Έλεγχοι Υποθέσεων

Καθηγητής Χρήστος Γ. Μασούρος

Έλεγχος της υπόθεσης ότι

η *άγνωστη μέση τιμή* $\boldsymbol{\mu}$ ενός πληθυσμού ισούται με $\boldsymbol{\mu_0}$

όταν είναι *γνωστή η διακύμανση* $\boldsymbol{\sigma^2}$ και

- ο πληθυσμός είναι κανονικός

ή

- το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο και ο πληθυσμός όχι κατ’ ανάγκη κανονικός

Παρατήρηση

Όταν η κατανομή του πληθυσμού δεν είναι κανονική και έχουμε μέγεθος δείγματος n≥30 σύμφωνα με το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής $\bar{X}$ προσεγγίζεται από την κανονική

$$\bar{X} \sim \mathrm{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

και επομένως μπορούμε να προσεγγίσουμε την κατανομή της τυχαίας μεταβλητής

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

με την N(0,1) και συνεπώς να κάνουμε έλεγχο των υποθέσεων για την μέση τιμή του πληθυσμού όπως στην περίπτωση κανονικού πληθυσμού.

Δίνεται η τιμή μ_0 του μέσου αριθμητικού ενός πληθυσμού με τυπική απόκλιση σ.

α. Δίπλευρος Έλεγχος

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

β. Μονόπλευρος Έλεγχος

β_1. $H_0 : \mu = \mu_0$ ή $\mu \geq \mu_0$

$H_1 : \mu < \mu_0$

β_2. $H_0 : \mu = \mu_0$ ή $\mu \leq \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$

Το κριτήριο της απόφασης

Η τυχαία μεταβλητή

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

ακολουθεί την N(0,1). Αν α είναι το επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου, συμβολίζουμε με $z_{1-\alpha}$ και $z_{1-\alpha/2}$ τις τιμές της Z για τις οποίες ισχύει:

$P(Z>z_{1-\alpha}) = P(Z<-z_{1-\alpha}) = \alpha$ και

$P(Z>z_{1-\alpha/2}) + P(Z<-z_{1-\alpha/2}) = \alpha/2 + \alpha/2 = \alpha$

Αν $\bar{x}$ η τιμή του δειγματικού μέσου υπολογίζουμε το

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Η απόφαση

Σε *επίπεδο σημαντικότητας* ***α*** η μηδενική υπόθεση H_0: $\mu=\mu_0$ απορρίπτεται

- έναντι της H_1: $\mu>\mu_0$ αν: $z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$

- έναντι της H_1: $\mu<\mu_0$ αν: $z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$

- έναντι της H_1: $\mu\neq\mu_0$ αν: $z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2}$ ή $z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_{\alpha/2}$

Παράδειγμα 2

Ένα εργοστάσιο παραγωγής σιδερένιων σωλήνων παράγει σωλήνες με διάμετρο 3 ίντσες και τυπική απόκλιση 0,025 ίντσες. Για να ελεγχθεί η παραγωγή παίρνουμε ένα δείγμα 36 σωλήνων, το οποίο δίνει μέση τιμή 3,005 ίντσες. Μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα, σε επίπεδο σημαντικότητας α=5%, ότι η παραγωγή του εργοστασίου προχωρεί κανονικά;

Παράδειγμα 2

Δίπλευρος Έλεγχος

$H_0 : \mu = \mu_{0,}$ όπου $\mu_0 = 3$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

Το κριτήριο της απόφασης

Από τους πίνακες βρίσκουμε για α=5% ότι

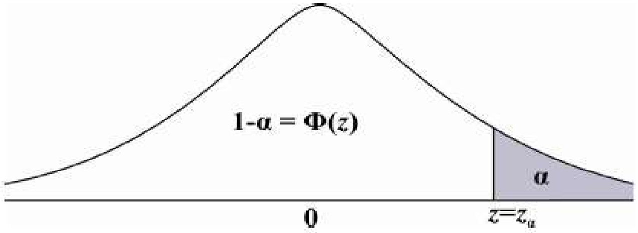
$$z_{1-\alpha/2} = z_{1-0,025} = z_{0,975} = 1,96$$

και

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{3,005 - 3}{\frac{0,025}{\sqrt{36}}} = 1,2$$

Η απόφαση

Αφού 1,2 < 1,96 ισχύει η H_0 και επομένως η παραγωγή του εργοστασίου προχωρεί κανονικά.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	**0.54776**	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92786	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574

Έλεγχος της υπόθεσης ότι

η *άγνωστη μέση τιμή* **μ** ενός πληθυσμού ισούται με $\boldsymbol{\mu_0}$

όταν είναι *άγνωστη η διακύμανση* $\boldsymbol{\sigma^2}$ και

- ο πληθυσμός είναι κανονικός

Επειδή η διακύμανση του πληθυσμού είναι άγνωστη δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ως στατιστική συνάρτηση ελέγχου την

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

γιατί δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της.

