



Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Τμήμα Γεωλογίας & Γεωπεριβάλλοντος
Τομέας Ορυκτολογίας και Πετρολογίας

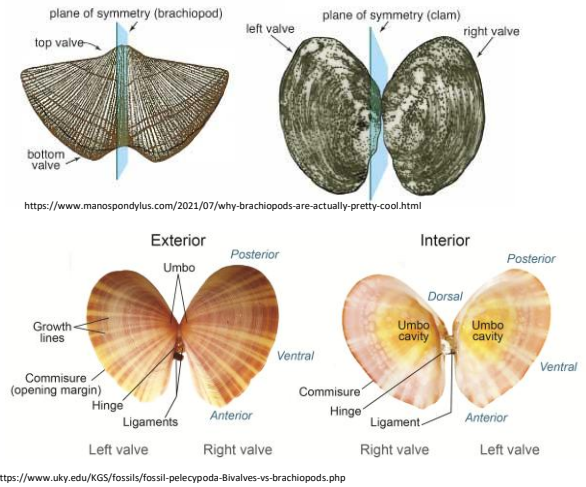
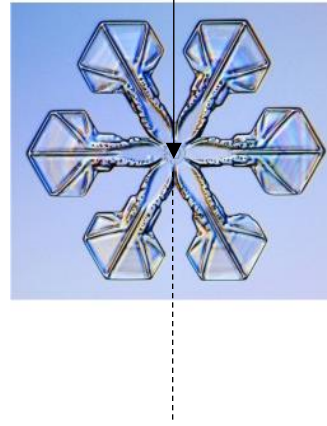
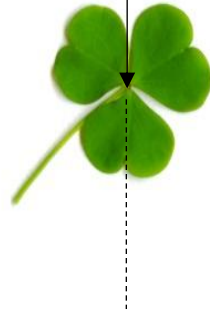
Στοιχεία Συμμετρίας Κρυσταλλικά Συστήματα



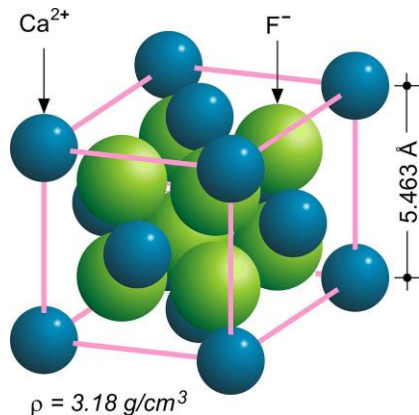
Δρ. Ιφιγένεια Μεγρέμη

Συμμετρία στη Φύση...

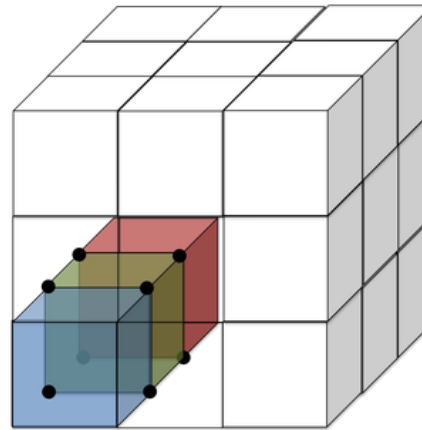
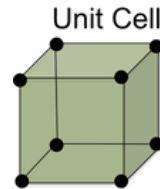
• Η **συμμετρία** υπάρχει παντού γύρω μας: σε λουλούδια, χιονονιφάδες, κοχύλια και στους κρυστάλλους.



• Στους **κρυστάλλους**, η συμμετρία αποτυπώνει την **εσωτερική δομή** των ατόμων στο χώρο.



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fluorite_Structure.jpg



<https://focalcrystal.com/gallery-1/galena-on-fluorite>

Η μελέτη της συμμετρίας βοηθά στην **ταξινόμηση** των ορυκτών και στην **κατανόηση των φυσικών τους ιδιοτήτων**.

Ορυκτά – φυσικά **στερεά κρυσταλλικά** συστατικά των πετρωμάτων

(ομογενή που σχηματίζονται με ανόργανες συνήθως διαδικασίες και έχουν χημική σύσταση η οποία είτε είναι σταθερή είτε κυμαίνεται σε ορισμένα όρια)

Η λέξη ορυκτό προέρχεται από το ρήμα “ορύσσω ή ορύπτω” που σημαίνει σκάβω, καθώς τα ορυκτά εξορύσσονται από τη γη





Κρύσταλλοι – η μορφή με την οποία εμφανίζονται τα ορυκτά στη φύση.

- Η λέξη «κρύσταλλος» προέρχεται από τις αρχαίες ελληνικές λέξεις «κρύος» και «στέλλεσθαι» (=στερεοποιούμαι). Επομένως, η λέξη κρύσταλλος έχει την έννοια της στερεοποίησης από το ψύχος.

Πετρώματα - Ορυκτά



Χαλαζίας



Ακουαμαρίνα



Μοσχοβίτης



Αν και έχει
επικρατήσει να μιλάμε
για κρυστάλλους
ορυκτών όταν αυτά
είναι αναπτυγμένα
εξωτερικά σε
γεωμετρικά
πολύεδρα....ωστόσο...



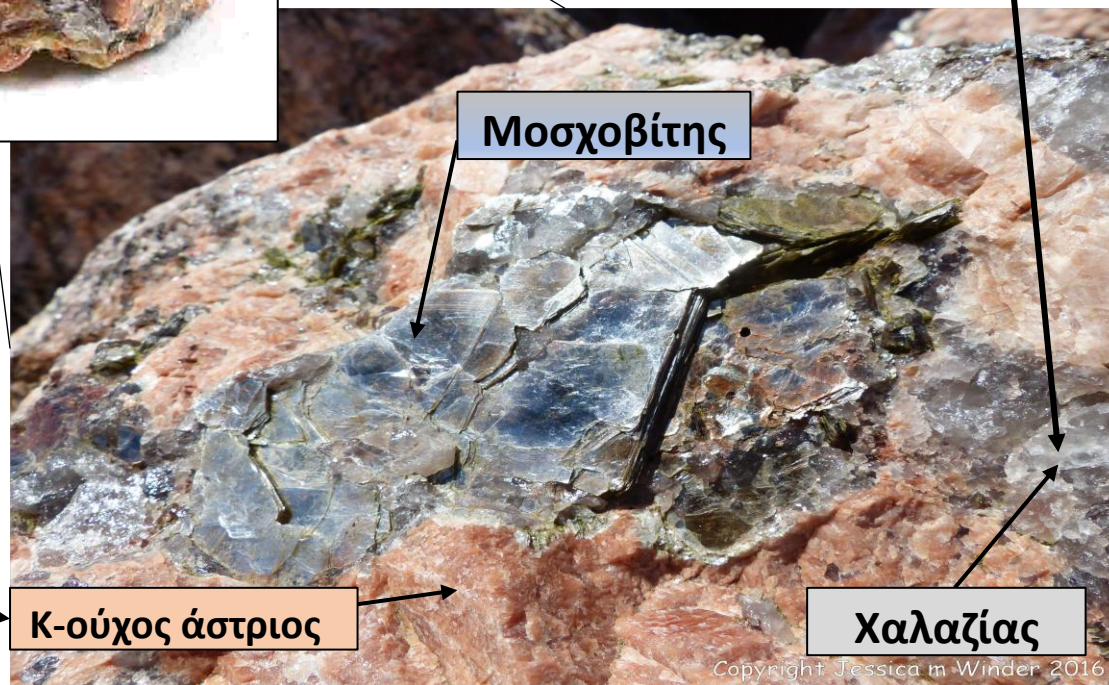
Πετρώματα - Ορυκτά



Χαλαζίας



Μοσχοβίτης



Κ-ούχος άστριος

Χαλαζίας

.....το ότι το πολυεδρικό σχήμα των κρυστάλλων μπορεί να μην παρατηρείται εξωτερικά, δε σημαίνει πως δεν έχουμε κρυστάλλους. Το εξωτερικό τους σχήμα αλλοιώθηκε ή δεν πρόλαβε να αναπτυχθεί σωστά, εξαιτίας εξωτερικών συνθηκών, όπως η πίεση, η θερμοκρασία ή η επαφή με άλλους κρυστάλλους.



