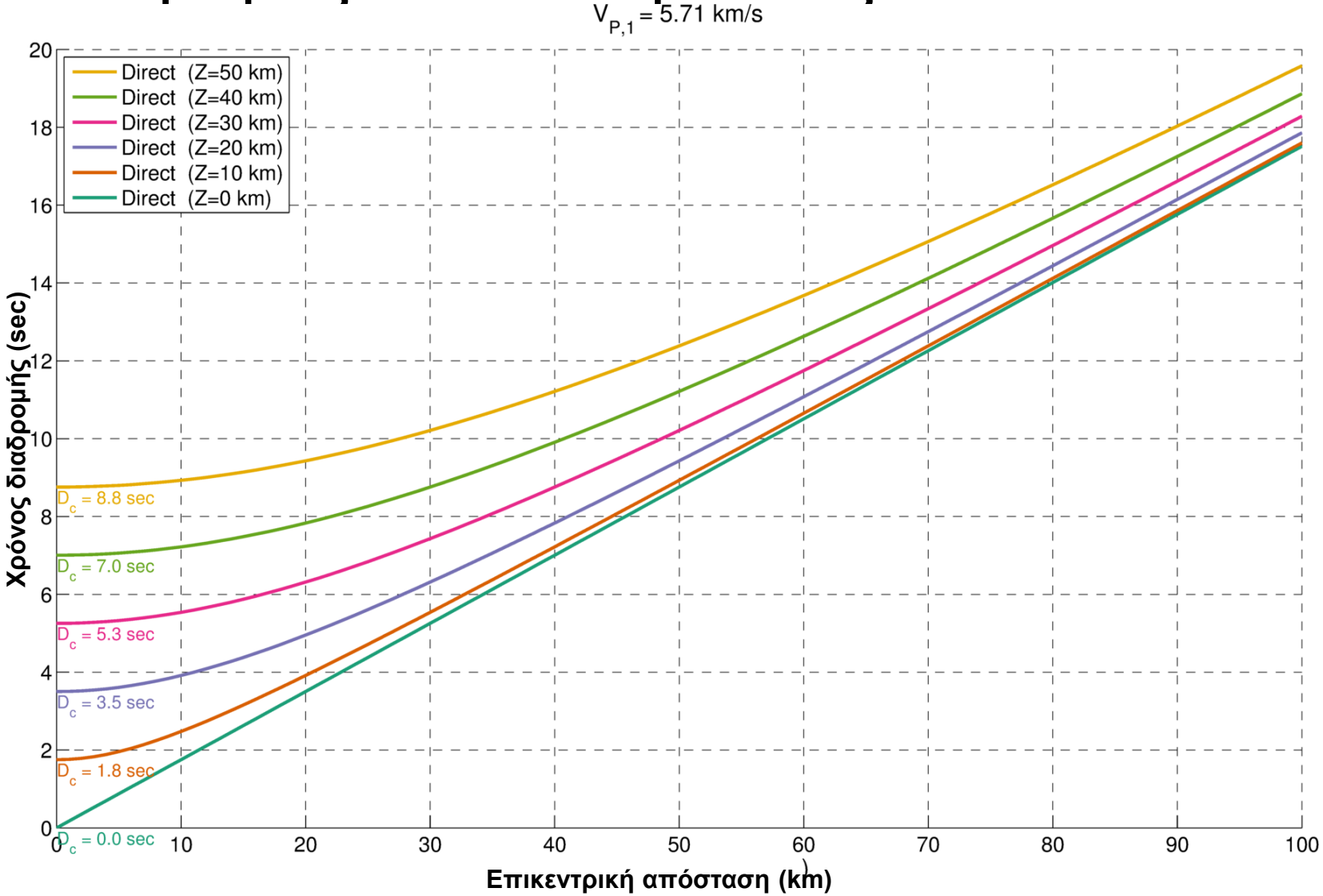
Υπολογισμός εστιακού βάθους

- Έχοντας βρει τον χρόνο γένεσης με την προηγούμενη μέθοδο, μπορούμε από τους χρόνους άφιξης των κυμάτων P να υπολογίσουμε του χρόνους διαδρομής των κυμάτων P.



- Αν διαθέτουμε δεδομένα από σταθμούς κοντά στην επικεντρική περιοχή, μπορούμε να σχεδιάσουμε το διάγραμμα χρόνων διαδρομής T_P συναρτήσει επικεντρικής απόστασης Δ, το οποίο καμπυλώνεται κοντά στο Δ=0 (επίκεντρο) και τέμνει κάθετα τον άξονα των χρόνων διαδρομής σε έναν χρόνο D_c.
- Αν γνωρίζουμε τη μέση ταχύτητα V_P των κυμάτων P μεταξύ εστίας και επικέντρου, μπορούμε να βρούμε το εστιακό βάθος: $Z=D_c*V_P$ (στο παράδειγμα $Z=D_c*V_P$=2.6sec*5.71km/sec=14.85km)

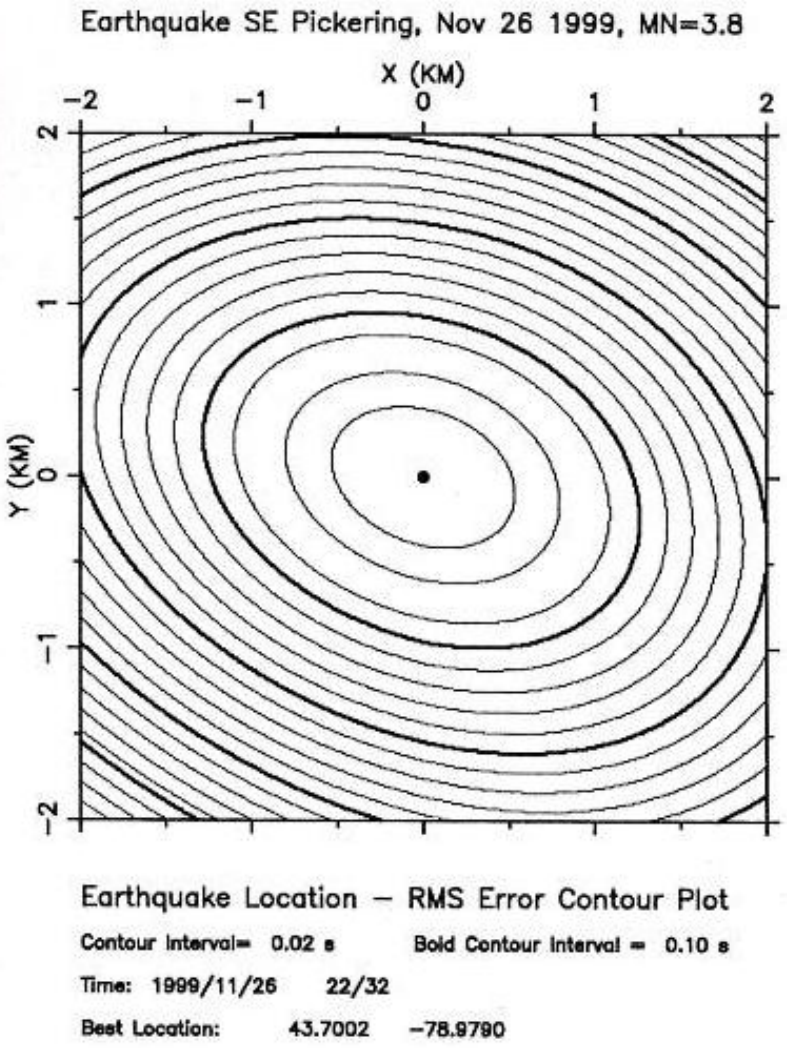
Υπολογισμός εστιακού βάθους



- Απεικόνιση δρομοχρονικών καμπυλών απευθείας κυμάτων P για διαφορετικές τιμές εστιακού βάθους (ομοιογενής χώρος με V_P=5.71 km/s).

Αναζήτηση λύσεων σε κάνναβο

- Ένας τρόπος να βρεθεί η καλύτερη λύση εστιακών παραμέτρων που να ικανοποιεί τις παρατηρήσεις (χρόνους άφιξης κυμάτων στους σταθμούς) είναι η αναζήτηση σε κάνναβο (grid search).
- Σε αυτή τη διαδικασία, εξετάζουμε ΟΛΟΥΣ τους δυνατούς συνδυασμούς τιμών που μπορούν να πάρουν οι εστιακές παράμετροι (π.χ., γεωγραφικό μήκος και πλάτος επικέντρου) σε διακριτά σημεία ενός πλέγματος (grid) εντός ενός εύρους αναμενόμενων τιμών.
- Για κάθε σημείο (π.χ., ζεύγος x, y) εκτελούμε το «ευθύ» πρόβλημα (υπολογίζουμε τους χρόνους διαδρομής βάσει ενός γνωστού μοντέλου ταχυτήτων) και εξετάζουμε την τιμή RMS των χρονικών υπολοίπων.
- Ως βέλτιστη λύση επιλέγουμε εκείνον τον συνδυασμό των τιμών (x, y) για τις οποίες ελαχιστοποιείται το RMS σφάλμα.
- Η αναζήτηση σε κάνναβο συνήθως είναι χρονοβόρα και δεν ενδείκνυται όταν ο χώρος λύσεων είναι πολύ μεγάλος.



courtesy of Robert Mereu

Το ευθύ πρόβλημα

Ορισμοί:

- **d** : πίνακας **δεδομένων** (**data** vector), διαστάσεων Nx1

Είναι ένα άνυσμα που περιέχει τους παρατηρηθέντες χρόνους άφιξης σεισμικών κυμάτων σε σταθμούς, π.χ. χρόνους άφιξης κυμάτων P σε N σταθμούς.

- **m** : πίνακας **μοντέλου** (**model**), διαστάσεων 1x4

Είναι ένα άνυσμα που περιέχει σε κάθε βήμα n τις τρέχουσες υποθετικές εστιακές παραμέτρους (x_n, y_n, z_n, t_n)

- **F** : τελεστής που αν δράσει σε έναν πίνακα **m** δίνει ως έξοδο έναν πίνακα **d΄** με τη λύση του **ευθέος προβλήματος**, δηλαδή (για παράδειγμα) τους **θεωρητικούς** χρόνους άφιξης των κυμάτων P σε κάθε σταθμό για το δεδομένο μοντέλο **m**.

$$\mathbf{F}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}'$$

Ευθύ πρόβλημα

Το ευθύ πρόβλημα

- Θεωρητικός χρόνος άφιξης T_{arr}:

$$T_{arr} = t_i\,(x_i, y_i, z_i, x_0, y_0, z_0) + t_0$$

Όπου ο δείκτης “o” αναφέρεται στον σεισμό και ο “i” στον σταθμό
(t_o:χρόνος γένεσης, t_i: χρόνος διαδρομής, T_{arr}: χρόνος άφιξης)

- Απλούστερη συσχέτιση χρόνου διαδρομής t_i και θέσης υποκέντρου για σταθερή ταχύτητα διάδοσης u (ομοιογενές μοντέλο ταχυτήτων):

$$t_i = \frac{\sqrt{(x_o - x_i)^2 + (y_o - y_i)^2 + (z - z_i)^2}}{u}$$

Το αντίστροφο πρόβλημα

- Το **αντίστροφο πρόβλημα** είναι να υπολογίσουμε τις **άγνωστες** σεισμικές παραμέτρους (διάνυσμα **m**) γνωρίζοντας το Data Vector **d** (π.χ., χρόνοι άφιξης των κυμάτων P σε διάφορους σταθμούς)

- Αυτό μπορεί να γραφτεί συμβολικά ως:

$$\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{d}) = \mathbf{m}$$ *Αντίστροφο πρόβλημα*

- Πέρα από τις εγγενείς δυσκολίες στο μαθηματικό κομμάτι του προβλήματος (μη γραμμικότητα), μια ακόμα δυσκολία έγκειται στην ύπαρξη σφαλμάτων τόσο στις τιμές του Data Vector **d** όσο και στο θεωρούμενο μοντέλο ταχυτήτων με το οποίο υπολογίζουμε τους θεωρητικούς (προβλεπόμενους) χρόνους άφιξης κατά το ευθύ πρόβλημα.

<u>Για τους λόγους αυτούς χρειάζεται:</u>

1) Το πρόβλημα να **γραμμικοποιηθεί**.
2) Το πρόβλημα να λυθεί μέσα από μια **επαναληπτική διαδικασία** που εισάγει σε κάθε βήμα **μικρές διορθώσεις** στο μοντέλο, ώστε να ισχύει η γραμμικότητα.