Γιαυτό εκτιμάμε την άγνωστη διακύμανση σ^2 από την αμερόληπτη δειγματική διακύμανση

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$$

και ως στατιστική συνάρτηση ελέγχου χρησιμοποιούμε την

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

η οποία, όταν οι X_i ακολουθούν την κανονική κατανομή $N(\mu_0,\sigma^2)$, $i=1,\ldots,n$ και ανεξαρτήτως μεγέθους του δείγματος, αυτή ακολουθεί την t-κατανομή με n-1 βαθμούς ελευθερίας.

Η απόφαση

Σε *επίπεδο σημαντικότητας* ***α*** η μηδενική υπόθεση H_0: $\mu=\mu_0$ απορρίπτεται

- έναντι της H_1: $\mu>\mu_0$ αν: $t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\geq t_{n-1,\alpha}$
- έναντι της H_1: $\mu<\mu_0$ αν: $t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\leq -t_{n-1,\alpha}$
- έναντι της H_1: $\mu\neq\mu_0$ αν: $t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\geq t_{n-1,\alpha/2}$ ή $t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\leq -t_{n-1,\alpha/2}$

Παράδειγμα 3-Α

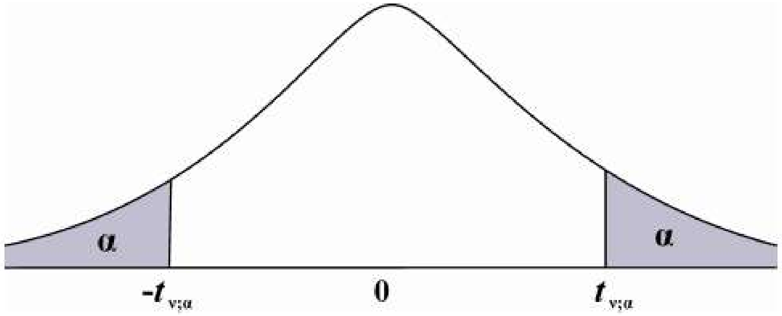
Από έναν κανονικό πληθυσμό πήραμε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n=9 με $\bar{x} = 60$ και s=12. Ας κάνουμε σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης H_0:μ=65 έναντι της εναλλακτικής H_0:μ≠65

Ο έλεγχος είναι αμφίπλευρος και επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05, η περιοχή απόρριψης είναι

$$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq t_{9-1;0,05/2} \quad \text{ή} \quad t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \leq -t_{9-1;0,05/2}$$

$$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq t_{8;0,025} \quad \text{ή} \quad t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \leq -t_{8;0,025}$$

Τιμών $t_{\nu\,;\,a}$ **της** $\boldsymbol{t_\nu}$ **-κατανομής ώστε** $P(T_\nu > t_{\nu\,;\,a}) = P(T_\nu \geq t_{\nu\,;\,a}) = a$.



ν	α = 0.10	α = 0.05	α = 0.025	α = 0.01	α = 0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106