Αναγνώριση Ορυκτού

- Χημική Σύσταση
- Κρυσταλλική Δομή
- Φυσικές και Χημικές Ιδιότητες

-Μακροσκοπική Εξέταση -> Γεωμετρική Κρυσταλλογραφία

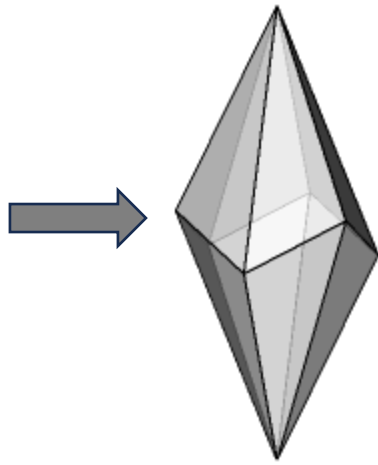
-Μικροσκοπική Εξέταση -> Οπτική Κρυσταλλογραφία

- Περίθλαση Ακτίνων-Χ -> Δομική Κρυσταλλογραφία

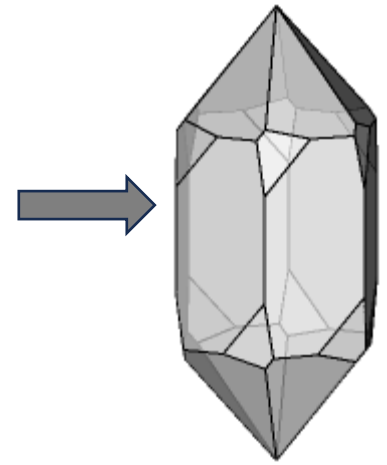




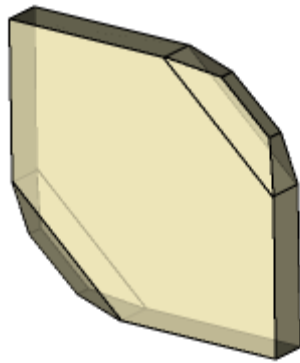
<http://mindat.org/gm/859>



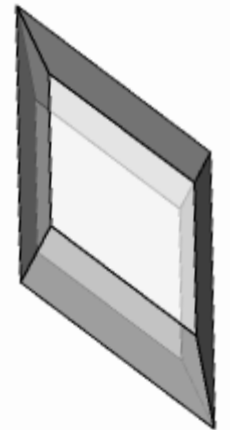
<https://www.mindat.org/gm/3337>



<https://www.mindat.org/gm/529>

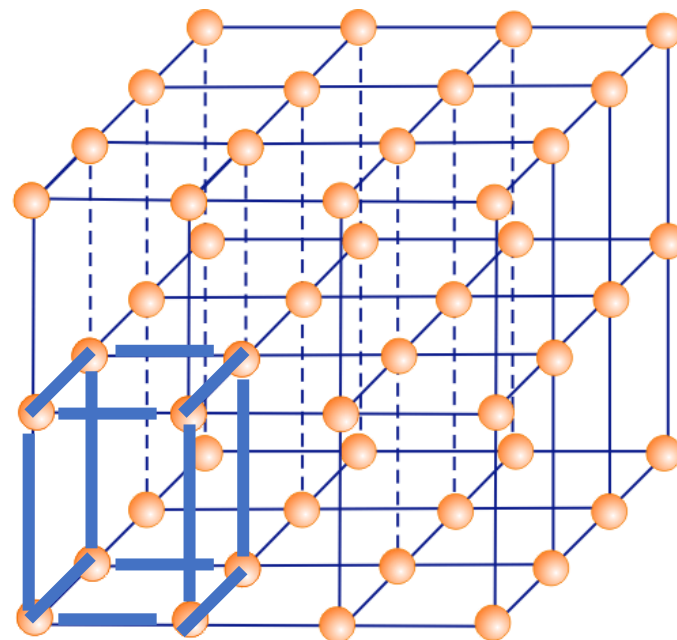
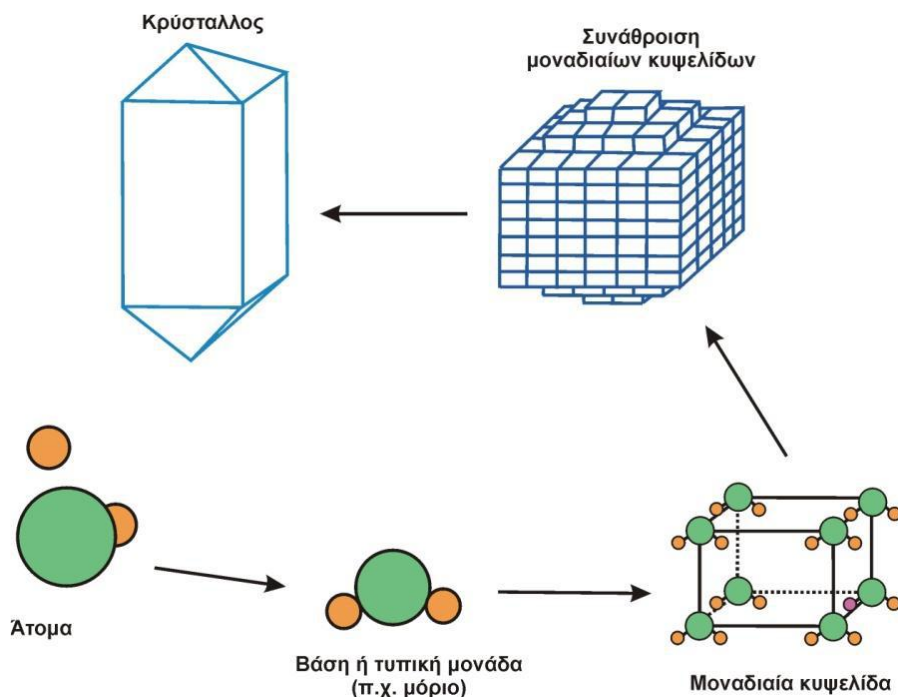


<https://www.mindat.org/gm/1784>



Το **σχήμα των γεωμετρικών σχημάτων** των κρυστάλλων των ορυκτών **εξαρτάται** από τη διευθέτηση (ordering) της ατομικής τους δομής, (δηλ. των δομικών τους μονάδων) και τις φυσικοχημικές συνθήκες κάτω από τις οποίες αναπτύσσονται.

Σε έναν **κρύσταλλο** τα **άτομα ή τα ιόντα** αποτελούν τα **δομικά του στοιχεία**. Οπότε ένας κρύσταλλος αποτελείται από δομικές μονάδες (άτομα, μόρια ή ιόντα), που συγκρατούνται με χημικούς δεσμούς (πχ. στο διαμάντι ομοιοπολικούς, στον ασβεστίτη ετεροπολικούς) και διατάσσονται **σε μία γεωμετρική διάταξη η οποία επαναλαμβάνεται περιοδικά σε τρεις διαστάσεις**. Η κανονική αυτή γεωμετρική διάταξη στην οποία διευθετούνται οι δομικές μονάδες συνιστούν την **Κρυσταλλική δομή** του ορυκτού, το **κρυσταλλικό του πλέγμα (crystal lattice)**.

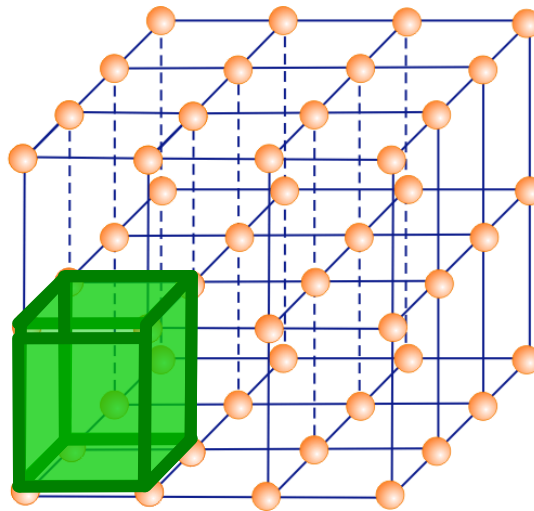


Περιοδική επανάληψη μιας δομικής μονάδας προς τρεις κατευθύνσεις δίνει το **τριδιάστατο κρυσταλλικό πλέγμα**

Η **κρυσταλλική δομή**, το πως δηλαδή αυτές οι δομικές μονάδες θα διευθετηθούν στο χώρο **εξαρτάται** από διάφορα χημικά τους χαρακτηριστικά όπως το μέγεθος των ατόμων, το σθένος, το είδος των δεσμών, τη διατήρηση ουδετερότητας φορτίων....

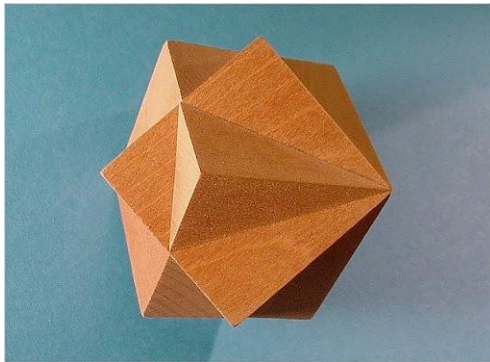
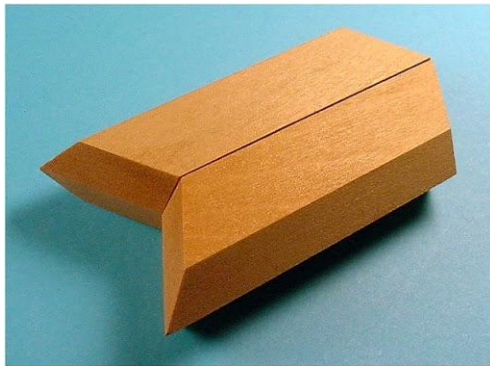
Η μικρότερη δομική μονάδα ενός κρυστάλλου η οποία επαναλαμβάνεται στο χώρο στις τρεις διαστάσεις ονομάζεται **μοναδιαία κυψελίδα (unit cell)**

**Μοναδιαία
κυψελίδα,**
το μικρότερο τμήμα
της δομής ενός
κρυστάλλου



Κρύσταλλοι των ορυκτών – Γεωμετρικά πολύεδρα

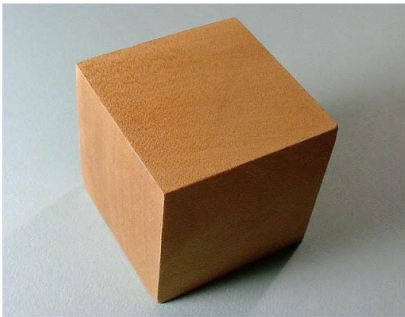
Κρύσταλλοι των ορυκτών - **κυρτά πολύεδρα** (ένα πολύεδρο λέγεται κυρτό εάν η επιφάνειά του προεκτεινόμενη δεν τέμνει τον εαυτό της).