Το αντίστροφο πρόβλημα

- Θεωρώντας τη γραμμική προσέγγιση του **αναπτύγματος Taylor** για τους χρόνους διαδρομής, μπορεί να φτιαχτεί μια διαδικασία **αντιστροφής (inversion)**, από την οποία με βάση τα N **δεδομένα** (Πίνακας **d**: χρόνοι άφιξης) να υπολογίζουμε τις άγνωστες παραμέτρους του **μοντέλου** (Πίνακας **m**: (x, y, z, t)).

- Συνήθως διαθέτουμε πολύ περισσότερα (N) δεδομένα (στοιχεία του πίνακα **d**: π.χ. χρόνοι άφιξης κυμάτων P σε πάνω από 4 σταθμούς) από τον αριθμό εστιακών παραμέτρων (M=4) του μοντέλου **m** που θέλουμε να προσδιορίσουμε (x, y, z, t).

- Οπότε λέμε ότι το σύστημα εξισώσεων που θα προκύψει είναι **υπερ-καθορισμένο** (*over-determined*) για τις παραμέτρους του μοντέλου (N>M).

Το αντίστροφο πρόβλημα

- Για την επίλυση του προβλήματος με 4 αγνώστους (x,y,z,t) χρειαζόμαστε ένα σύστημα με **τουλάχιστον 4 εξισώσεις**, που στην περίπτωση που εξετάζουμε σημαίνει ότι ο πίνακας **d** πρέπει να περιλαμβάνει δεδομένα χρόνων άφιξης κυμάτων P από τουλάχιστον 4 σταθμούς.

- Θεωρούμε μια αρχική υποθετική λύση $\mathbf{m}^o$ (εδώ ο εκθέτης υποδηλώνει αριθμό βήματος) που λέγεται αρχικό μοντέλο.

- Από την αντίστροφη αυτή διαδικασία θα πάρουμε μια μεταβολή δm_j για κάθε στοιχείο j του διανύσματος $\mathbf{m}^o$ που θα μας δώσει μια καλύτερη προσέγγιση του πραγματικού **m**.

- Έστω ότι στο πρώτο βήμα θα λάβουμε για κάθε εστιακή παράμετρο m_j μια νέα τιμή m_j^1, λόγω μιας **μικρής μεταβολής** κατά δm_j^o:

$$m_j^1 = m_j^o + \delta m_j^o$$

Το αντίστροφο πρόβλημα

$\mathbf{d_f = F\,(m^o)}$

- Η μεταβολή $\delta d_{f,ij}$ που προκαλεί στους θεωρητικούς χρόνους άφιξης ($\mathbf{d_f}$) η **μικρή** μεταβολή μιας παραμέτρου κατά δm_j^o μπορεί να γραφτεί ως **ανάπτυγμα Taylor** διατηρώντας μόνο τους γραμμικούς όρους ως προς τις παραμέτρους x,y,z,t:

$$\delta d_{f,i} = \left(\frac{\partial F}{\partial x_o}\right)\delta x_o + \left(\frac{\partial F}{\partial y_o}\right)\delta y_o + \left(\frac{\partial F}{\partial z_o}\right)\delta z_o + \left(\frac{\partial F}{\partial t_o}\right)\delta t_o = d_{f,i} - F_i^{\,o}(x_o, y_o, z_o, t_o)$$

  - Η μεταβολή $\delta d_{f,ij}$ σε έναν σταθμό (δείκτης i) λόγω μεταβολής μιας παραμέτρου (δείκτης j) του μοντέλου κατά δm_j μπορεί να γραφεί και ως:

$$\delta d_{f,ij} = \frac{\partial d_{f,i}}{\partial m_j}\delta m_j$$

ή συνολικά με μορφή πινάκων: $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{G}\cdot\Delta\mathbf{m}$ (όπου $\Delta\mathbf{d}$ και $\Delta\mathbf{m}$ πίνακες)

- Πίνακας Μερικών Παραγώγων:

$$G_{ij} = \frac{\partial d_{f,i}}{\partial m_j}$$

Ιακωβιανός πίνακας
(Jacobian matrix)

(Lay & Wallace, 1995)

Το αντίστροφο πρόβλημα

$\Delta \mathbf{d} = \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{m}$

- Πίνακας Μερικών Παραγώγων: $$G_{ij} = \frac{\partial d_{f,i}}{\partial m_j}$$

Ιακωβιανός πίνακας (Jacobian matrix)

- Ο πίνακας **G** έχει **N γραμμές** και **4 στήλες** (N×4).

όπου N : αριθμός δεδομένων (π.χ., αριθμός σταθμών με παρατηρηθέντες χρόνους άφιξης των κυμάτων P)

- Οι M=4 στήλες αντιστοιχούν στις 4 εστιακές παραμέτρους του αρχικού υποθετικού μοντέλου (x_o, y_o, z_o, t_o)
- Τα στοιχεία που περιέχει ο πίνακας **G** είναι οι μερικές παράγωγοι του κάθε στοιχείου του πίνακα $\mathbf{d_f}$ (υπολογιζόμενοι χρόνοι άφιξης) ως προς την κάθε παράμετρο του μοντέλου $\mathbf{m^o}$ (x_o, y_o, z_o, t_o):

$$G_{N\times 4} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_{f1}}{\partial x_o} & \frac{\partial d_{f1}}{\partial y_o} & \frac{\partial d_{f1}}{\partial z_o} & \frac{\partial d_{f1}}{\partial t_o} \\ \frac{\partial d_{f2}}{\partial x_o} & \frac{\partial d_{f2}}{\partial y_o} & \frac{\partial d_{f2}}{\partial z_o} & \frac{\partial d_{f2}}{\partial t_o} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial d_{fN}}{\partial x_o} & \frac{\partial d_{fN}}{\partial y_o} & \frac{\partial d_{fN}}{\partial z_o} & \frac{\partial d_{fN}}{\partial t_o} \end{bmatrix}$$

όπου $d_{f,i} = \frac{\sqrt{(x_o - x_i)^2 + (y_o - y_i)^2 + (z_o - z_i)^2}}{u} + t_o$

x_i, y_i, z_i: συντεταγμένες σταθμού i
x_o, y_o, z_o : υποθετικές συντεταγμένες εστίας
t_o : υποθετικός χρόνος γένεσης
u : σταθερή ταχύτητα διάδοσης κυμάτων P (για ομοιογενές μοντέλο ταχυτήτων)

(Lay & Wallace, 1995)

Το αντίστροφο πρόβλημα

$\Delta \mathbf{d} = \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{m}$

$$G_{ij} = \frac{\partial d_i}{\partial m_j}$$

- Η σχέση $\Delta \mathbf{d} = \mathbf{G}\Delta \mathbf{m}$ εξακολουθεί να έχει τη μορφή του **ευθέος προβλήματος**, δηλαδή δίνουμε μια τροποποίηση του μοντέλου κατά $\Delta \mathbf{m}$ και υπολογίζουμε τις αλλαγές $\Delta \mathbf{d}$ που θα προκληθούν στους θεωρητικούς χρόνους άφιξης.

- Το **αντίστροφο πρόβλημα** είναι να δώσουμε πίνακα $\Delta \mathbf{d}$ (χρονικά υπόλοιπα, ή *residuals*) και να πάρουμε πίνακα $\Delta \mathbf{m}$ (βέλτιστη διόρθωση παραμέτρων μοντέλου).

- **Αν** είχαμε ακριβώς 4 στοιχεία στον πίνακα δεδομένων $\Delta \mathbf{d}$ (όσα τα στοιχεία του μοντέλου **m**) θα μπορούσαμε (τυπικά) να κάνουμε την αντιστροφή ως εξής:

$$\mathbf{G}^{-1}\Delta \mathbf{d} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{m} \Rightarrow \Delta \mathbf{m} = \mathbf{G}^{-1}\Delta \mathbf{d}$$

όπου $\mathbf{G}^{-1}$ ο αντίστροφος πίνακας του **G** (*εφόσον* υπάρχει), δηλαδή αυτός για τον οποίο ισχύει η σχέση $\mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}=\mathbf{I}$, όπου **I** ο ταυτοτικός πίνακας.

- Ένα τέτοιο σύστημα 4×4 με σταθερούς συντελεστές, θα μπορούσε επίσης να επιλυθεί με τη μέθοδο απαλοιφής Gauss για τον προσδιορισμό των αγνώστων $\Delta \mathbf{m}$.

(Lay & Wallace, 1995)

Το αντίστροφο πρόβλημα

$\mathbf{\Delta d = G \cdot \Delta m}$

$$G_{ij} = \frac{\partial d_i}{\partial m_j}$$

$$\mathbf{G^{-1}\Delta d = G^{-1}G \cdot \Delta m \Rightarrow \Delta m = G^{-1}\Delta d}$$

- Ωστόσο, στην πράξη η παραπάνω σχέση δεν θα δώσει λύση:
  1. Τα παρατηρούμενα **d** (που υπεισέρχεται στα χρονικά υπόλοιπα **Δd**) έχουν πάντα σφάλματα (π.χ. σφάλμα ανάγνωσης χρόνου άφιξης).
  2. Το ομοιογενές μοντέλο ταχυτήτων δεν ταυτίζεται με την πραγματική δομή της Γης.
  3. Η κάλυψη των σταθμών είναι γενικά μονόπλευρη και αζιμουθιακά περιορισμένη.

- Επίσης, η παραπάνω πράξη είναι και τυπικά αδύνατη όταν το σύστημα είναι υπερ-καθορισμένο (N>M) διότι:
  1. Ο πίνακας **G** (N×4) δεν είναι τετραγωνικός, και άρα **δεν** υπάρχει ο αντίστροφος $\mathbf{G^{-1}}$
  2. Δεν μπορεί να γίνει αυτός ο πολλαπλασιασμός πινάκων αν δεν ταιριάζουν οι εσωτερικές διαστάσεις τους (στήλες του 1ου με γραμμές του 2ου πίνακα).

- Σε τέτοιες περιπτώσεις, προχωράμε σε μια διαδικασία που ονομάζεται **γενικευμένη αντιστροφή**, ή υπολογισμός του ψευδο-αντίστροφου πίνακα.

(Lay & Wallace, 1995)

Το αντίστροφο πρόβλημα

$\mathbf{G}^{-g} = [\mathbf{G}^T\mathbf{G}]^{-1}\mathbf{G}^T$

$$\mathbf{G}^T \cdot \Delta\mathbf{d} = \mathbf{G}^T\mathbf{G} \cdot \Delta\mathbf{m} \Rightarrow \Delta\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T\mathbf{G}]^{-1} \cdot \mathbf{G}^T \cdot \Delta\mathbf{d} = G^{-g} \cdot \Delta\mathbf{d}$$

- Η παραπάνω εξίσωση μας δίνει την καλύτερη προσέγγιση του m με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και είναι πολύ χρήσιμη σχέση τόσο για γραμμικά όσο και για μη γραμμικά προβλήματα.

- Από την ανάλυση των πινάκων **G** και $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$ σε ιδιοδιανύσματα και ιδιοτιμές, μπορούμε να πάρουμε επιπλέον πληροφορίες για:

1. Την **επιλυσιμότητα** του προβλήματος (*resolution*): δηλαδή κατά πόσο είναι εφικτό με τα συγκεκριμένα διαθέσιμα δεδομένα να επιλύσουμε την καθεμία από τις παραμέτρους του μοντέλου (x, y, z, t).
2. Τα **τυπικά σφάλματα** προσδιορισμού των παραμέτρων του μοντέλου (δx, δy, δz, δt).
3. Το κατά πόσο **επηρεάζεται** η επίλυση της κάθε παραμέτρου του μοντέλου από την τιμή που παίρνουν άλλες παράμετροι του μοντέλου.