Παράδειγμα 3-Α

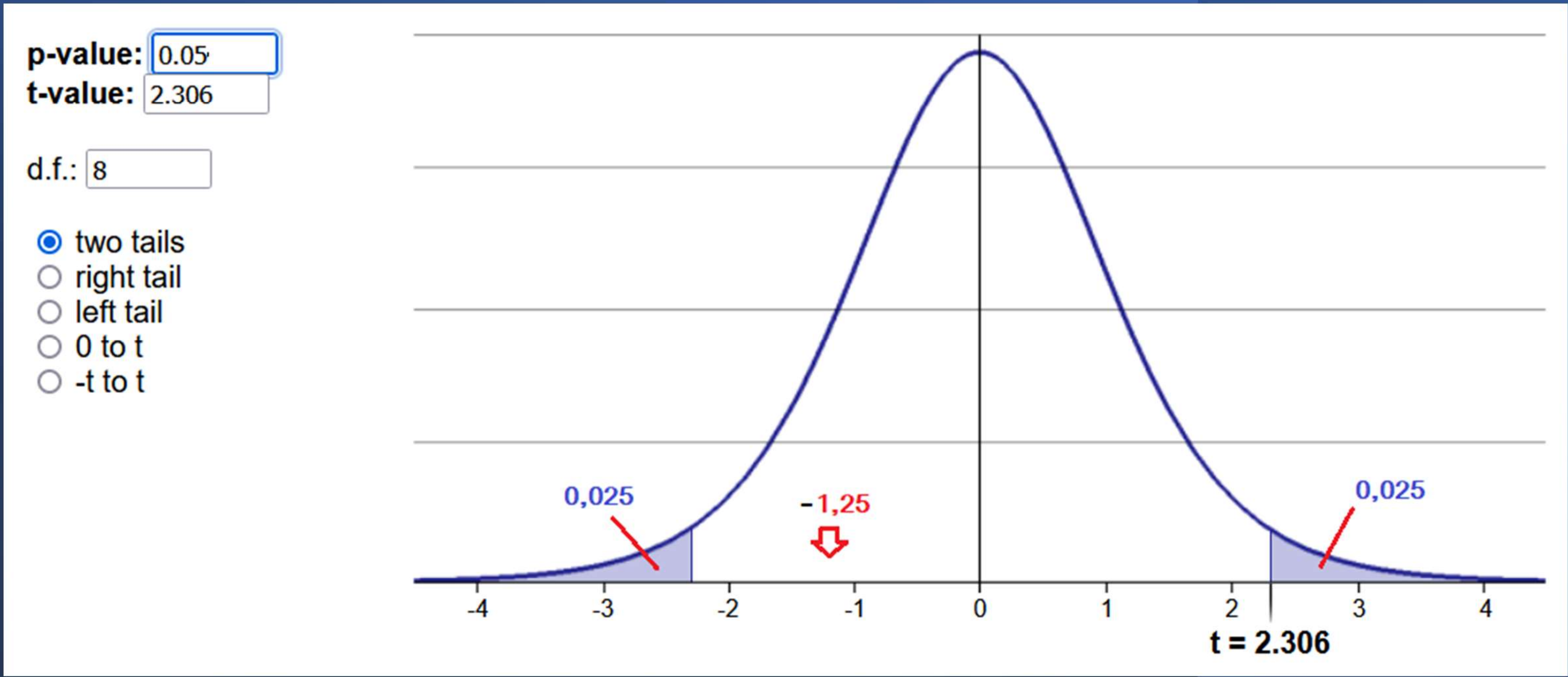
Επομένως

$$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq 2{,}306 \quad \text{ή} \quad t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -2{,}306$$

Επειδή

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{60 - 65}{\frac{12}{\sqrt{9}}} = -1{,}25$$

Συνεπώς σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 δεν απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση διότι η τιμή της στατιστικής συνάρτησης ελέγχου δεν βρίσκεται στην περιοχή απόρριψης:


p-value: 0.05
t-value: 2.306
d.f.: 8
two tails
right tail
left tail
0 to t
-t to t
0,025
-1,25
0,025
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
t = 2.306

Παράδειγμα 3-Β

Από έναν κανονικό πληθυσμό πήραμε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n=9 με $\bar{\mathrm{x}} = 60$ και s=12. Ας κάνουμε σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης H_0:μ=55 έναντι της εναλλακτικής H_0:μ≠55

Ο έλεγχος είναι αμφίπλευρος και επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05, η περιοχή απόρριψης είναι ίδια με του Παραδείγματος 3-Β, δηλαδή

$$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq t_{9-1;0,05/2} \quad \text{ή} \quad t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \leq -t_{9-1;0,05/2}$$