Κρύσταλλοι των ορυκτών – Γεωμετρικά πολύεδρα

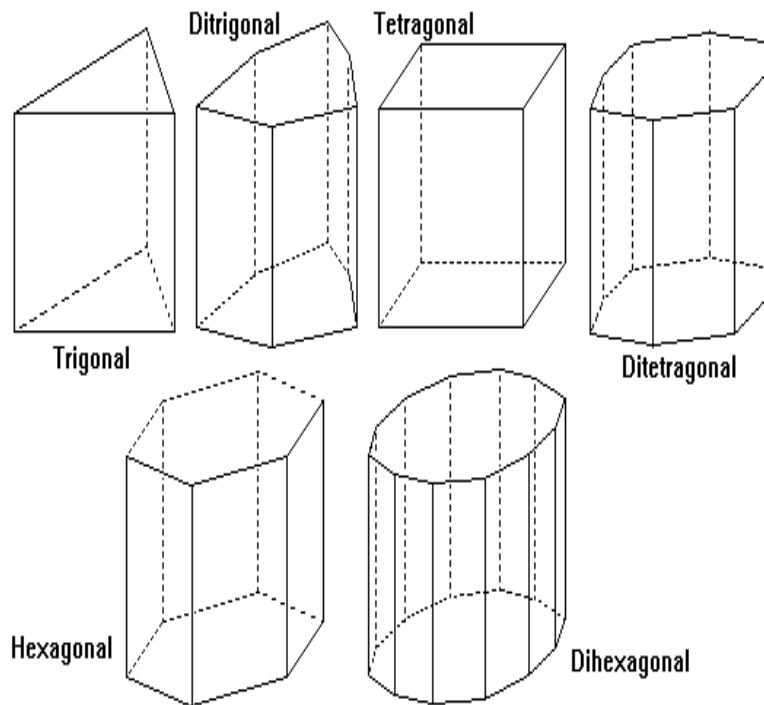
Παραδείγματα πολυέδρων:

Κύβοι,

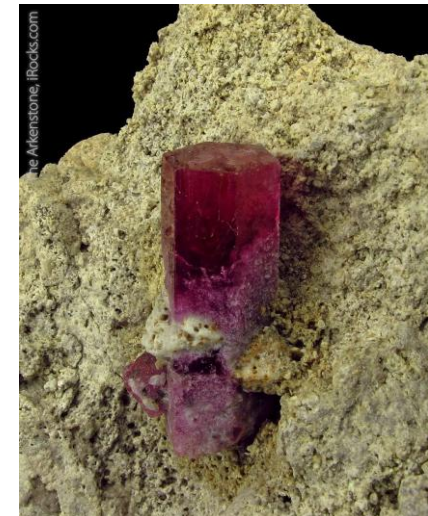


Εξάεδρο Φθορίτη

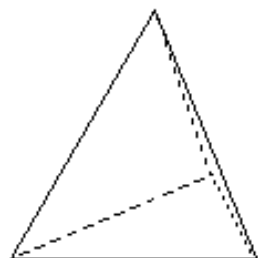
Πρίσματα,



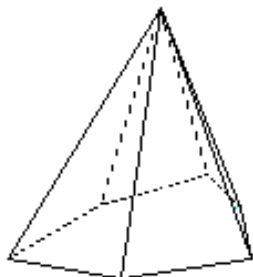
Τετραγωνικό πρίσμα Ζιρκονίου



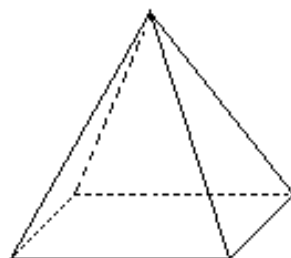
Εξαγωνικό πρίσμα Βηρύλλου



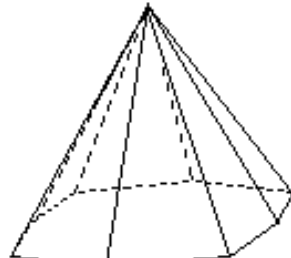
Trigonal



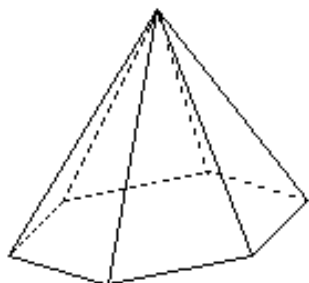
Ditrigonal



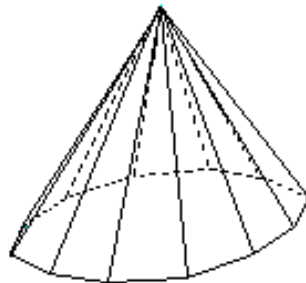
Tetragonal



Ditetragonal



Hexagonal



Dihexagonal

Πυραμίδες,



Εξαγωνική πυραμίδα Ζινκίτη

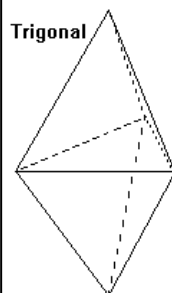


Τετραγωνική αμφιπυραμίδα
Ανατάση

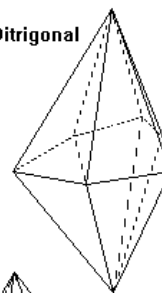
Αμφι-πυραμίδες,



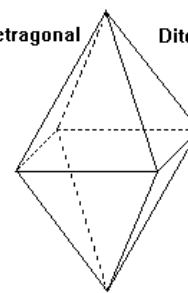
Οκτάεδρο Σπινέλλιου



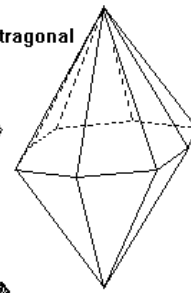
Trigonal



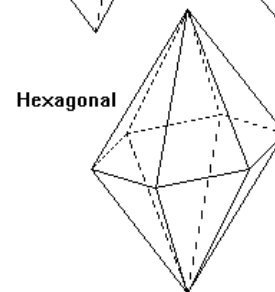
Ditrigonal



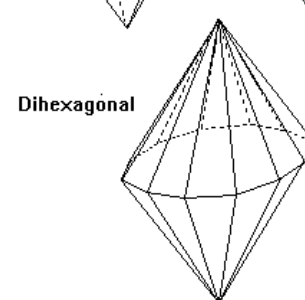
Tetragonal



Ditetragonal

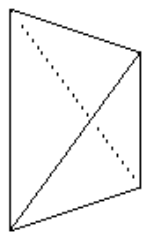


Hexagonal

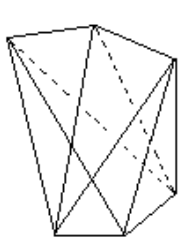


Dihexagonal

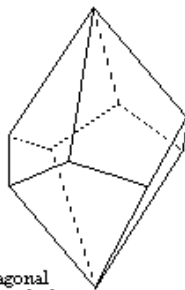
Σφηνόεδρα, Τραπεζόεδρα, Σκαληνόεδρα...



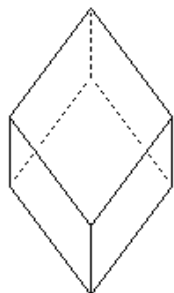
Tetragonal Disphenoid



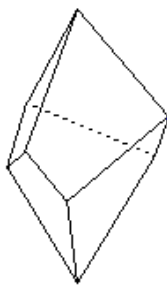
Ditetragonal Scalenohedron



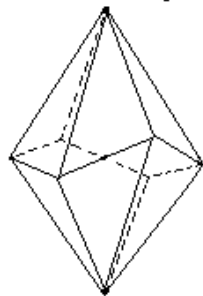
Tetragonal Trapezohedron



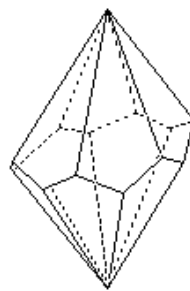
Rhombohedron



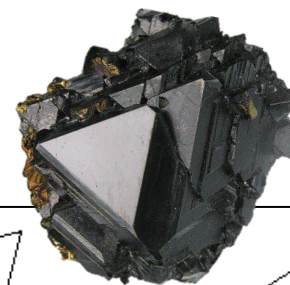
Trigonal Trapezohedron



Ditrigonal Scalenohedron



Hexagonal Trapezohedron



Τετράεδρο
Σφαλερίτη

Τετράεδρα...