Για περισσότερα: Modern Global Seismology (Lay & Wallace, 1995), κεφ 6.3-6.4

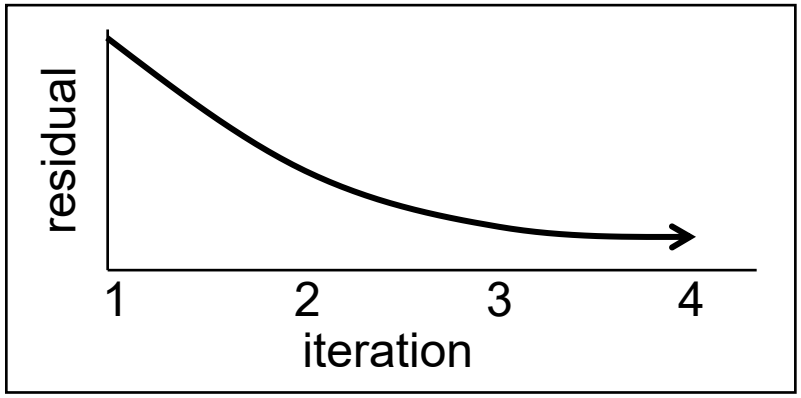
Βήματα αντιστροφής

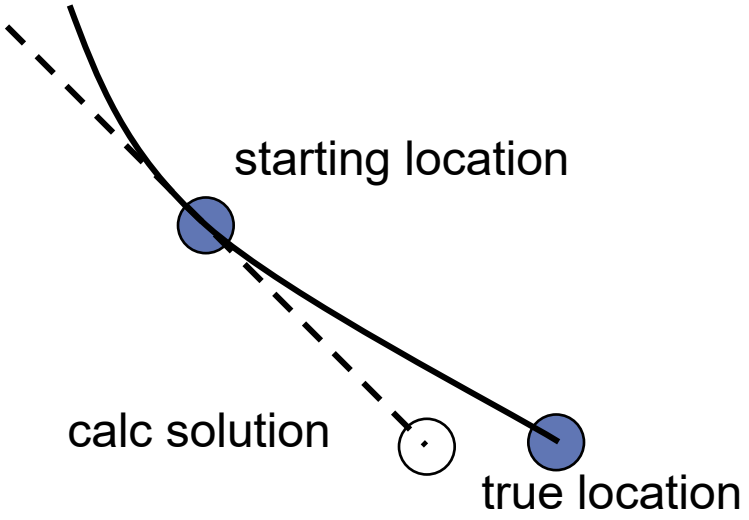
$$\Delta\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T\mathbf{G}]^{-1}\cdot\mathbf{G}^T\cdot\Delta\mathbf{d} = G^{-g}\cdot\Delta\mathbf{d}$$

- Ορίζουμε ένα αρχικό, υποθετικό μοντέλο $\mathbf{m}_o$.
- Διαθέτουμε ένα μοντέλο ταχυτήτων για την περιοχή μελέτης και θεωρούμε πως ισχύει ένα φυσικό μοντέλο, π.χ. η προσέγγιση της θεωρίας των σεισμικών ακτινών.
- Εκτελούμε το ευθύ πρόβλημα: υπολογίζουμε τους θεωρητικούς χρόνους διαδρομής (και θεωρητικούς χρόνους άφιξης).
- Υπολογίζουμε τα χρονικά υπόλοιπα: R = παρατηρούμενοι – υπολογιζόμενοι χρόνοι άφιξης, τα οποία ορίζουν το διάνυσμα δεδομένων, $\Delta\mathbf{d}$.
- Υπολογίζουμε αναλυτικά ή αριθμητικά, ένα-ένα, όλα τα στοιχεία του πίνακα μερικών παραγώγων **G**.
- Υπολογίζουμε τον γενικευμένο αντίστροφο $\mathbf{G}^{-g} = [\mathbf{G}^T\mathbf{G}]^{-1}\mathbf{G}^T$.
- Υπολογίζουμε την πρώτη διόρθωση του μοντέλου $\Delta\mathbf{m}_1 = G^{-g}\cdot\Delta\mathbf{d}$.
- Υπολογίζουμε το νέο μοντέλο: $\mathbf{m}_1=\mathbf{m}_o+\Delta\mathbf{m}_1$
- Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία με αρχικό μοντέλο το $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$, κ.ο.κ.

Το αντίστροφο πρόβλημα

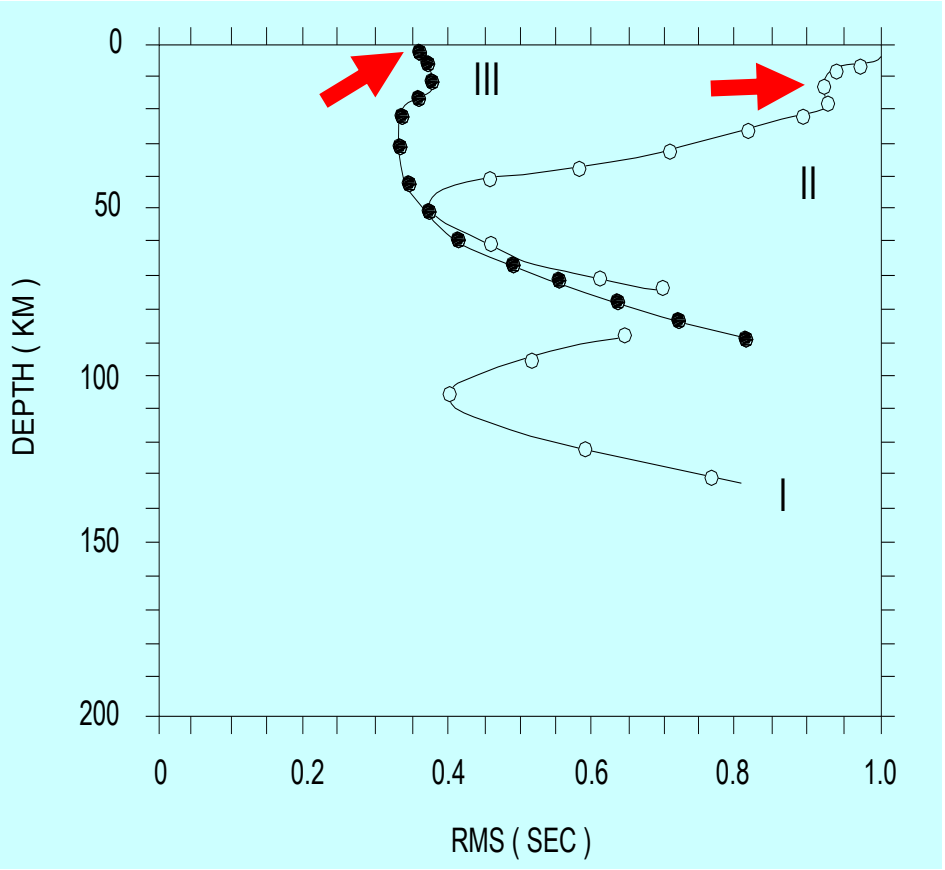
- Σε κάθε βήμα, χρησιμοποιούμε την τελική λύση παραμέτρων του μοντέλου που μας έδωσε η αντιστροφή από το προηγούμενο βήμα ως αρχική λύση του επόμενου βήματος.
- Η διαδικασία σταματάει όταν τα σφάλματα σταθεροποιούνται σε μια ελάχιστη τιμή ή ύστερα από έναν ορισμένο μέγιστο αριθμό επαναλήψεων.

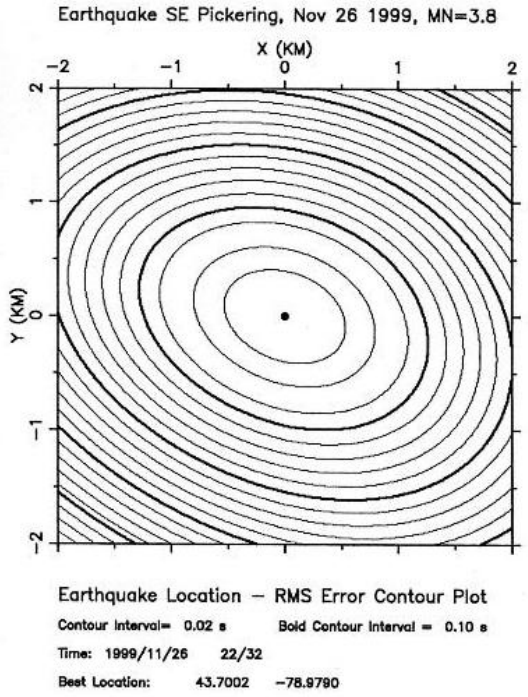




Το αντίστροφο πρόβλημα

- Τα σφάλματα δεν συγκλίνουν πάντα σε ένα ολικό ελάχιστο και τις περισσότερες φορές έχουμε να κάνουμε με τοπικά ελάχιστα.
- Η διαδικασία **αντιστροφής** είναι υπολογιστικά πολύ **ταχύτερη** από μια αναζήτηση σε κάνναβο.



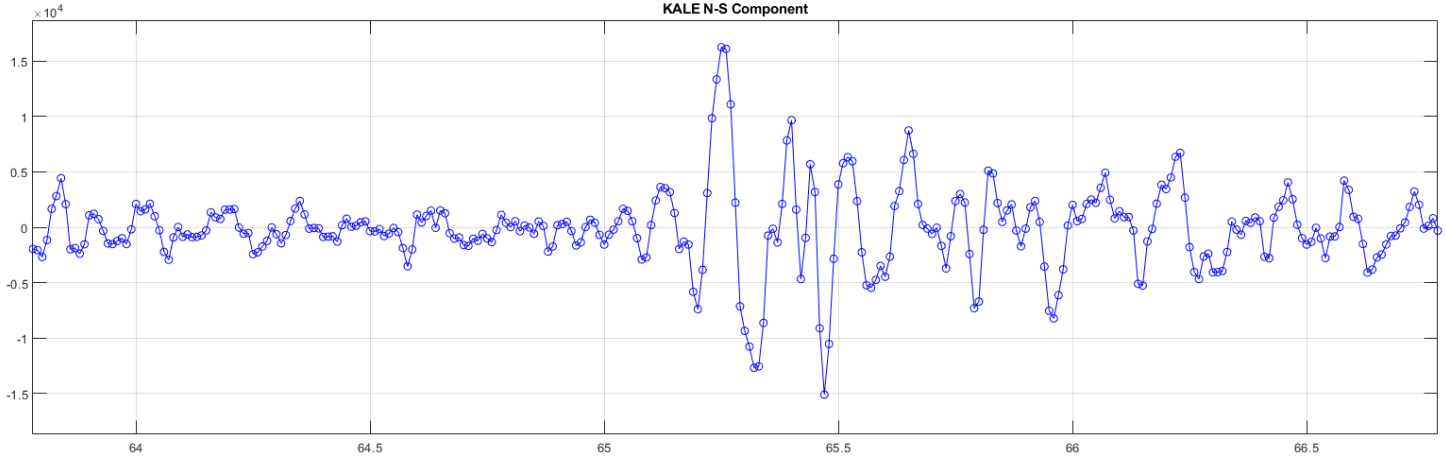


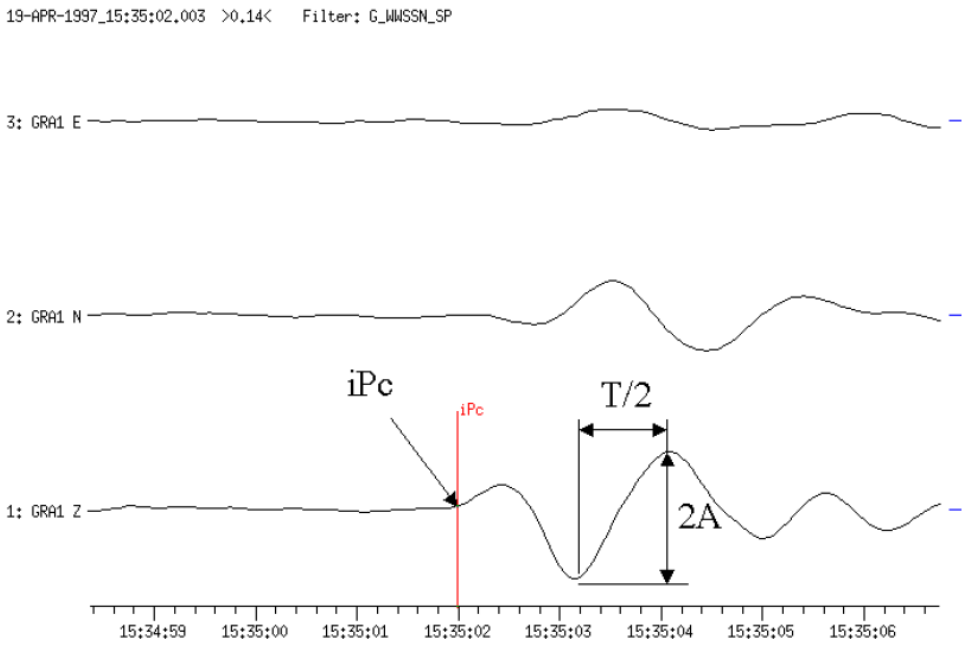
Μία αναζήτηση σε ένα δίκτυο **καννάβου** καθορίζει ποια είναι η καλύτερη λύση, αλλά η αναζήτηση είναι **πολύ πιο αργή** καθώς περιλαμβάνει πολύ περισσότερους υπολογισμούς (όλους τους συνδυασμούς παραμέτρων μοντέλου).