Παράδειγμα 3-Β

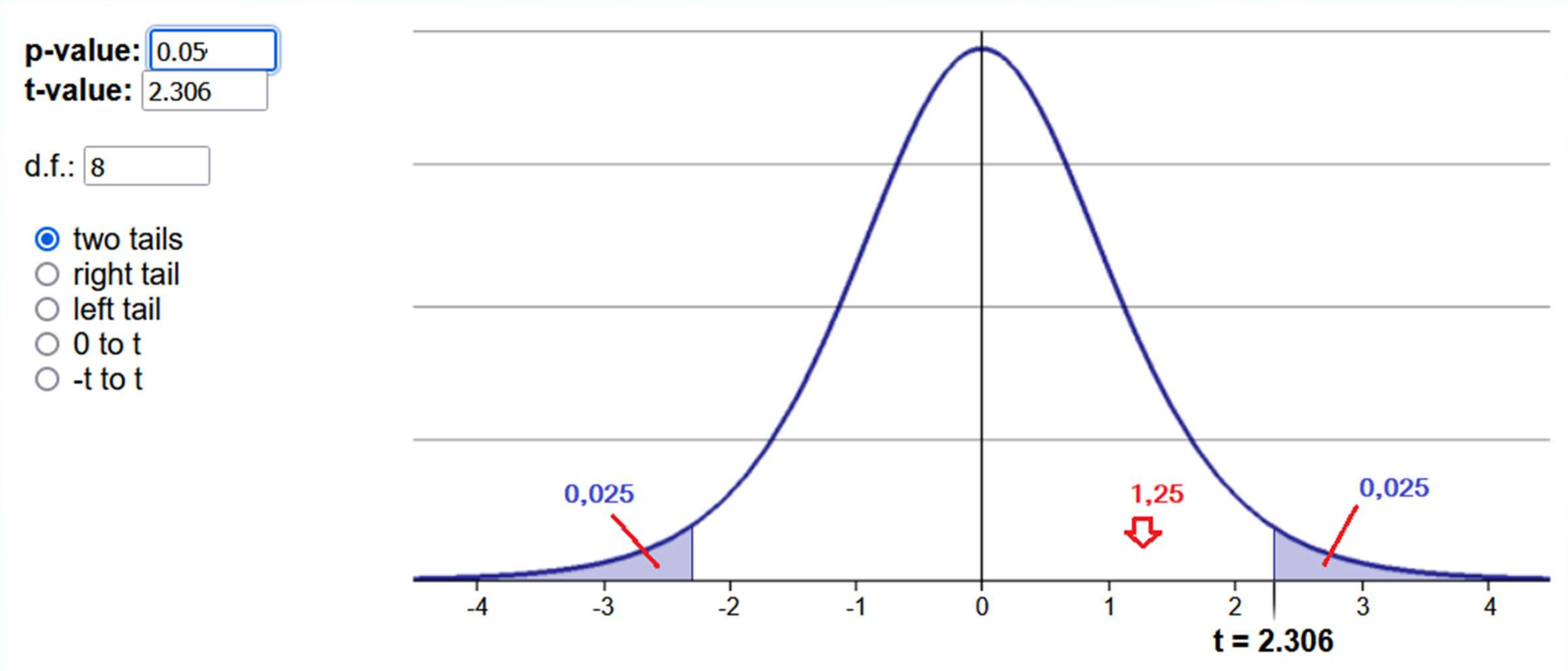
ή

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq 2{,}306 \quad \text{ή} \quad t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -2{,}306$$

Επειδή

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{60 - 55}{\frac{12}{\sqrt{9}}} = 1{,}25$$

Συνεπώς σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 δεν απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση διότι η τιμή της στατιστικής συνάρτησης ελέγχου δεν βρίσκεται στην περιοχή απόρριψης:


p-value: 0.05
t-value: 2.306
d.f.: 8
two tails
right tail
left tail
0 to t
-t to t
0,025
1,25
0,025
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
t = 2.306

Παρατήρηση

Από τα Παραδείγματα 3-Α και 3-Β προκύπτει ότι τόσο η H_0:μ=65 όσο και η H_0:μ=55 δεν απορρίπτονται. Επομένως αν γράψουμε ότι κάνουμε δεκτή την μηδενική υπόθεση τι αποδεχόμαστε; Ότι η μέση τιμή είναι 65 ή ότι είναι 55;

Η Απάντηση είναι ότι την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 ***δεν μπορούμε να την απορρίψουμε.***

Όταν δεν απορρίπτουμε την μηδενική δεν έπεται ότι την αποδεχόμαστε. Όταν σε έναν στατιστικό έλεγχο απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση όπως και όταν δεν την απορρίπτουμε δεν είμαστε βέβαιοι για το συμπέρασμά μας. Είναι δυνατόν να έχουμε κάνει σφάλμα τύπου Ι ή τύπου ΙΙ αντίστοιχα.