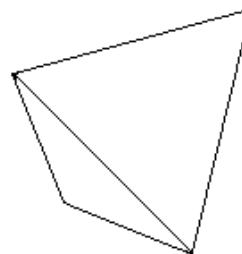
Ρομβόεδρο
Ασβεσίτη



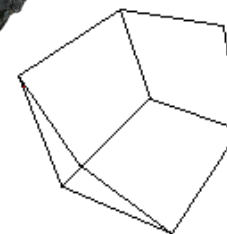
Τραπεζόεδρο
Χαλαζία



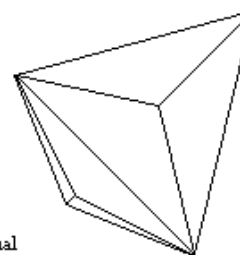
Σκαληνόεδρο
Ασβεσίτη



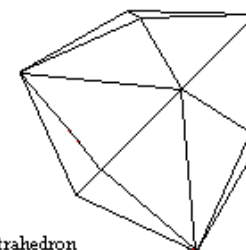
Tetrahedron



Trapezohedral
Tristetrahedron



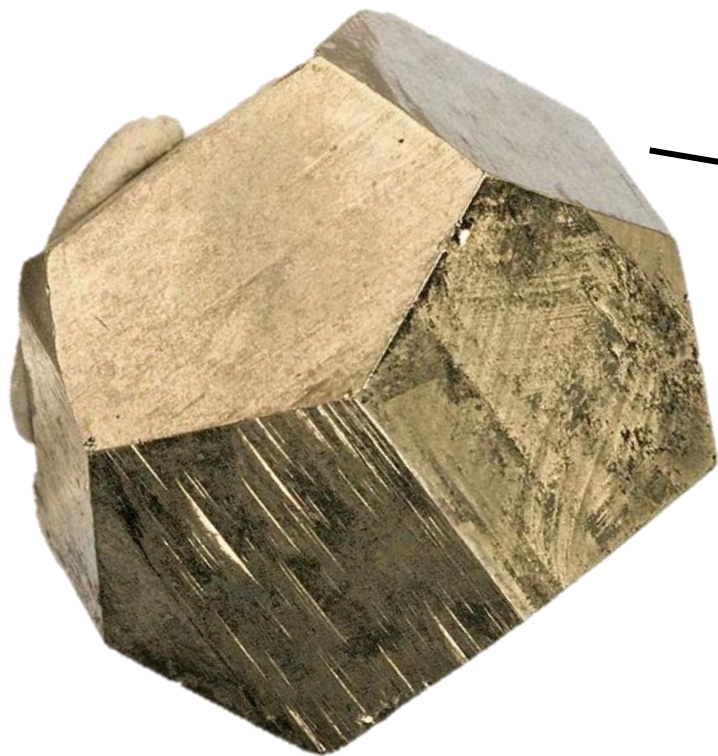
Trigonal
Tristetrahedron



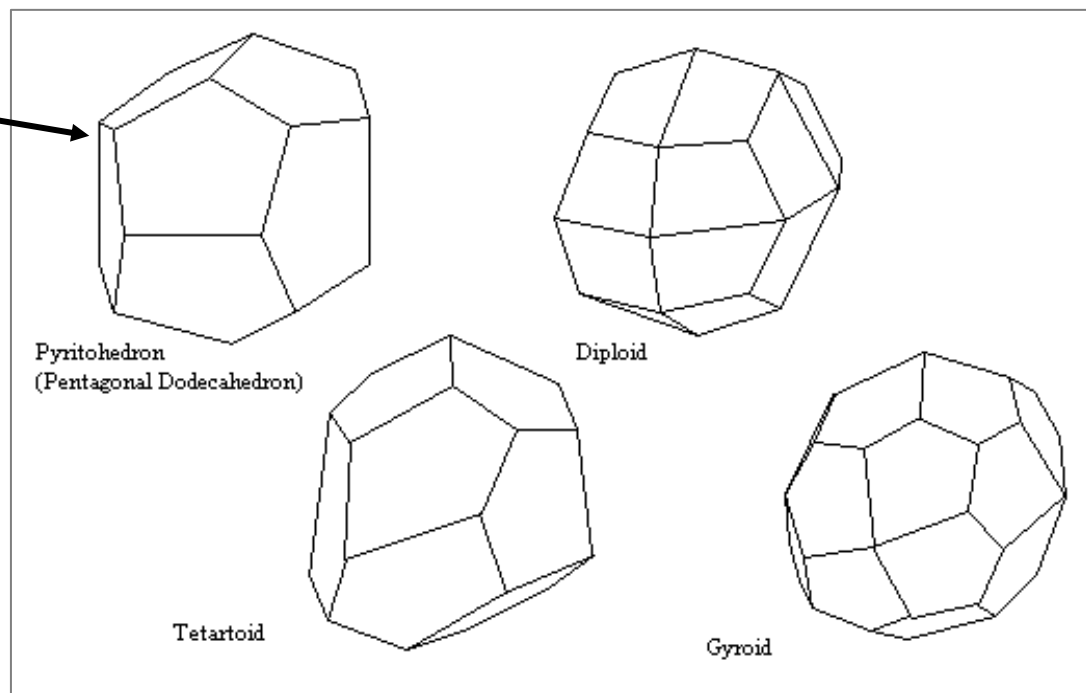
Hexetetrahedron



Πενταγωνικά δωδεκάεδρα, Τεταρτοεδρικά πενταγωνικά δωδεκάεδρα...

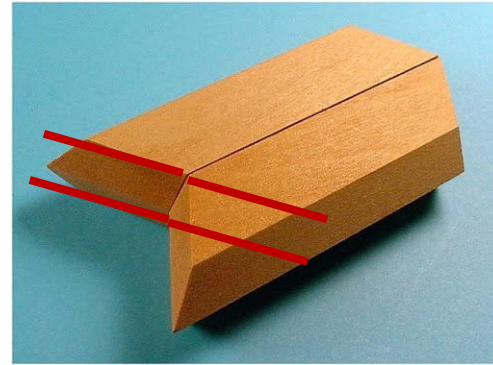
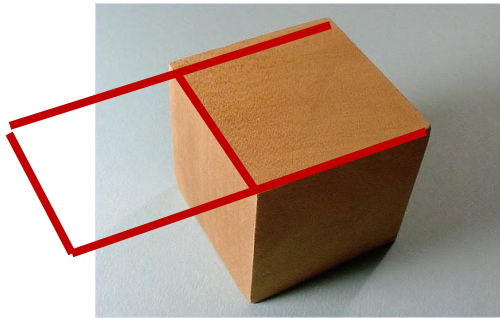


Πυριτόεδρο, Πενταγωνικό
δωδεκάεδρο Σιδηροπυρίτη

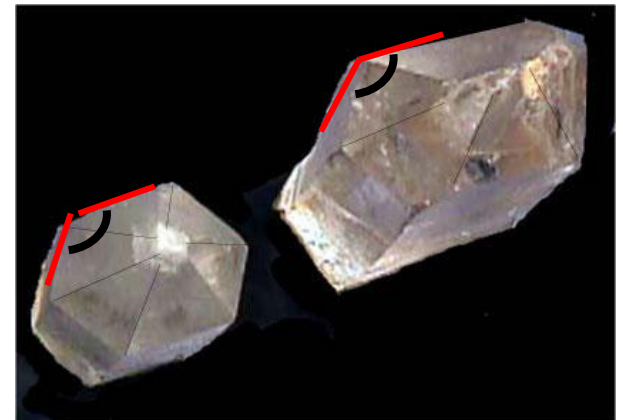


Ωστόσο, με βάση τις αρχές της γεωμετρικής κρυσταλλογραφίας, για να θεωρηθεί ένα πολυεδρικό σχήμα κρυσταλλικό θα πρέπει να ισχύουν οι ακόλουθοι νόμοι:

- να είναι κυρτό (νόμος περί κυρτότητας των διέδρων γωνιών): δηλαδή δύο τεμνόμενες έδρες του σχηματίζουν πάντα μία προεξέχουσα διέδρη γωνία



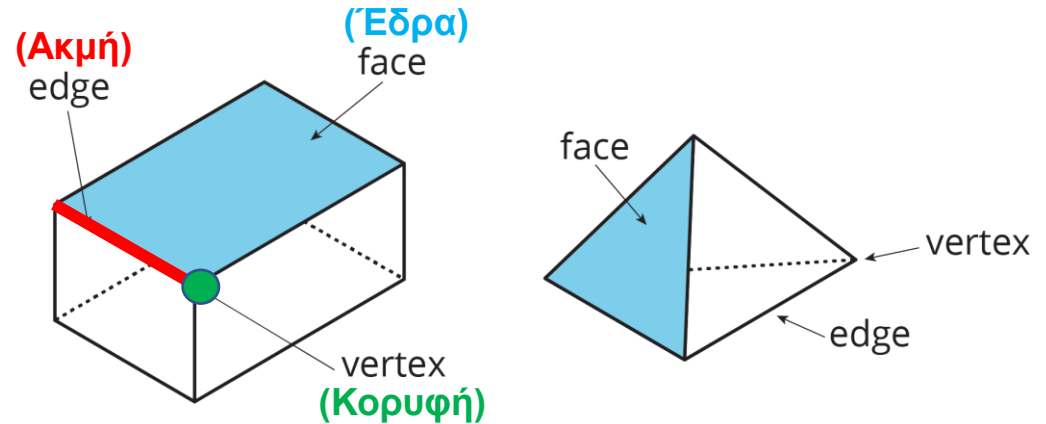
- η ίδια διέδρη γωνία μεταξύ διαφορετικών κρυστάλλων του ίδιου ορυκτού να παραμένει σταθερή, ακόμη κι αν ο κρύσταλλος είναι παραμορφωμένος (η τιμή της διέδρης γωνίας είναι ανεξάρτητη από τον τρόπο σχηματισμού των κρυστάλλων, από το μέγεθός του και από το σχήμα των εδρών του). Επειδή έχει πάντα την ίδια τιμή αποτελεί διαγνωστικό στοιχείο των ορυκτών