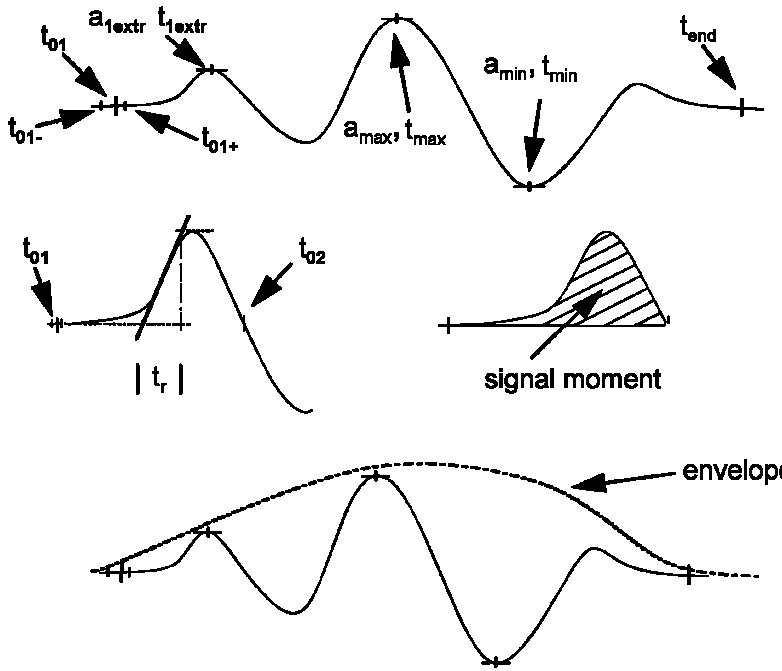
Το αντίστροφο πρόβλημα - Σύνοψη

- Η γενική ιδέα της αντιστροφής είναι ότι θεωρώντας μια αρχική λύση για τις παραμέτρους του μοντέλου, υπολογίζουμε τα χρονικά υπόλοιπα και χρησιμοποιούμε τον πίνακα μερικών παραγώγων προκειμένου να πάρουμε ένα **διάνυσμα διόρθωσης** των παραμέτρων του μοντέλου.
- Αυτό το διάνυσμα **προσανατολίζεται** με βάση τις επιμέρους «**κλίσεις**» (μερικές παράγωγοι) ως προς την κάθε παράμετρο του μοντέλου, προκειμένου να «*δείχνει*» στην κατεύθυνση προς την οποία μειώνονται τα σφάλματα και να παρέχει πληροφορία για την *ποσότητα* της διόρθωσης.
- Εφόσον το πρόβλημα είναι επαρκώς περιορισμένο (constrained) από τα δεδομένα μας, είναι δυνατόν να υπάρχει *σύγκλιση* σε μια λύση που ελαχιστοποιεί τα σφάλματα.
- Ωστόσο υπό συνθήκες (π.χ. για ορισμένα αρχικά μοντέλα), μπορεί μια λύση να εγκλωβιστεί σε κάποιο **τοπικό** ελάχιστο των σφαλμάτων και όχι στο **ολικό** ελάχιστο, γι’ αυτό και η διαδικασία αντιστροφής χρειάζεται προσοχή στην εφαρμογή.
- Από τη διαδικασία αντιστροφής προκύπτει και εκτίμηση για το σφάλμα που υπεισέρχεται στην κάθε παράμετρο του μοντέλου, οπότε μπορούμε να γνωρίζουμε την ακρίβεια προσδιορισμού της.

Χρονοσειρές (Κυματομορφές)



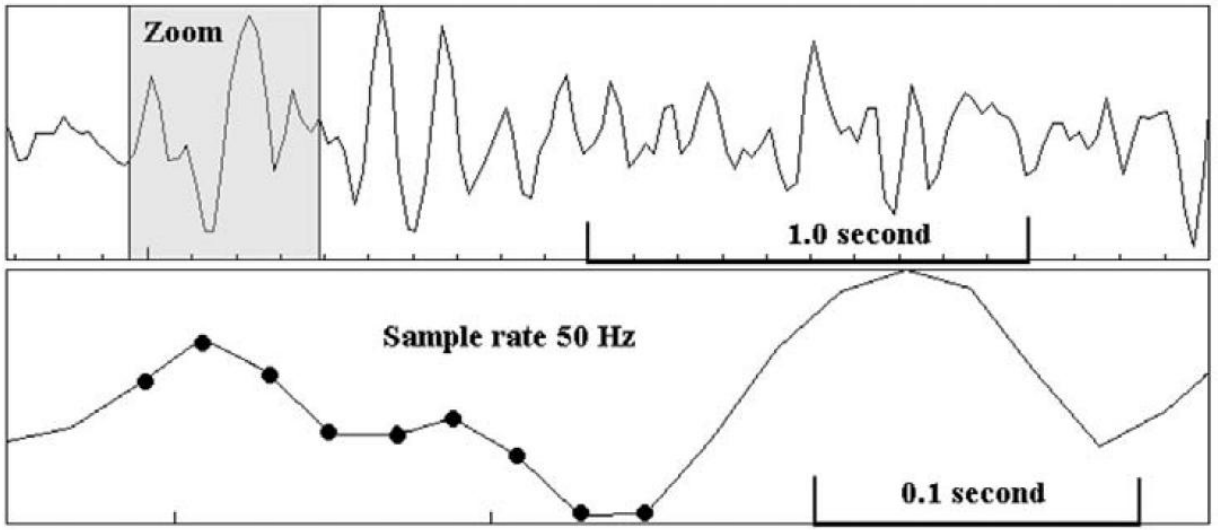




Bormann, 2012 (NMSOP-2)

Ψηφιακά σήματα

Havskov & Alguacil (2015)



- Οι ψηφιακές καταγραφές χαρακτηρίζονται από ορισμένες βασικές παραμέτρους:

➢ Χρόνος έναρξης καταγραφής: Ο απόλυτος χρόνος (GMT) του πρώτου δείγματος.

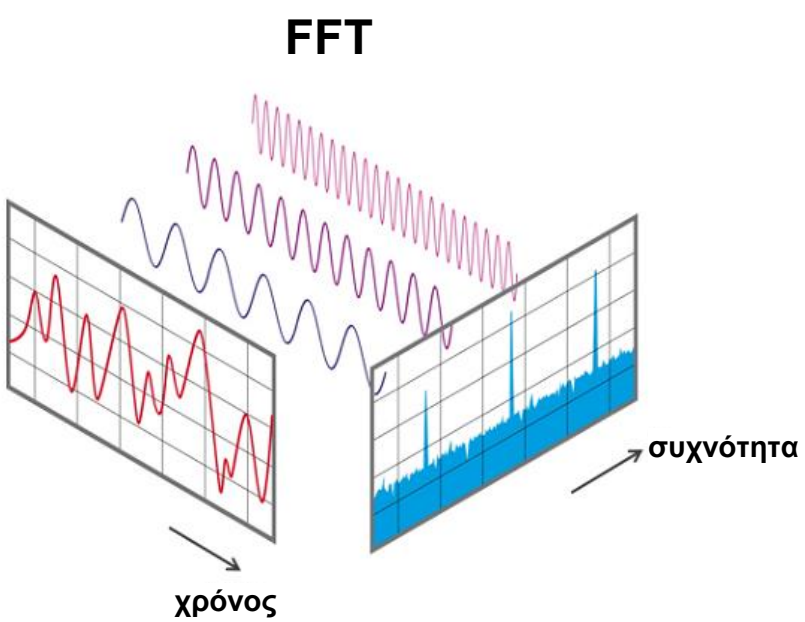
➢ Ρυθμός δειγματοληψίας (*sampling rate*): εκφράζεται σε αριθμό δειγμάτων ανά δευτερόλεπτο (samples/sec, ή "sps") ή, απλούστερα, σε Hz. Αφορά στην ακρίβεια της καταγραφής στον χρονικό άξονα. Συμβολίζεται συνήθως με F_s. Ο αντίστροφος $1/F_s$ καλείται «διάστημα δειγματοληψίας» (*sampling interval*)

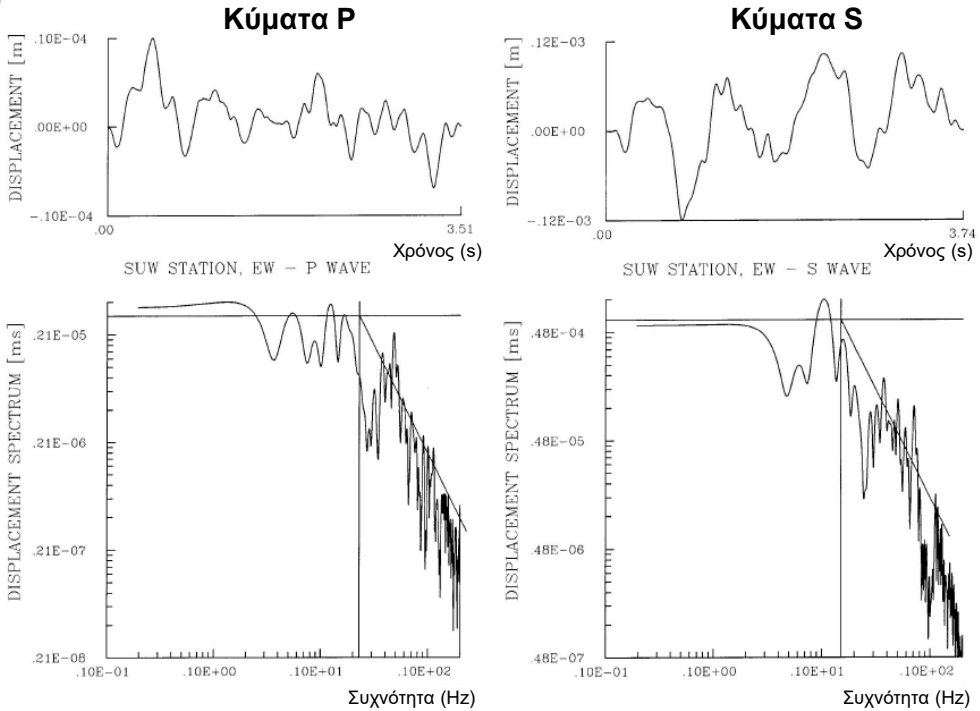
➢ Συνολικός αριθμός δειγμάτων: σε συνδυασμό με τον χρόνο έναρξης και τον ρυθμό δειγματοληψίας καθορίζουν τον χρόνο λήξης της καταγραφής.

➢ Ανάλυση (resolution): ενδεικτικό της ακρίβειας εκφράζεται σε αριθμό bit ανά δείγμα. Αφορά στην ακρίβεια μέτρησης του πλάτους της καταγραφής.

➢ Μεγέθυνση (gain): συντελεστής μετατροπής των πλατών από αυθαίρετες ακέραιες μονάδες (counts) σε mV ή σε πραγματική εδαφική κίνηση (π.χ. ταχύτητα σε m/s).

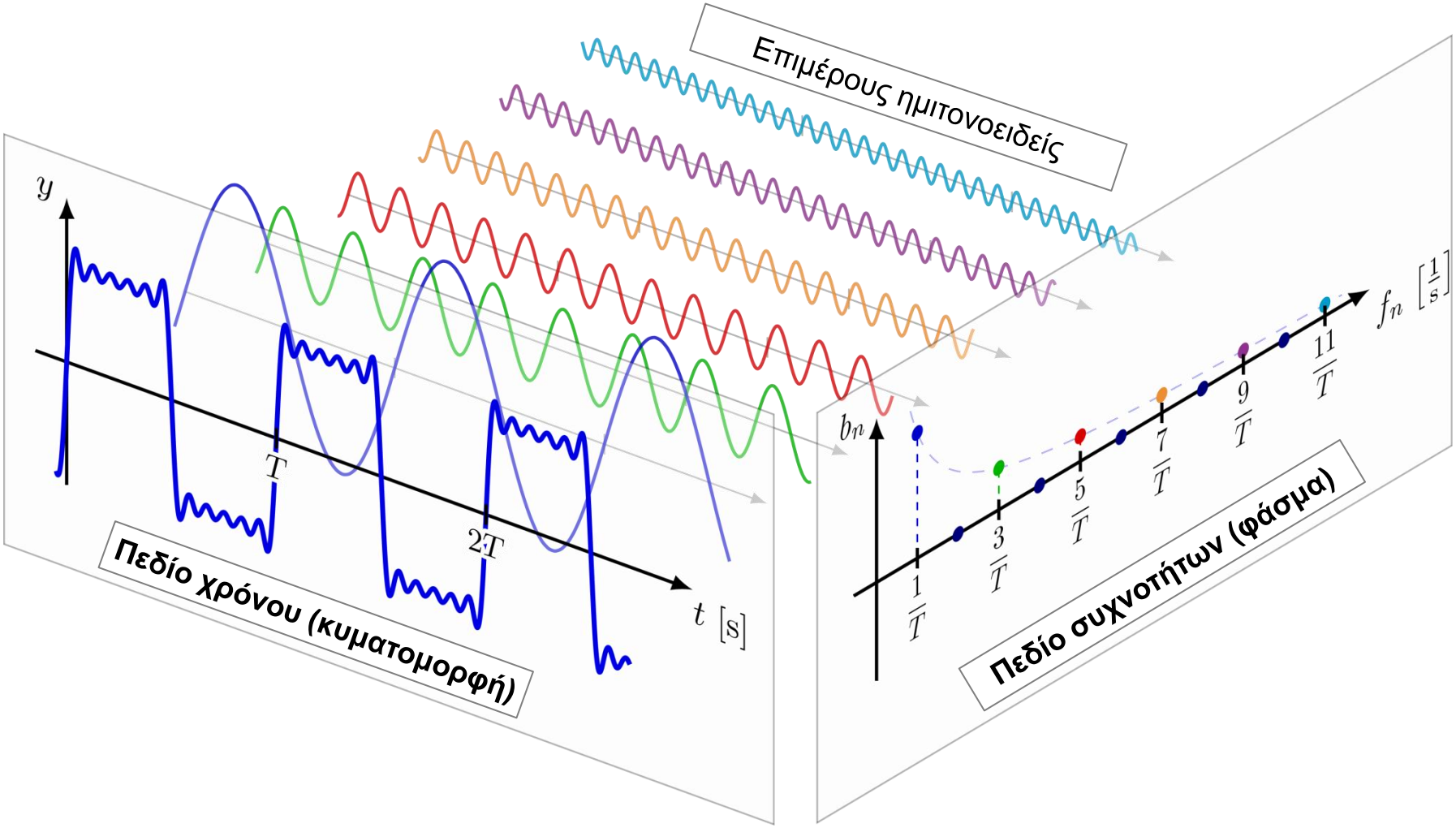
Μετασχηματισμός Fourier (Φάσμα)