Παράδειγμα 4

Εταιρεία εκμετάλλευσης Σχολικών κυλικείων επιθυμεί να γνωρίζει αν οι μέσες εβδομαδιαίες αγορές των μαθητών ενός Δημοτικού Σχολείου, οι οποίες ακολουθούν κανονική κατανομή, έχουν μειωθεί λόγω της παρουσίας μιας οικονομικής κρίσης. Η μέση εβδομαδιαία κατανάλωση των μαθητών το προηγούμενο σχολικό έτος ήταν 8€. Φέτος, προκειμένου να κάνει τον σχετικό έλεγχο, λαμβάνει ένα τυχαίο δείγμα 20 μαθητών, από το οποίο διαπιστώνει ότι ο μέσος όρος είναι 7,5€ με τυπική απόκλιση 3€. Αν το επίπεδο σημαντικότητας που επιλέγει είναι α=0,02 σε τι συμπέρασμα καταλήγει;

Παράδειγμα 4

Για να ελεγχθεί ο ισχυρισμός της εταιρείας, **ως μηδενική υπόθεση θέτουμε την H_0: $\mu = 8$€**, δηλαδή, αυτή η οποία αμφισβητείται με τον έλεγχο.

Ως εναλλακτική υπόθεση θέτουμε την H_1: $\mu < 8$€, δηλαδή, η H_1 δηλώνει ότι οι εβδομαδιαίες αγορές των μαθητών έχουν μειωθεί λόγω της οικονομικής κρίσης.

Παράδειγμα 4

Επειδή το μέγεθος του δείγματος που πήραμε είναι μικρό ($n<30$) αντιμετωπίζουμε το ερώτημα με την κατανομή Student:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{7{,}5 - 8}{\frac{3}{\sqrt{20}}} = -0{,}03727$$

Επειδή α=0,02 απορρίπτουμε την H_0 αν $t<-t_{n-1;\alpha}$.

Έχουμε: $t_{n-1;\alpha} = t_{20-1;\,0{,}02} = t_{19;\,0{,}02} = 2{,}205$

Και επειδή το $t = -0{,}03727$ δεν είναι μικρότερο από το

$$-t_{n-1;\alpha} = -t_{19;\,0{,}02} = -2{,}205$$

Δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση, δηλαδή δεν μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι εβδομαδιαίες αγορές των μαθητών έχουν μειωθεί λόγω της οικονομικής κρίσης.

Έλεγχος της υπόθεσης ότι

η *άγνωστη μέση τιμή* $\boldsymbol{\mu}$ ενός πληθυσμού ισούται με $\boldsymbol{\mu_0}$

όταν είναι *άγνωστη η διακύμανση* $\boldsymbol{\sigma^2}$ και

- το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο

Έλεγχος το μέσου μ ενός τυχόντος πληθυσμού για μεγάλα δείγματα

Δίνεται η τιμή μ_0 του μέσου αριθμητικού ενός πληθυσμού με άγνωστη τυπική απόκλιση.

α. Δίπλευρος Έλεγχος

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

β. Μονόπλευρος Έλεγχος

β_1. $H_0 : \mu = \mu_0$ ή $\mu \geq \mu_0$

$H_1 : \mu < \mu_0$

β_2. $H_0 : \mu = \mu_0$ ή $\mu \leq \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$

Το κριτήριο της απόφασης – Η απόφαση

το

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται για τα τρία είδη ελέγχου αντίστοιχα αν:

α) $|z| \geq z_{\alpha/2}$

β$_1$) $z \leq -z_\alpha$

β$_2$) $z \geq z_\alpha$

Παρατήρηση

Αν ο πληθυσμός είναι κανονικός με άγνωστη διακύμανση και το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο, τότε δεν τίθεται δίλημμα επιλογής ελέγχου διότι για μεγάλα n ισχύει:

$$t_{n,\alpha} \cong z_{\alpha}$$

Παράδειγμα 5

Από έναν πληθυσμό με άγνωστη διακύμανση πήραμε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n=36. Από παλαιότερες έρευνες έχει προκύψει ότι η μέση τιμή του πληθυσμού είναι μ=83, όμως υπάρχουν υπόνοιες ότι έχει αλλάξει. Το δείγμα που πήραμε έδωσε $\bar{\mathrm{x}} = 86{,}2$ και $s = 10$. Να γίνει σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 κατάλληλος στατιστικός έλεγχος για τη μέση τιμή του πληθυσμού.