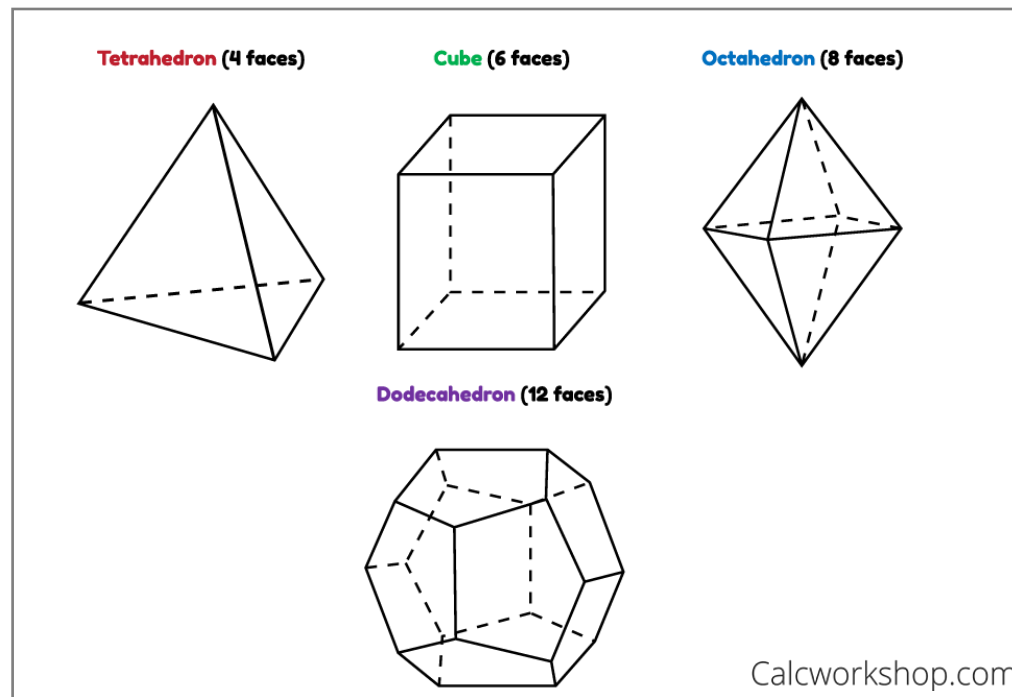
Περατωτικά στοιχεία

Τα περατωτικά στοιχεία των πολυέδρων (και κατ' επέκταση των κρυστάλλων) είναι:

- οι **έδρες**
- οι **ακμές**
- οι **κορυφές**



$$\text{Έδρες} + \text{κορυφές} = \text{ακμές} + 2$$



Στοιχεία Συμμετρίας

Οι έδρες, οι ακμές και οι κορυφές ενός κρυστάλλου κατέχουν ορισμένες θέσεις στο χώρο. Αυτό εκδηλώνεται με την συμμετρική τοποθέτηση αυτών ως προς σημείο, ευθείες και επίπεδα.

Έτσι σε κάθε κρύσταλλο διακρίνουμε:

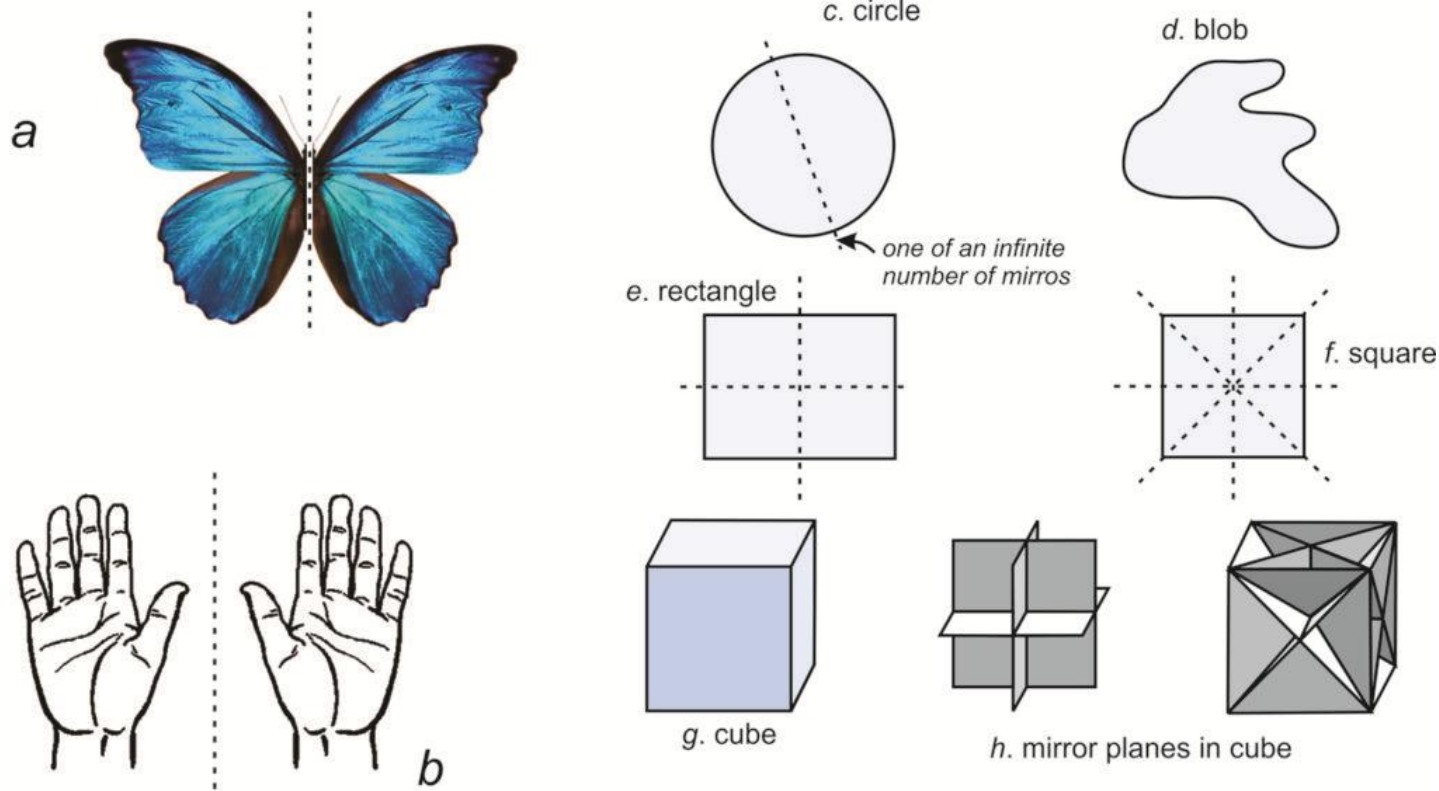
- Τους **Άξονες** συμμετρίας (συμμετρία ως προς ευθεία) και
- Τα **Επίπεδα** συμμετρίας (συμμετρία ως προς επίπεδο).
- Το **Κέντρο** συμμετρίας (συμμετρία ως προς σημείο)

Οι άξονες συμμετρίας, τα επίπεδα συμμετρίας και το κέντρο συμμετρίας αποτελούν τα στοιχεία συμμετρίας κάθε κρυστάλλου

....περί συμμετρίας των κρυστάλλων:

Η συμμετρία, γενικά, παράγεται από την επανάληψη (συστηματική αναπαραγωγή όμοιων χαρακτηριστικών στη μία, στις δύο, ή στις τρεις διαστάσεις...ως προς μια ευθεία, ως προς ένα επίπεδο...ως προς ένα σημείο...).

Η επανάληψη αυτή στη μορφολογία των κρυστάλλων επιτυγχάνεται με τα στοιχεία συμμετρίας (**άξονες συμμετρίας, επίπεδα συμμετρίας** και το **κέντρο συμμετρίας**)

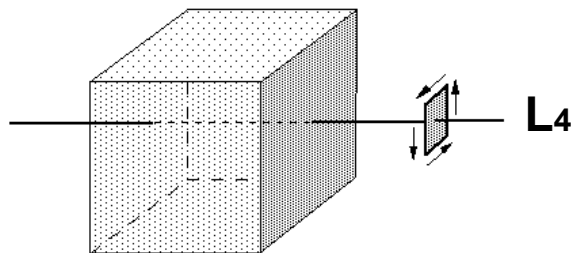


Οπότε...τα διάφορα γεωμετρικά σχήματα των κρυστάλλων ξεχωρίζουν/περιγράφονται με τα **Στοιχεία Συμμετρίας**:

- Άξονας συμμετρίας, L

(Axes of symmetry)

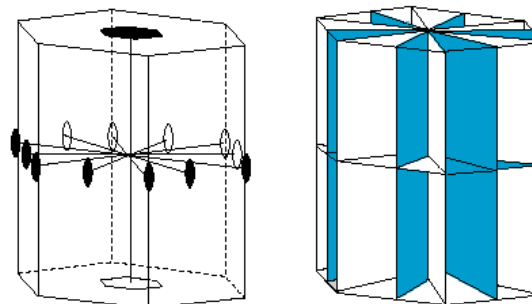
(ορισμένοι συγγραφείς χρησιμοποιούν το ελληνικό γράμμα Λ για τους κύριους άξονες συμμετρίας και το L για τους δευτερεύοντες)



- Επίπεδο συμμετρίας, P

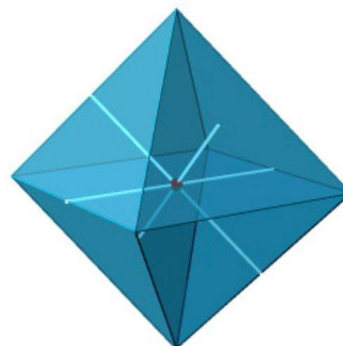
(Plane of symmetry)

(ορισμένοι συγγραφείς χρησιμοποιούν το ελληνικό γράμμα Π για τα επίπεδα κάθετα στους κύριους άξονες συμμετρίας και το P για επίπεδα κάθετα στους δευτερεύοντες)



- Κέντρο συμμετρίας, C

(Center of symmetry)