- Μια διαφορετική εικόνα ενός σεισμικού σήματος παίρνουμε εφαρμόζοντας τον λεγόμενο Γρήγορο Μετασχηματισμό Fourier (Fast Fourier Transform, ή **FFT**) σε μια κυματομορφή, λαμβάνοντας ως αποτέλεσμα μια νέα σειρά δεδομένων, και συγκεκριμένα το **πλάτος** και την **φάση** για διακριτές τιμές συχνότητας.
- Το αποτέλεσμα του FFT ονομάζεται **φάσμα** (*spectrum*), μας δίνει την εικόνα ενός σεισμικού σήματος στο πεδίο συχνοτήτων. Κατά κύριο λόγο ασχολούμαστε με το πλάτος του φάσματος και σπανιότερα με τη φάση.
- Συνήθως η απεικόνιση ενός σεισμικού φάσματος γίνεται σε λογαριθμική ή ημιλογαριθμική κλίμακα, ώστε να διακρίνονται λεπτομέρειες σε υψηλά/χαμηλά πλάτη ή/και σε υψηλές/χαμηλές συχνότητες.

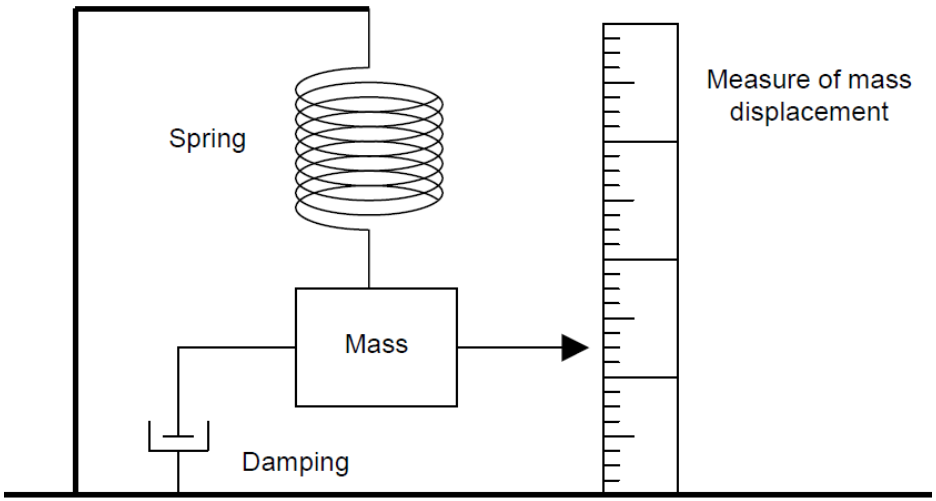
Μετασχηματισμός Fourier (Φάσμα)



https://www.tomasboril.cz/fourierseries3d/

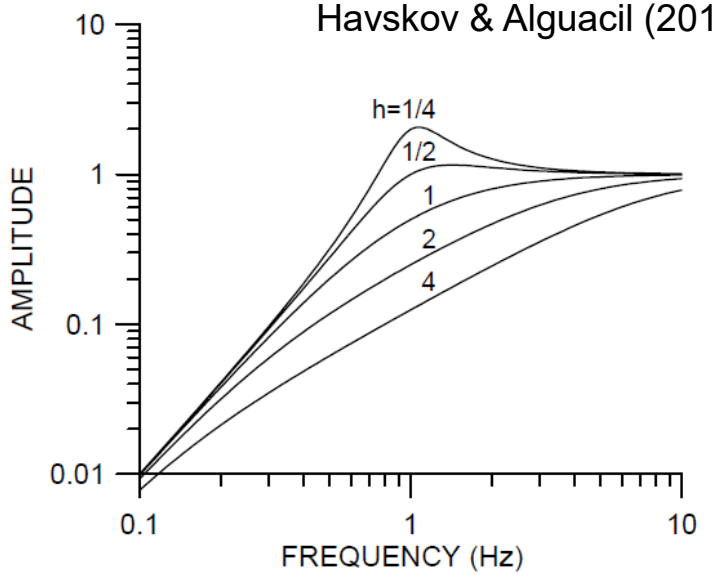
- Αν αθροιστούν οι επιμέρους ημιτονοειδείς συναρτήσεις που προκύπτουν από τον FFT, το αποτέλεσμα της υπέρθεσης είναι η ανακατασκευή της αρχικής κυματομορφής.
- Η διαδικασία λέγεται **Αντίστροφος** Μετασχηματισμός Fourier (iFFT).

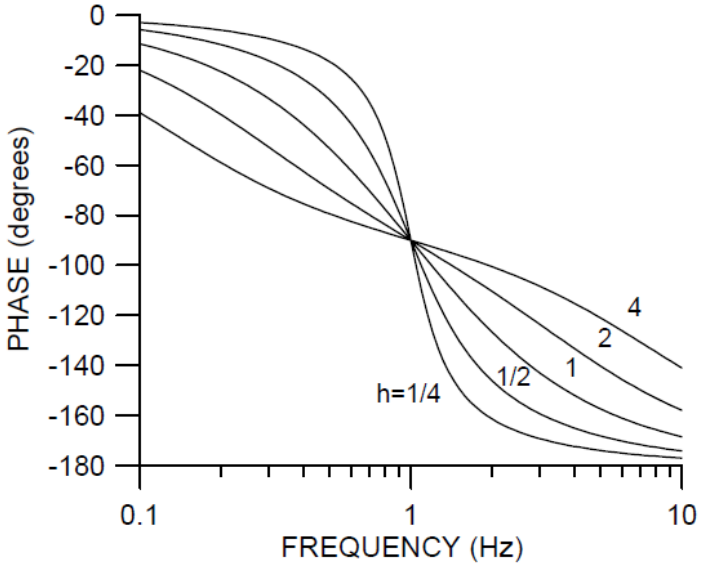
Σεισμόμετρο



- Στην απλούστερη μορφή του, ένα σεισμόμετρο λειτουργεί ως ένας αρμονικός ταλαντωτής με απόσβεση.
- Από τα κατασκευαστικά στοιχεία του σεισμομέτρου εξαρτάται το εύρος συχνοτήτων στις οποίες το όργανο συμπεριφέρεται γραμμικά (σταθερή μεγέθυνση, χωρίς παραμορφώσεις) και τα όρια συχνοτήτων πέρα από τα οποία το όργανο αδυνατεί να παρακολουθήσει την εδαφική κίνηση.

Havskov & Alguacil (2015)





Φάσμα απόκρισης σεισμομέτρου με φυσική συχνότητα 1 Hz για διάφορες τιμές παράγοντα απόσβεσης h.

G: Συναρτήσεις Green

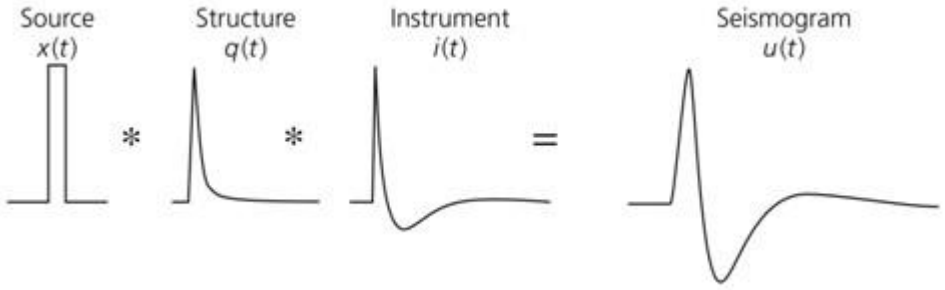
$$u_n(\vec{x},t) = s(t) * i(t) * \sum_{j=1}^{5} \left(m_j \cdot G_{jn}(\vec{x},t) \right)$$

Σεισμική αναγραφή Πηγή Όργανο Ακτινοβολία και διαδρομή

- Η μορφή που έχει μια σεισμική αναγραφή (**u**), ή κυματομορφή (waveform) ή σεισμόγραμμα (seismogram) εξαρτάται από ορισμένους παράγοντες:
  - Τη θέση του σταθμού ως προς το υπόκεντρο (**x**)
  - Τον χρόνο (t), μετρούμενο ως προς τον χρόνο γένεσης
  - Τη χρονική συνάρτηση της πηγής s(t)
  - Την απόκριση του οργάνου i(t)
  - Τον τανυστή σεισμικής ροπής (μηχανισμό γένεσης), με στοιχεία m_j
  - Την απόκριση του εδάφους κατά μήκος της διαδρομής των σεισμικών κυμάτων, που εκφράζονται από τις συναρτήσεις Green (Green's functions), G_{jn}

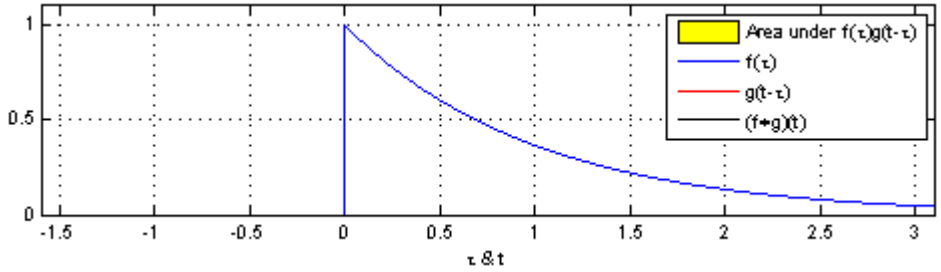
- Σημείωση: Στον παραπάνω τύπο, το σύμβολο * εκφράζει την πράξη της **συνέλιξης** (convolution).