Παράδειγμα 5

Πρέπει να κάνουμε έλεγχο

της **$H_0 : \mu = 83$** έναντι της **$H_1 : \mu \neq 83$**

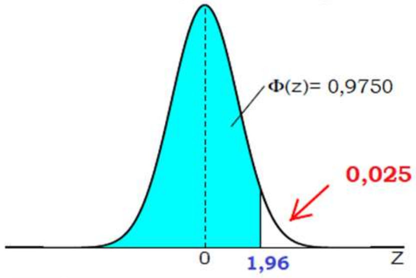
Επειδή το μέγεθος είναι μεγάλο έχουμε:

$$|z| = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2}$$

Αντικαθιστώντας έχουμε:

Παράδειγμα 4

Στατιστικός Πίνακας Τυπικής Κανονική Κατανομής



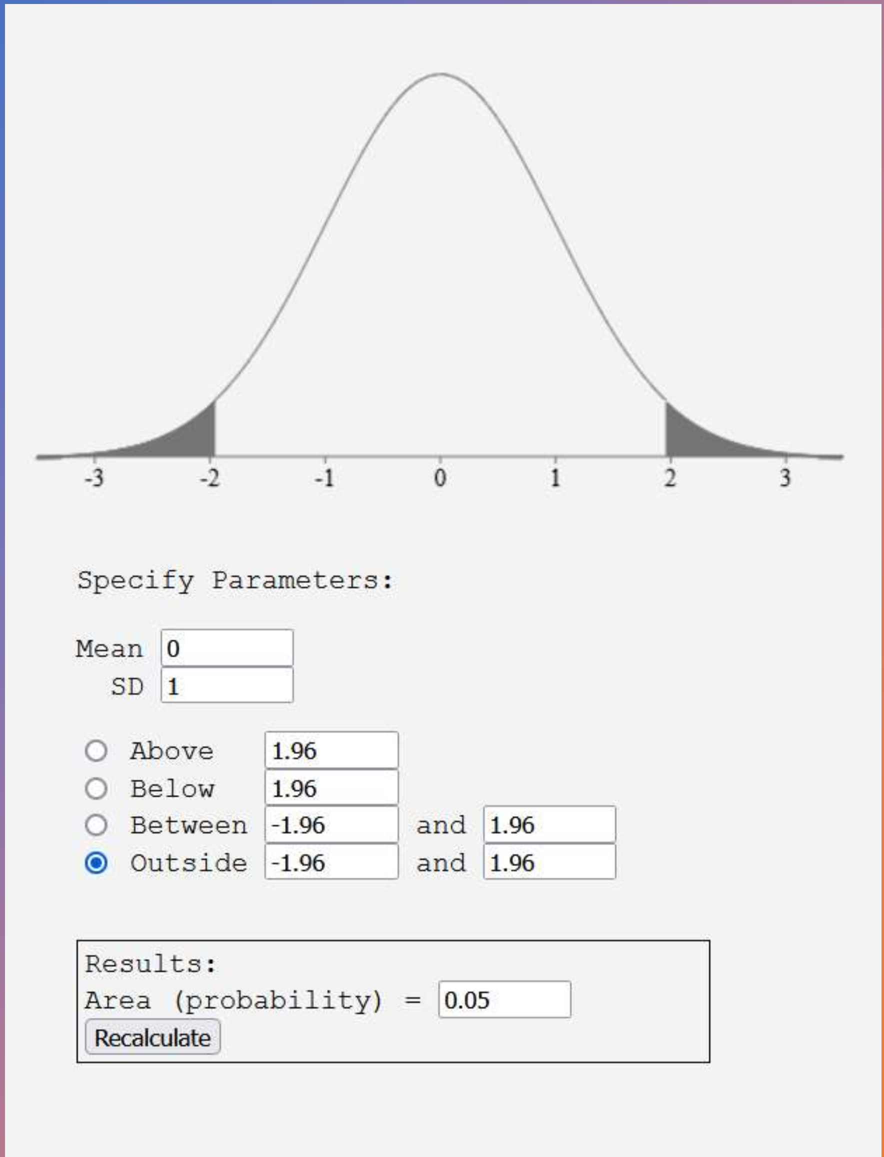
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

Όμως $z_{\alpha/2} = z_{0,5/2} = z_{0,025} = 1,96$.
Επομένως:

$$z \geq 1,96 \quad ή \quad z \leq -1,96$$

Η τιμή της στατιστικής συνάρτησης ελέγχου είναι:

$$z = \frac{86,2 - 83}{\frac{10}{\sqrt{36}}} = 1,92$$



Η τιμή

$$z = 1{,}92$$

δεν ανήκει στην περιοχή απόρριψης.

Άρα η μηδενική υπόθεση δεν

απορρίπτεται