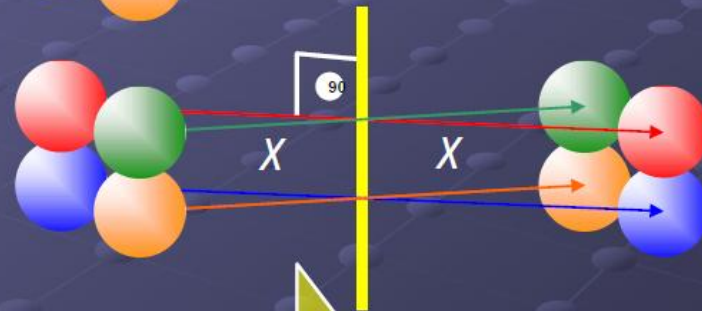
Στοιχείο	Διεθνές Σύμβολο	Ελληνικό Σύμβολο
Άξονας Συμμετρίας	n	L^n ή Λ^n
Επίπεδο Συμμετρίας	m	P^n ή Π^n
Κέντρο Συμμετρίας	i	C

Βασικοί τύποι συμμετρίας

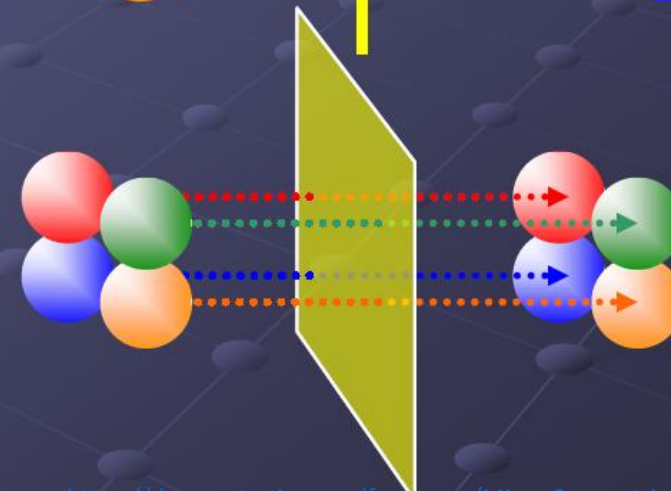
- Συμμετρία σε σχέση με ένα **σημείο**



- Συμμετρία σε σχέση με **ευθεία γραμμή**



- Συμμετρία σε σχέση με ένα **επίπεδο**



Άξονας συμμετρίας - νοητή ευθεία που περνά από το κέντρο του κρυστάλλου, γύρω από την οποία, στρεφόμενος ο κρύσταλλος κατά 360° ταυτίζεται με τον εαυτό του.

Οι άξονες συμμετρίας συμβολίζονται με L^n , όπου $n(=2,3,4,6)$ η **τάξη** του άξονα συμμετρίας. Δηλαδή, όταν σε μία πλήρη περιστροφή (360°) ο κρύσταλλος ταυτίζεται n φορές με τον εαυτό του, ο αριθμός n ονομάζεται **τάξη** του άξονα συμμετρίας.



Στην κρυσταλλογραφία υπάρχουν **τέσσερα είδη αξόνων συμμετρίας**:

2ης τάξης (L^2): ο κρύσταλλος σε μία πλήρη περιστροφή (360°) ταυτίζεται 2 φορές με τον εαυτό του.

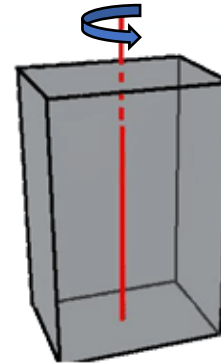
3ης τάξης (L^3): ο κρύσταλλος σε μία πλήρη περιστροφή (360°) ταυτίζεται 3 φορές με τον εαυτό του.

4ης τάξης (L^4): ο κρύσταλλος σε μία πλήρη περιστροφή (360°) ταυτίζεται 4 φορές με τον εαυτό του.

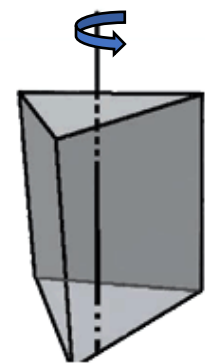
6ης τάξης (L^6): ο κρύσταλλος σε μία πλήρη περιστροφή (360°) ταυτίζεται 6 φορές με τον εαυτό του.

Άξονες συμμετρίας 5ης τάξης ή ανώτερης της 6ης δεν υπάρχουν στα κρυσταλλικά πολύεδρα.

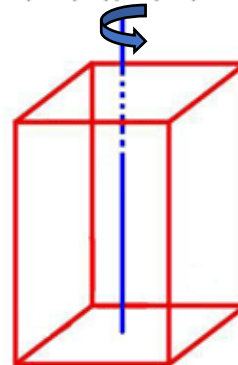
Άξονας 2ας τάξεως L^2



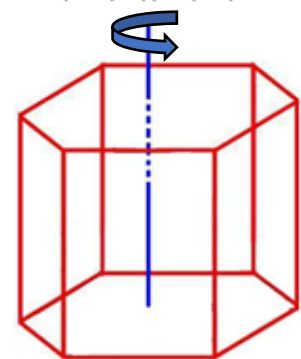
Άξονας 3ης τάξεως L^3



Άξονας 4ης τάξεως L^4

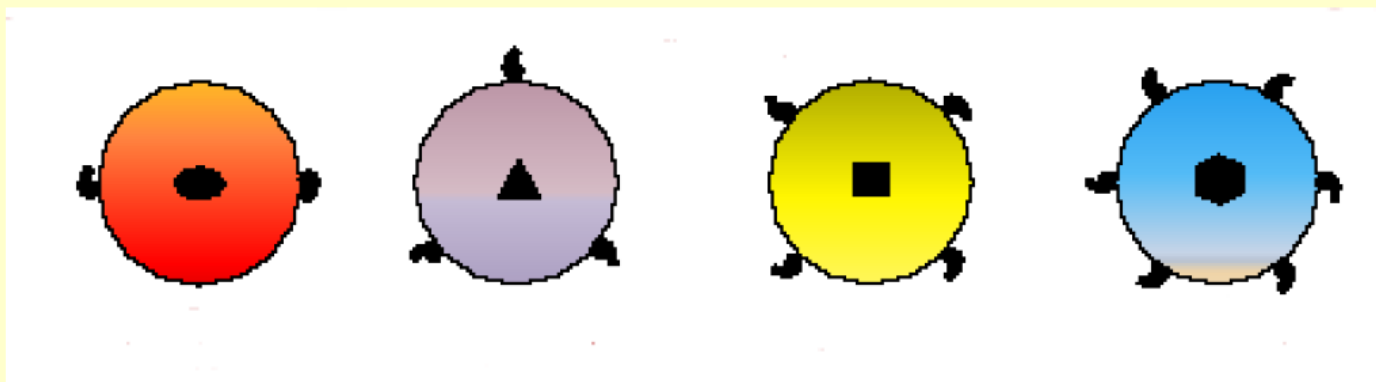


Άξονας 6ης τάξεως L^6



Οι άξονες συμμετρίας έχουν κάποια σύμβολα:

ΑΞΟΝΕΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΑ ΟΡΥΚΤΑ



L^2



L^3



L^4

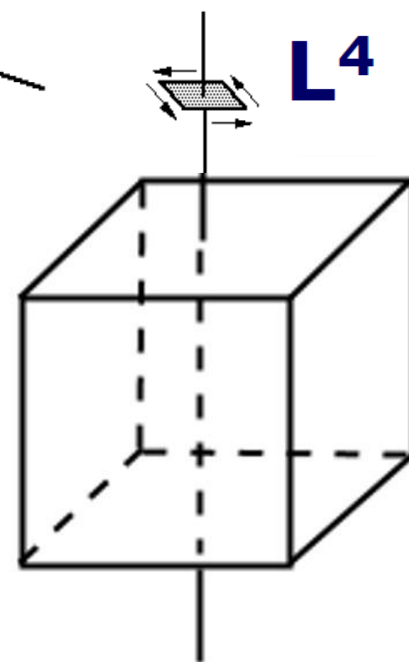
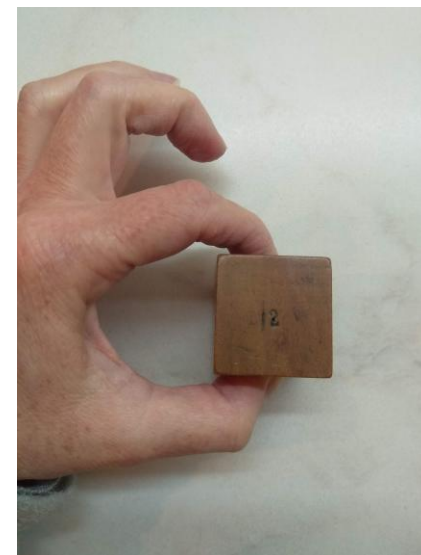
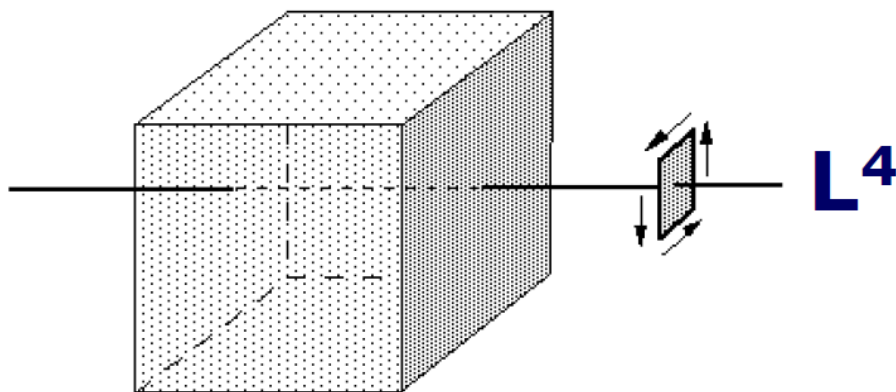
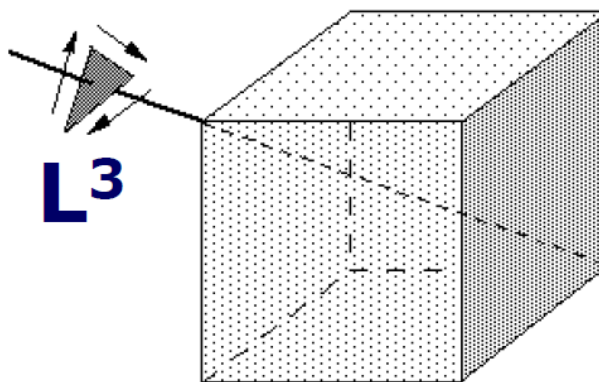
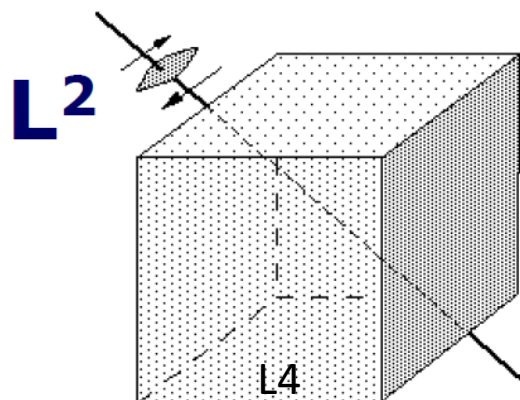