Συνέλιξη:



Συνέλιξη μεταξύ χρονοσειρών, στο πεδίο του χρόνου:

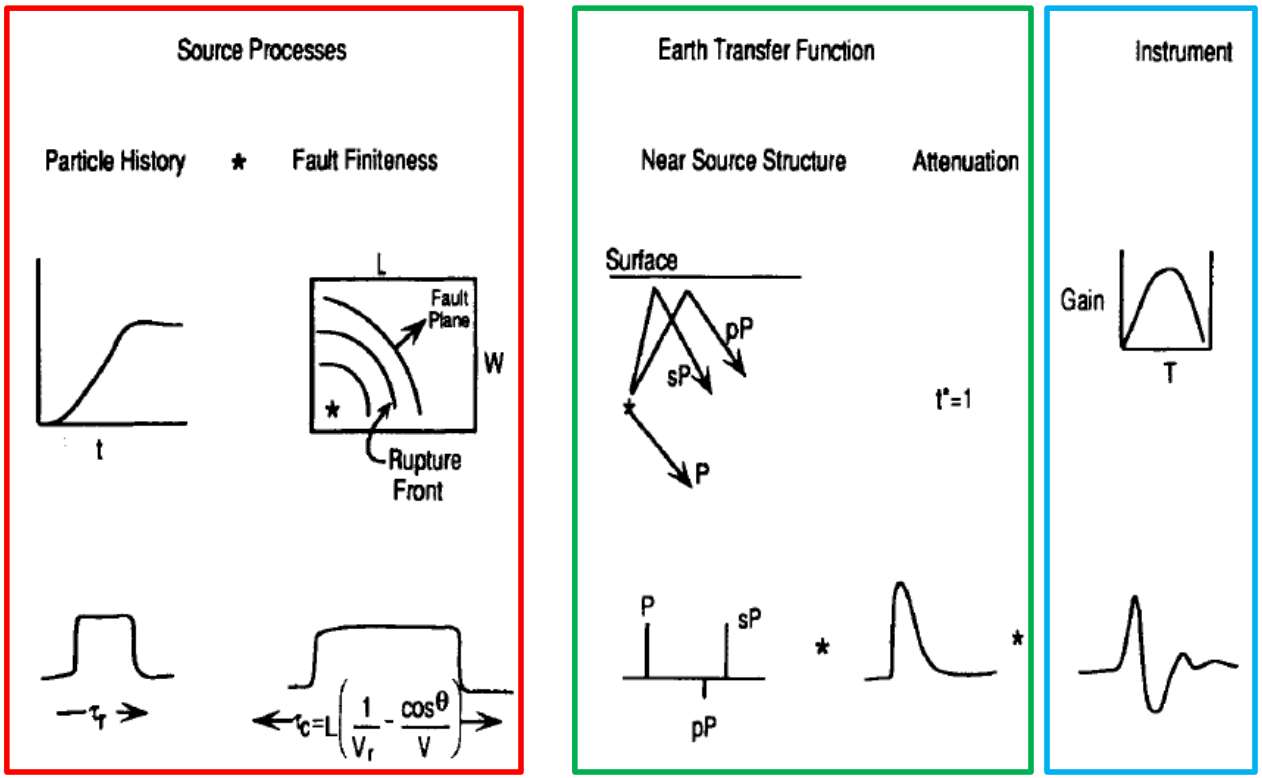
$$(f * g)(t) := \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau)\, d\tau$$



Η **συνέλιξη** ισοδυναμεί με **πολλαπλασιασμό στο πεδίο συχνοτήτων**.

$$\mathrm{u(t)} = \big(f * g\big)(t) \xrightarrow{FFT} \mathrm{U}\big(\omega\big) = F\big(\omega\big) \cdot G\big(\omega\big)$$

πηγή * διαδρομή * όργανο

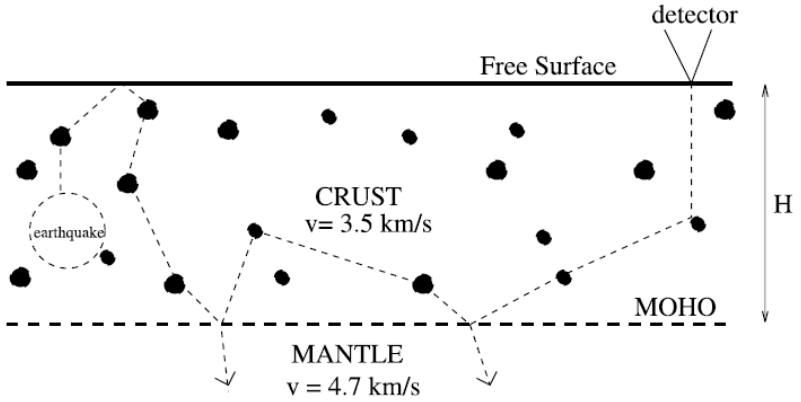


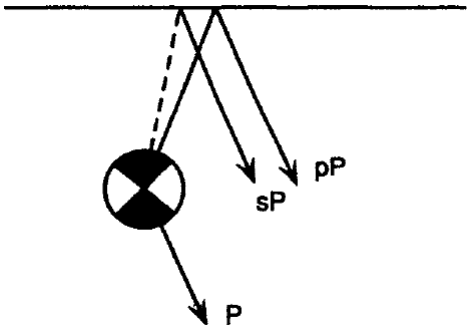
Τελική κυματομορφή:

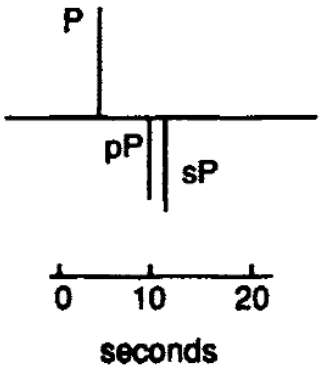


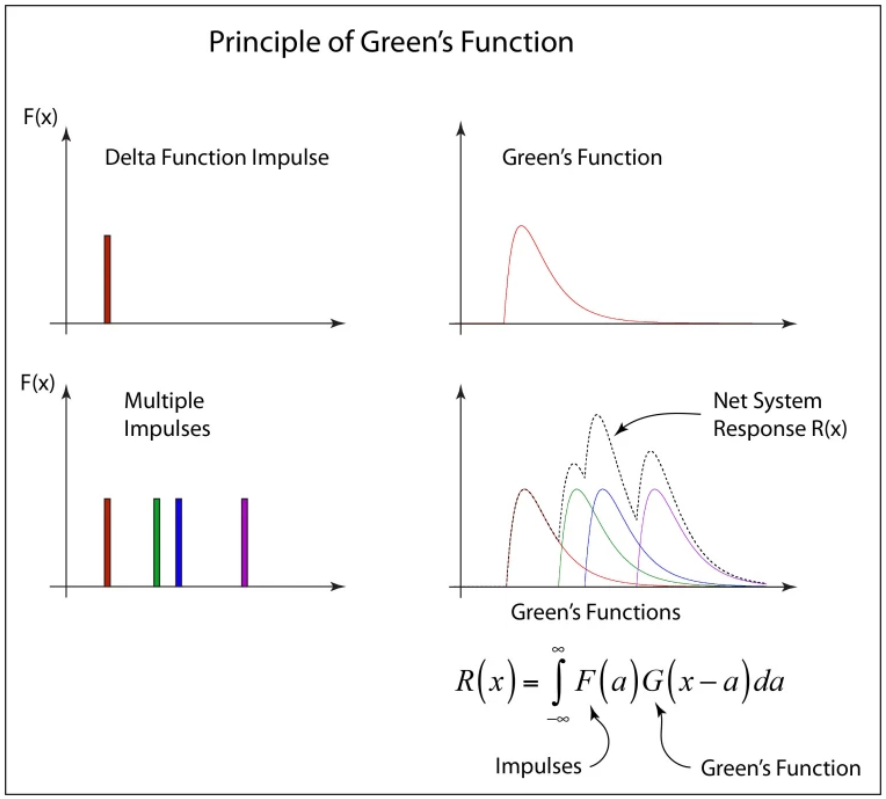
Απόκριση Γης (Green's functions)

διαδρομή σεισμικών ακτινών



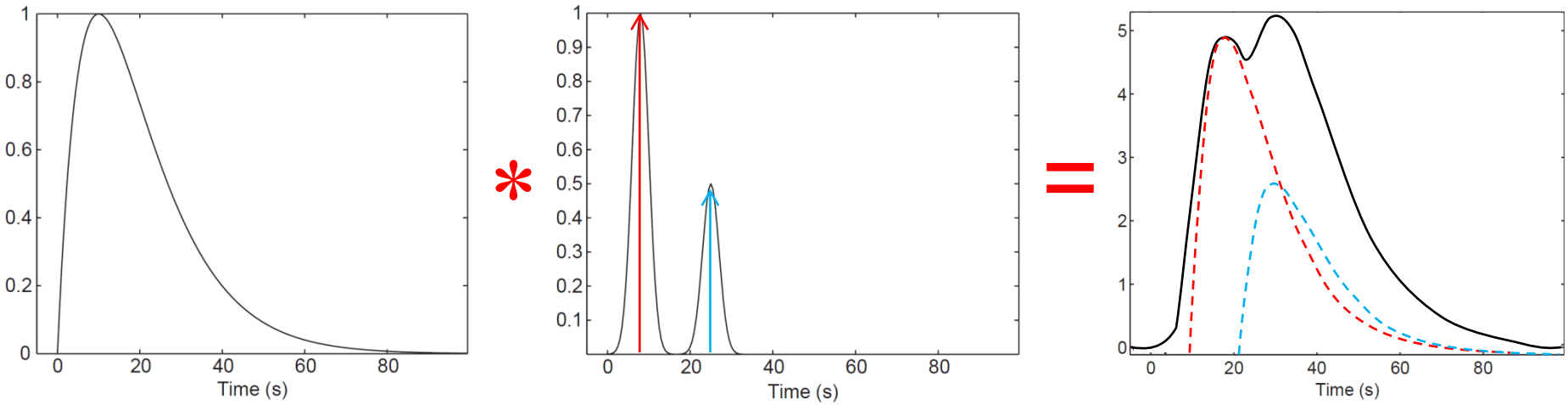






Συνέλιξη (Convolution)

f[n] g[n] u[n]



Πηγή * Απόκριση = Κυματομορφή

Συνέλιξη μεταξύ **διακριτών** χρονοσειρών, στο πεδίο του χρόνου:

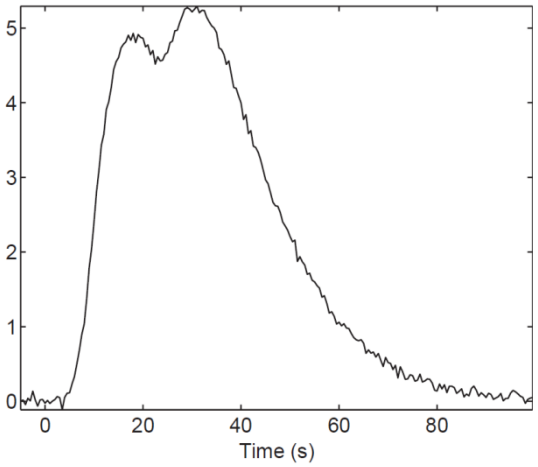
$$u[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} f[k]g[n-k]$$

Aster et al. (2018)

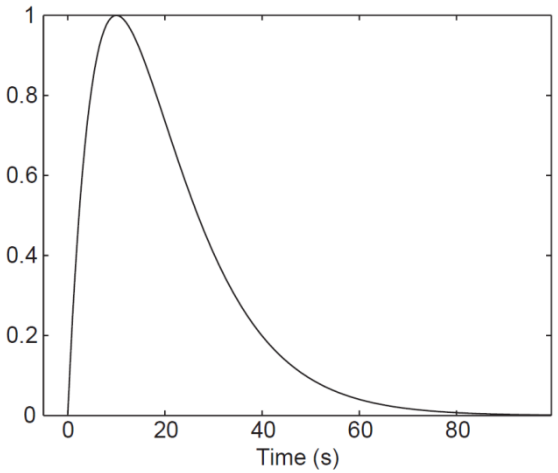
Αποσυνέλιξη (Deconvolution)

ή αντίστροφο φίλτρο

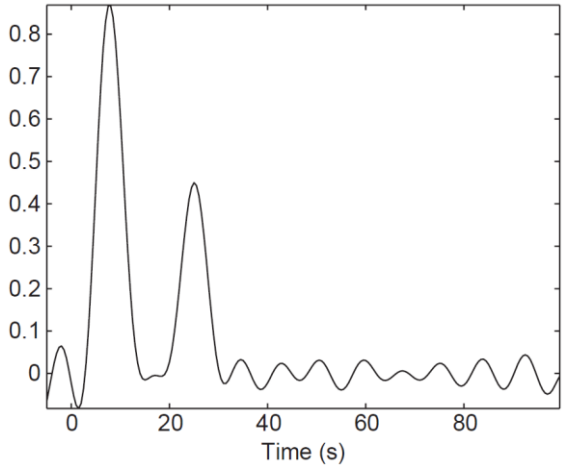
f[n] g[n] u[n]