L^6



Τα **περατωτικά** όρια των αξόνων συμμετρίας μπορεί να είναι **κορυφές, μέσα ακμών, κέντρα εδρών**

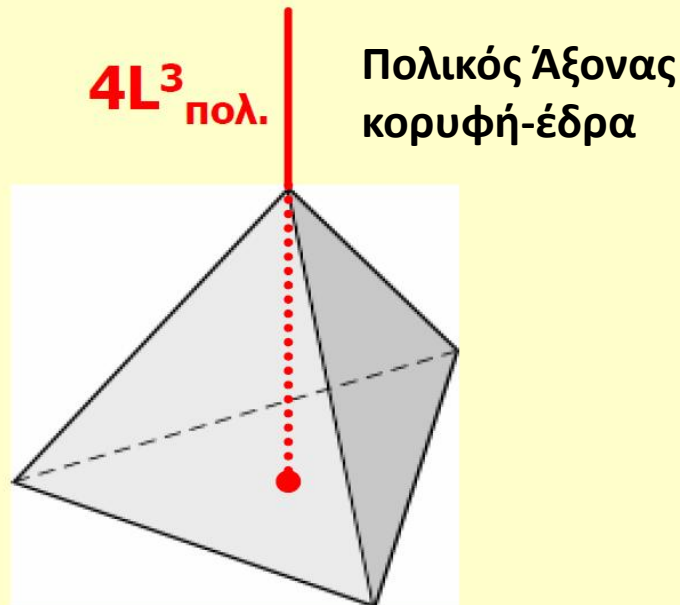
ΑΞΟΝΕΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ (ΕΞΑΕΔΡΟΥ)

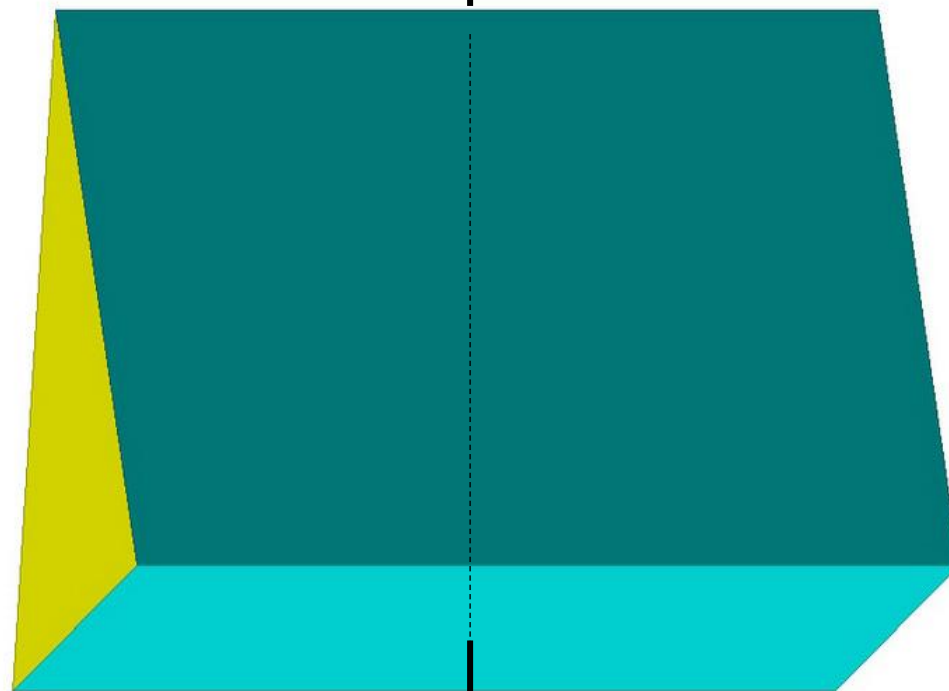


Αν ένας άξονας καταλήγει σε διαφορετικά περατωτικά στοιχεία (πχ. κορυφή-έδρα, κορυφή-ακμή, οξεία-αμβλεία κορυφή, μικρή-μεγάλη ακμή κλπ.), τότε καλείται **πολικός άξονας** και συμβολίζεται με $L^n_{\text{πολ.}}$.

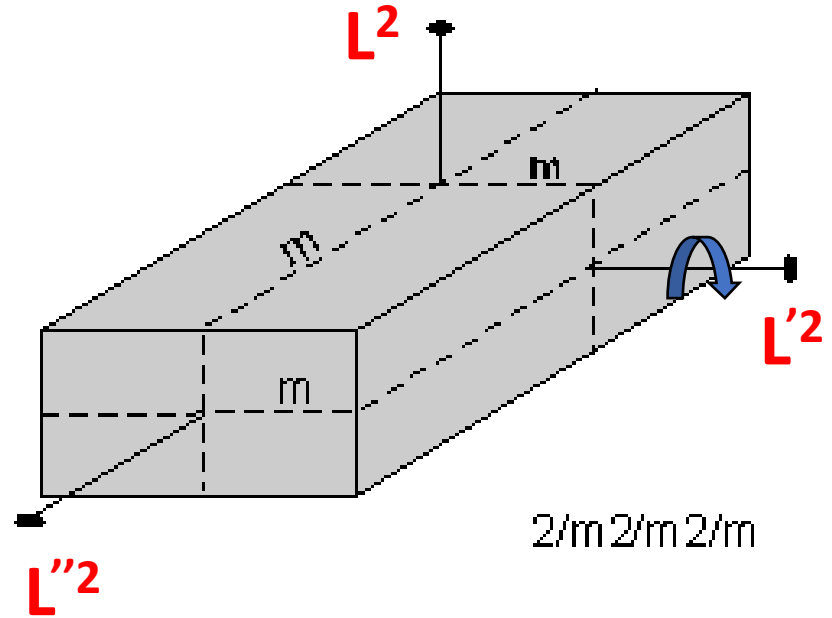
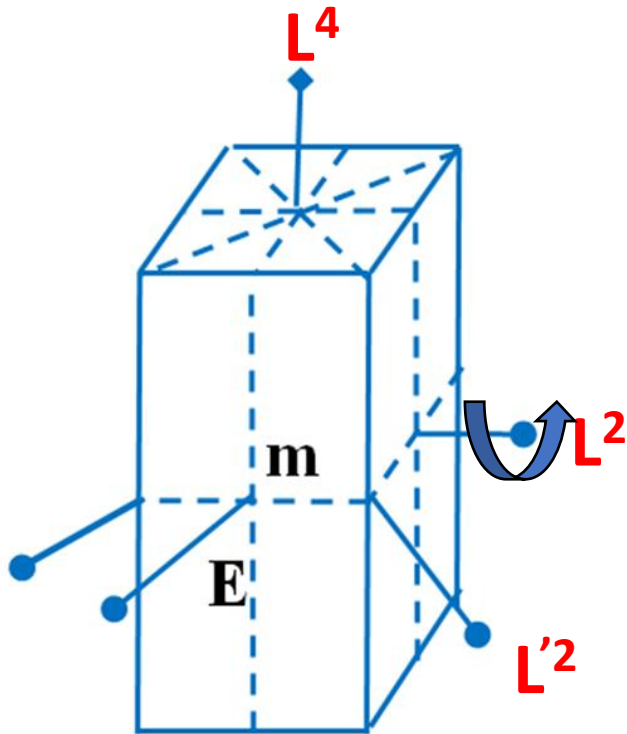
ΠΟΛΙΚΟΙ ΑΞΟΝΕΣ