$*^{-1}$



=



Κυματομορφή $*^{-1}$ Πηγή = Απόκριση

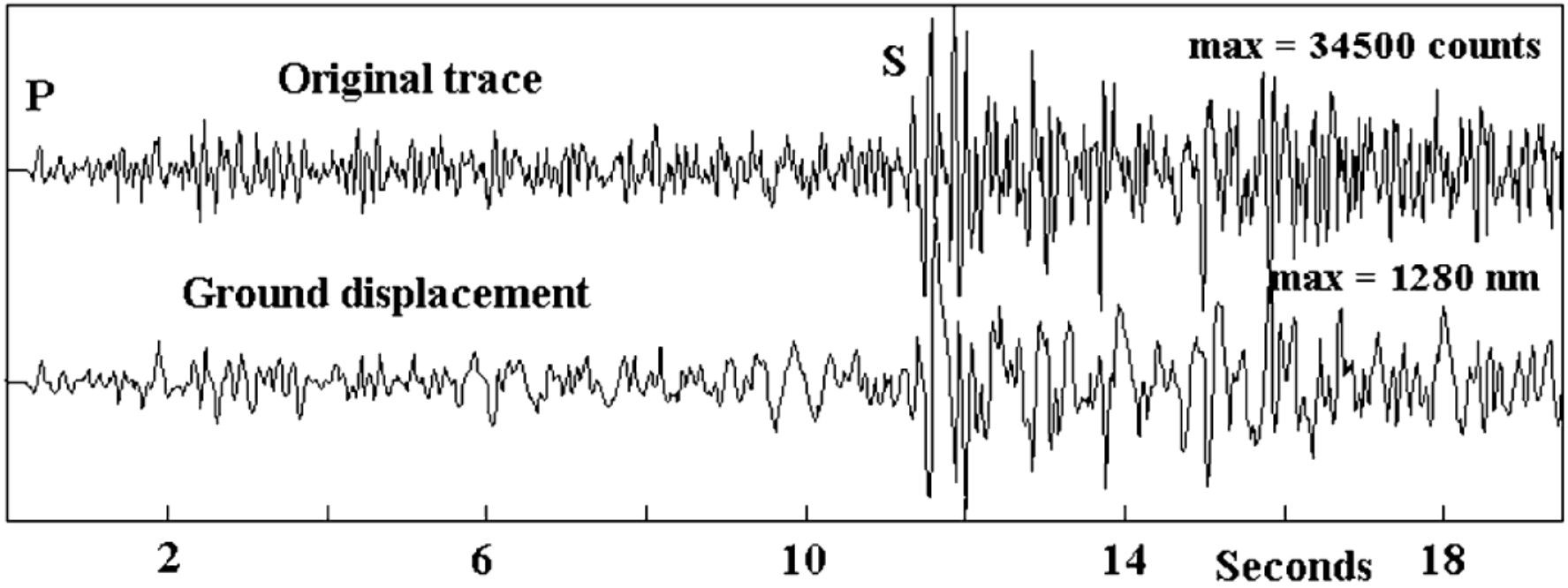
+θόρυβος (μητρική φάση) (+θόρυβος) (συνάρτηση δέκτη) (+θόρυβος)

$$G(\omega) \approx \frac{U(\omega)}{F(\omega)}$$

Η **αποσυνέλιξη** ισοδυναμεί με **διαίρεση στο πεδίο συχνοτήτων** (περίπου).

Aster et al. (2018)

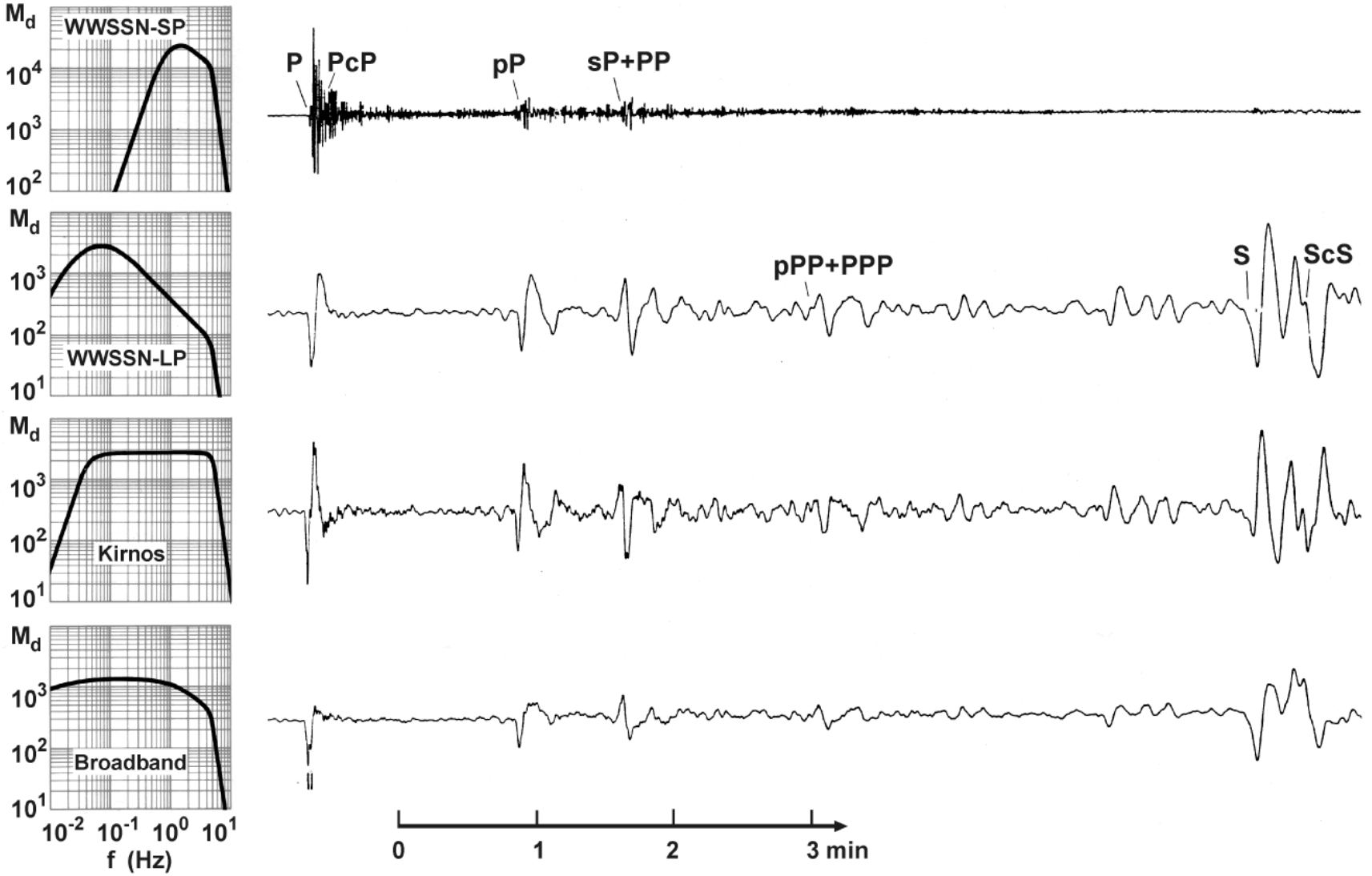
Αποσυνέλιξη, ή αντίστροφο φίλτρο



Αφαίρεση της απόκρισης του οργάνου για την ανακατασκευή της πραγματικής εδαφικής κίνησης.

Havskov & Alguacil (2015)

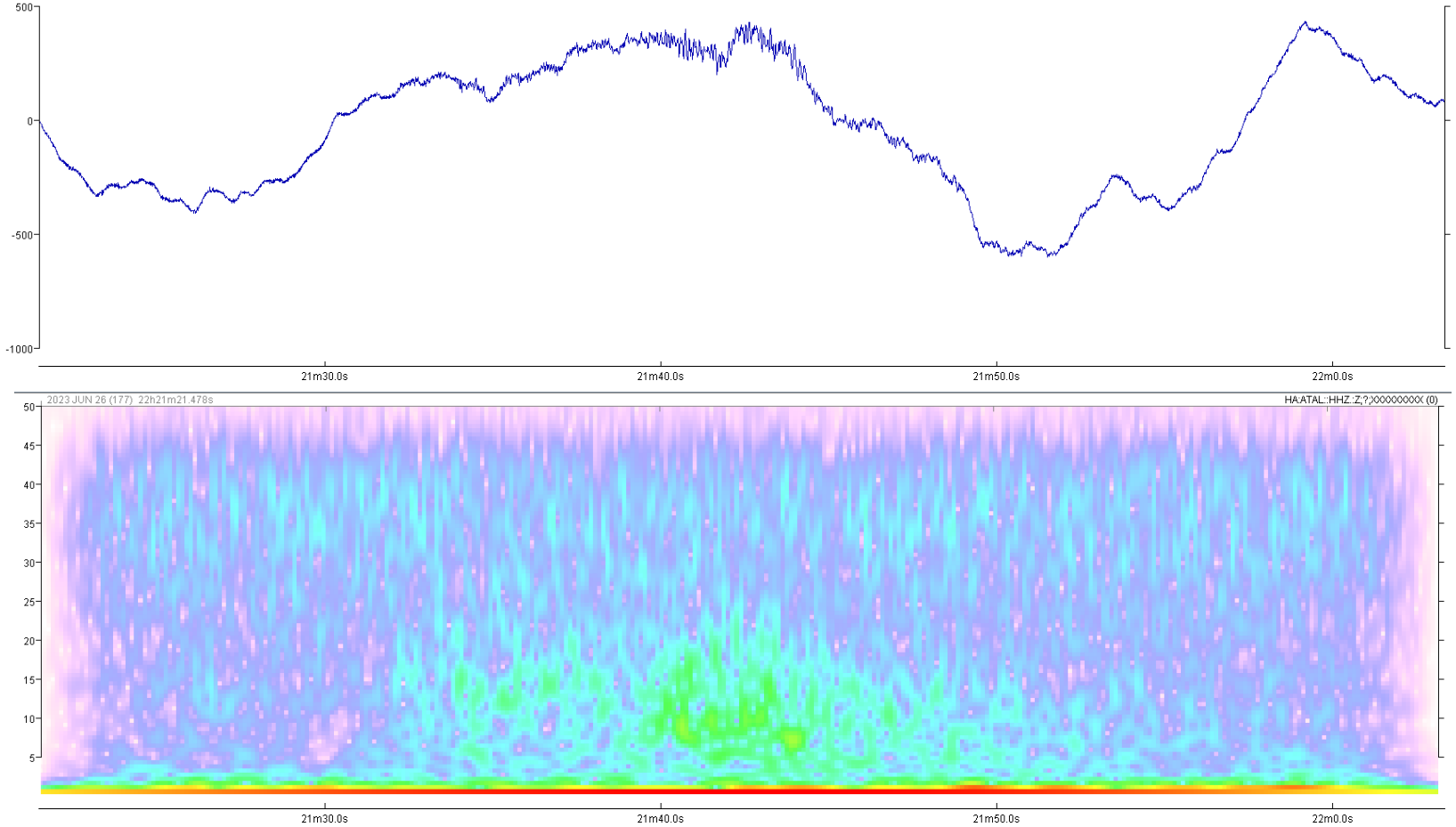
Τηλεσεισμικές καταγραφές από διαφορετικά «σεισμόμετρα» (με προσομοίωση)



h = 570 km, D = 75° (0.05 Hz – 5 Hz)

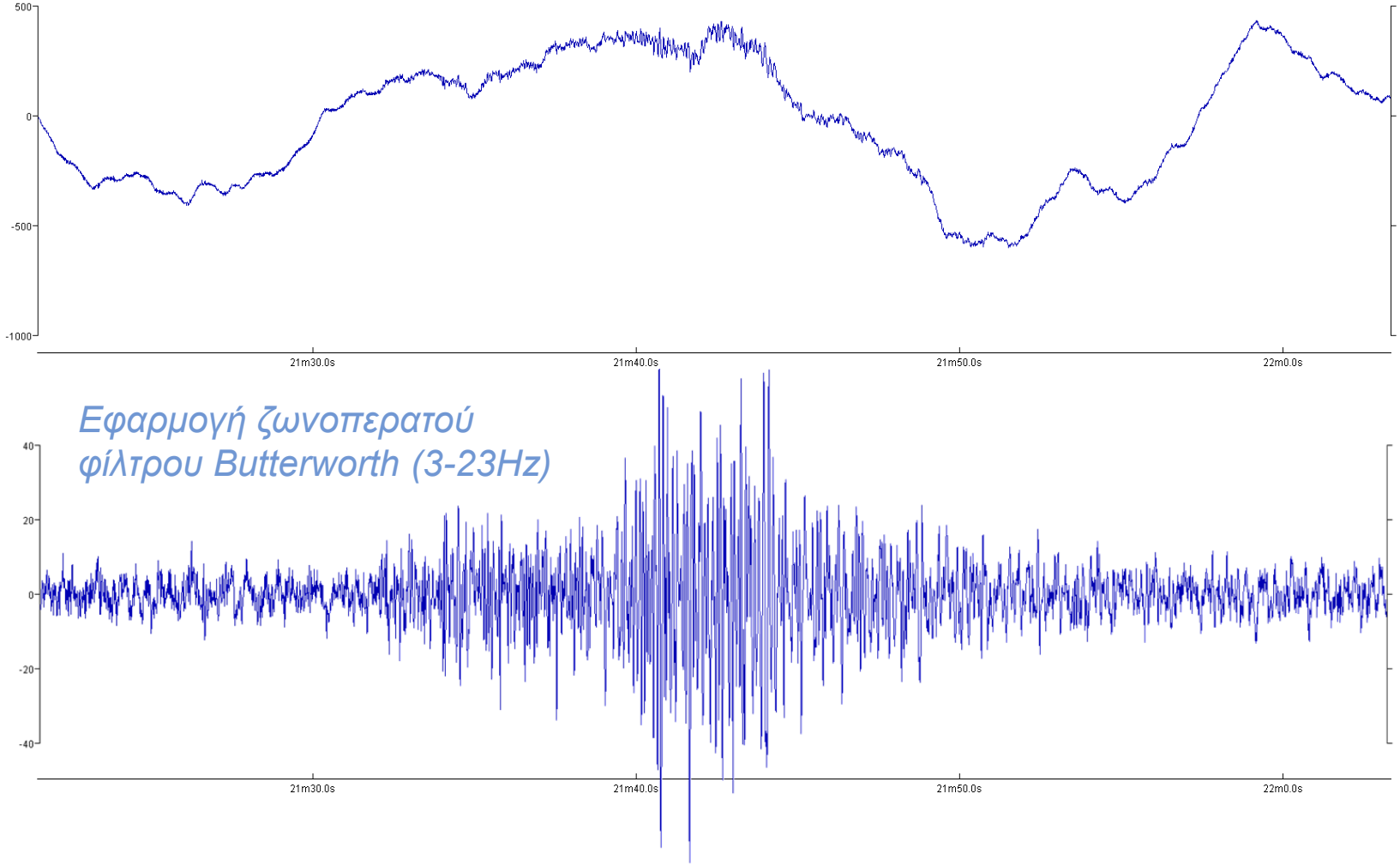
Bormann, 2012 (NMSOP-2)

Φίλτρα Butterworth



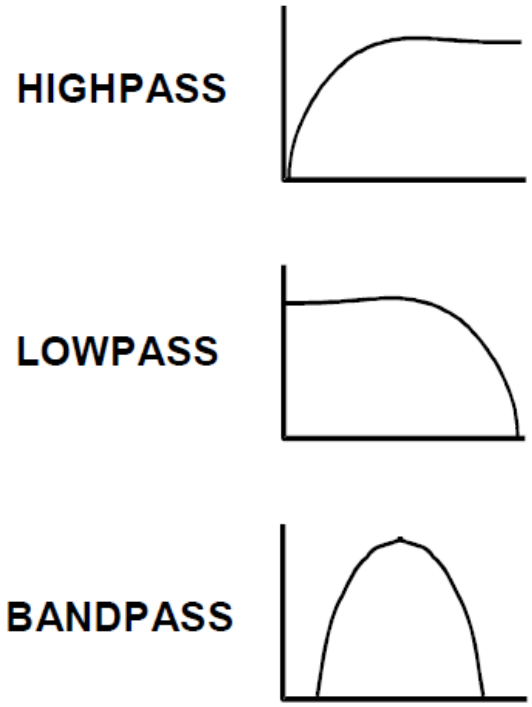
- Κατά την επεξεργασία και ανάλυση σεισμικών σημάτων, πολύ συχνά είναι απαραίτητο να «καθαρίσουμε» το σήμα, αποκόβοντας το πλάτος του θορύβου και ενισχύοντας το πλάτος του σήματος.
- Αν ο θόρυβος που θέλουμε να αφαιρέσουμε βρίσκεται κυρίως σε ένα ορισμένο εύρος συχνοτήτων, που είναι αρκετά διακριτό από το εύρος συχνοτήτων του σήματος, μια συνήθης πρακτική είναι η εφαρμογή ενός φίλτρου **Butterworth**.

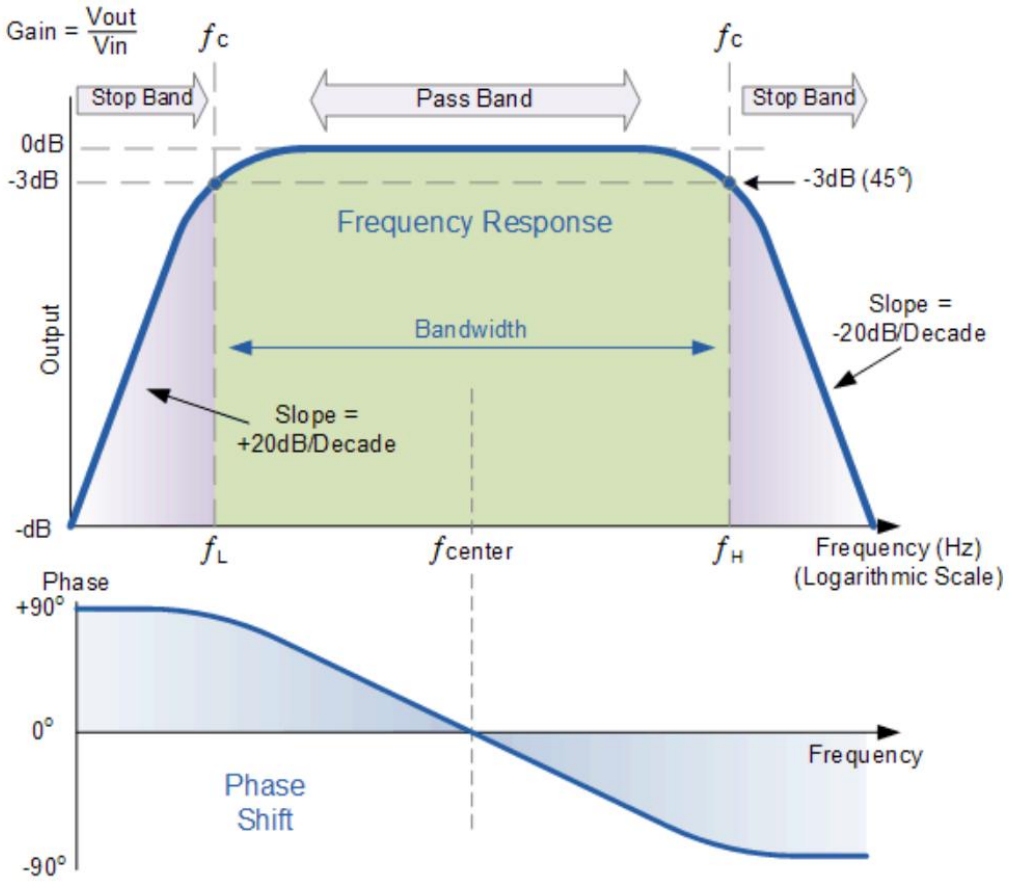
Φίλτρα Butterworth



- Τα φίλτρα Butterworth σχεδιάζονται με τρόπο τέτοιο ώστε να διατηρούν τα πλάτη σταθερά σε ένα εύρος συχνοτήτων και να μειώνουν τα πλάτη σε συχνότητες μεγαλύτερες ή μικρότερες από ορισμένες συχνότητες αποκοπής (cut-off frequency, f_c).

Φίλτρα Butterworth





- Τα φίλτρα Butterworth διακρίνονται, κυρίως, σε:

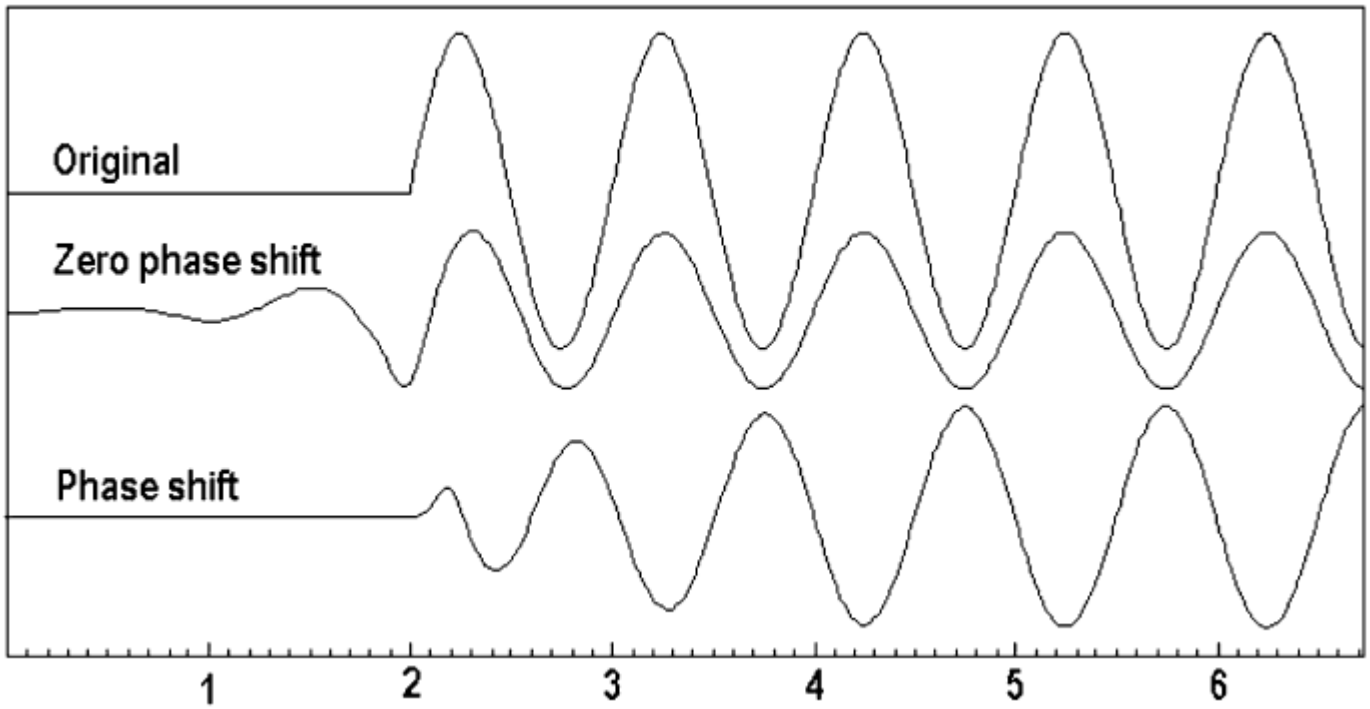
➢ Υψιπερατά (High-Pass, ή HP): Μειώνουν τα πλάτη σε συχνότητες κάτω από f_c.

➢ Χαμηλοπερατά (Low-Pass, ή LP): Μειώνουν τα πλάτη σε συχνότητες πάνω από f_c.

➢ Ζωνοπερατά (Band-Pass, ή BP): Μειώνουν τα πλάτη σε συχνότητες κάτω από f_L ή πάνω από f_H.

Φίλτρα Butterworth

Havskov & Alguacil (2015)



- Η εφαρμογή ενός φίλτρου Butterworth γίνεται με συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου ή με απλό πολλαπλασιασμό στο πεδίο συχνοτήτων (ακολουθούμενο από iFFT για επαναφορά στο πεδίο του χρόνου).
- Κατά την εφαρμογή, εισάγεται μια διαφορά φάσης, η οποία προκαλεί χρονική μετατόπιση του σήματος (γενικά ανεπιθύμητη).
- Προς αποφυγή της χρονικής μετατόπισης, το φίλτρο Butterworth εφαρμόζεται μια φορά «προς τα εμπρός» (κανονικά), και μια δεύτερη φορά «προς τα πίσω» (ύστερα από αναστροφή της χρονικής κλίμακας), ώστε η δεύτερη χρονική μετατόπιση να αναιρέσει την πρώτη (*zero-phase filtering*).

Aster, R.C., Borchers, B., Thurber, C.H., 2018. Parameter estimation and inverse problems, Parameter Estimation and Inverse Problems. Elsevier. https://doi.org/10.1016/C2015-0-02458-3

Bormann, P. (Ed.), 2012. New Manual of Seismological Observatory Practice (NMSOP-2), Potsdam : Deutsches GeoForschungszentrum GFZ; IASPEI. https://doi.org/10.2312/GFZ.NMSOP-2

Dziewonski, A.M., Anderson, D.L., 1981. Preliminary reference Earth model. Phys. Earth Planet. Inter. 25, 297–356. https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7

Havskov, J., Alguacil, G., 2015. Instrumentation in earthquake seismology, Instrumentation in Earthquake Seismology. Springer International Publishing, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-21314-9

Lay, T. and Wallace, T. , 1995. Modern Global Seismology. Academic Press, Inc., Cambridge, MA, 521 p.

Rigo, A., Lyon-Caen, H., Armijo, R., Deschamps, A., Hatzfeld, D., Makropoulos, K., Papadimitriou, P., Kassaras, I., 1996. A microseismic study in the western part of the Gulf of Corinth (Greece): Implications for large-scale normal faulting mechanisms. Geophys. J. Int. 126, 663–688. https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1996.tb04697.x