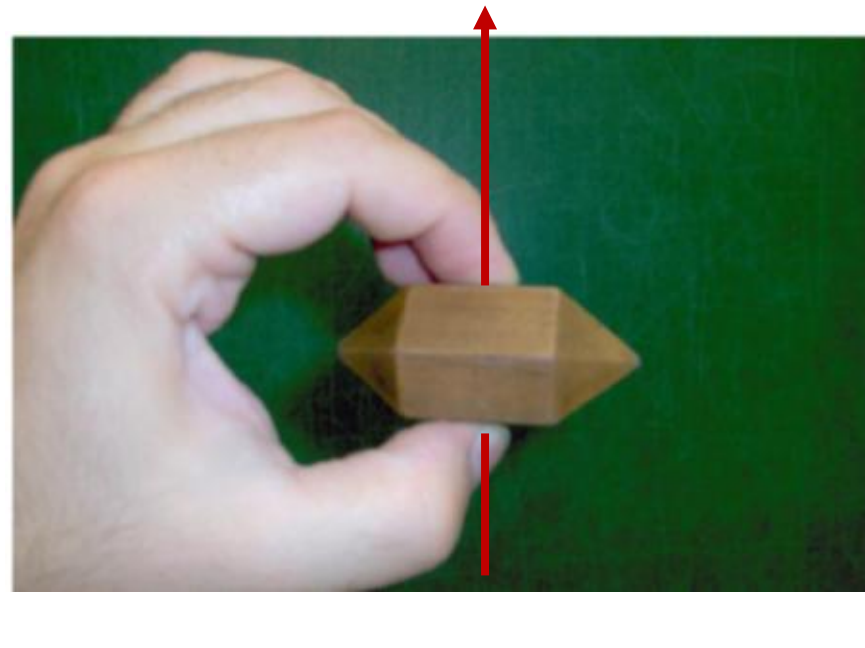
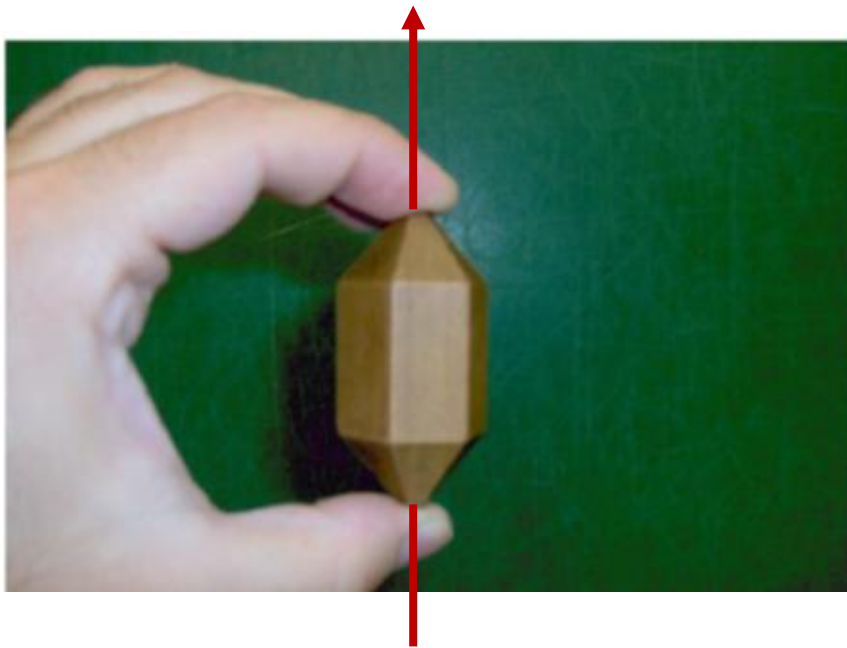
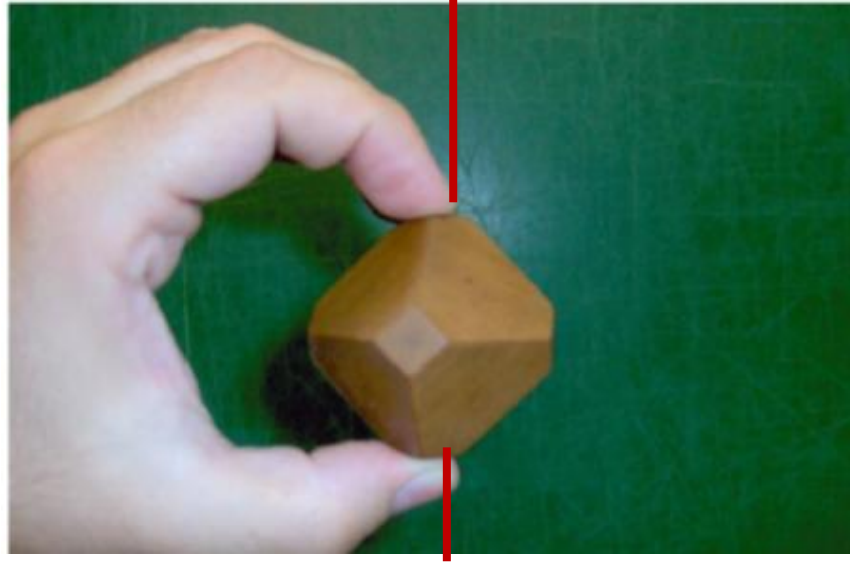
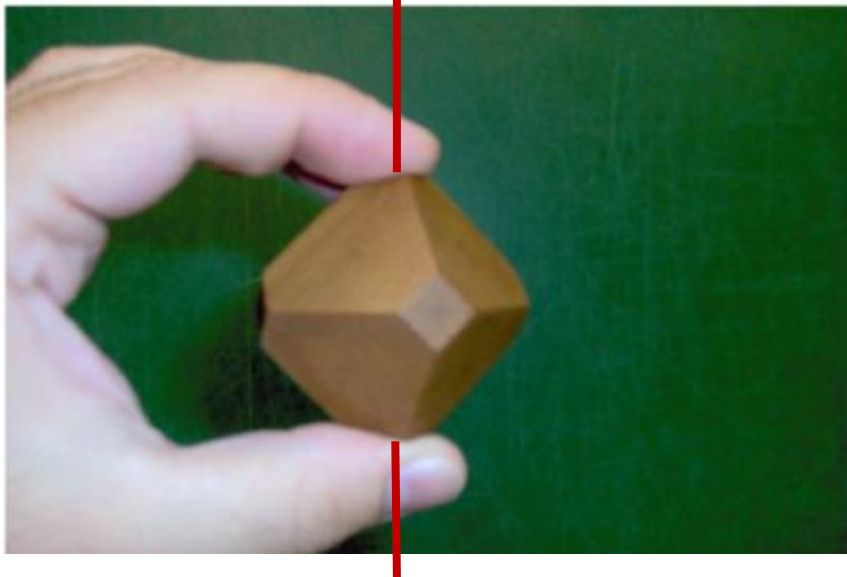
Άξονες με ανόμοια *Περατωτικά Σημεία*





Όταν οι άξονες είναι **ίδιας τάξης** αλλά **όχι ομότιμοι** (δηλ. δεν καταλήγουν στα ίδια περατωτικά στοιχεία) συμβολίζονται με **L , L' , L''** .

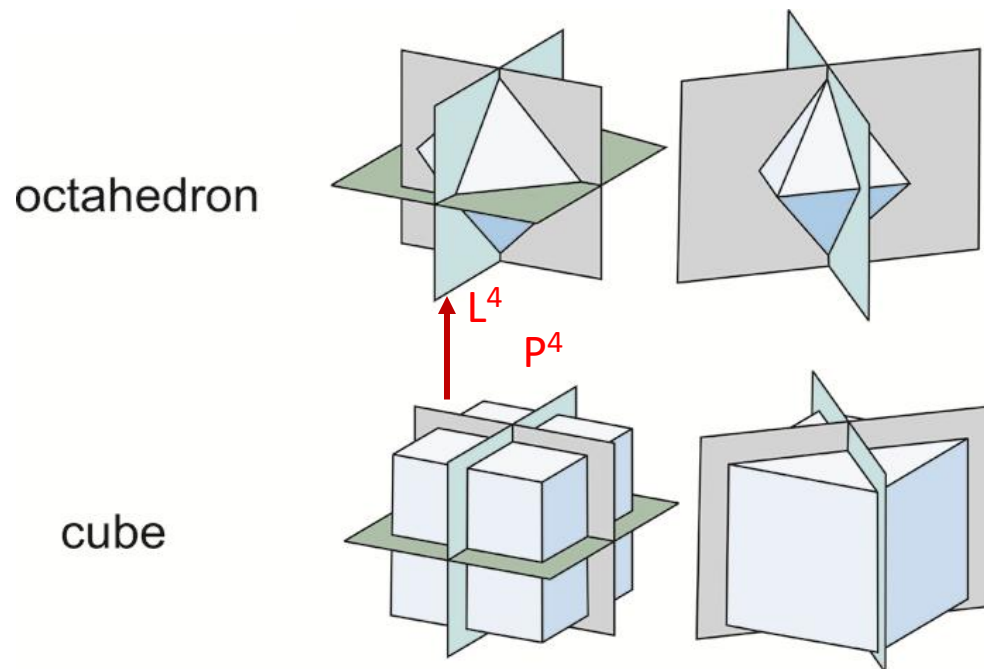




Επίπεδο συμμετρίας - νοητό επίπεδο που περνά από το κέντρο του κρυστάλλου και τέμνει τον κρύσταλλο σε δύο τμήματα που έχουν μεταξύ τους σχέση αντικειμένου προς κατοπτρικό είδωλο ως προς το επίπεδο αυτό. Το επίπεδο συμμετρίας παριστάνεται με το λατινικό γράμμα **P**.

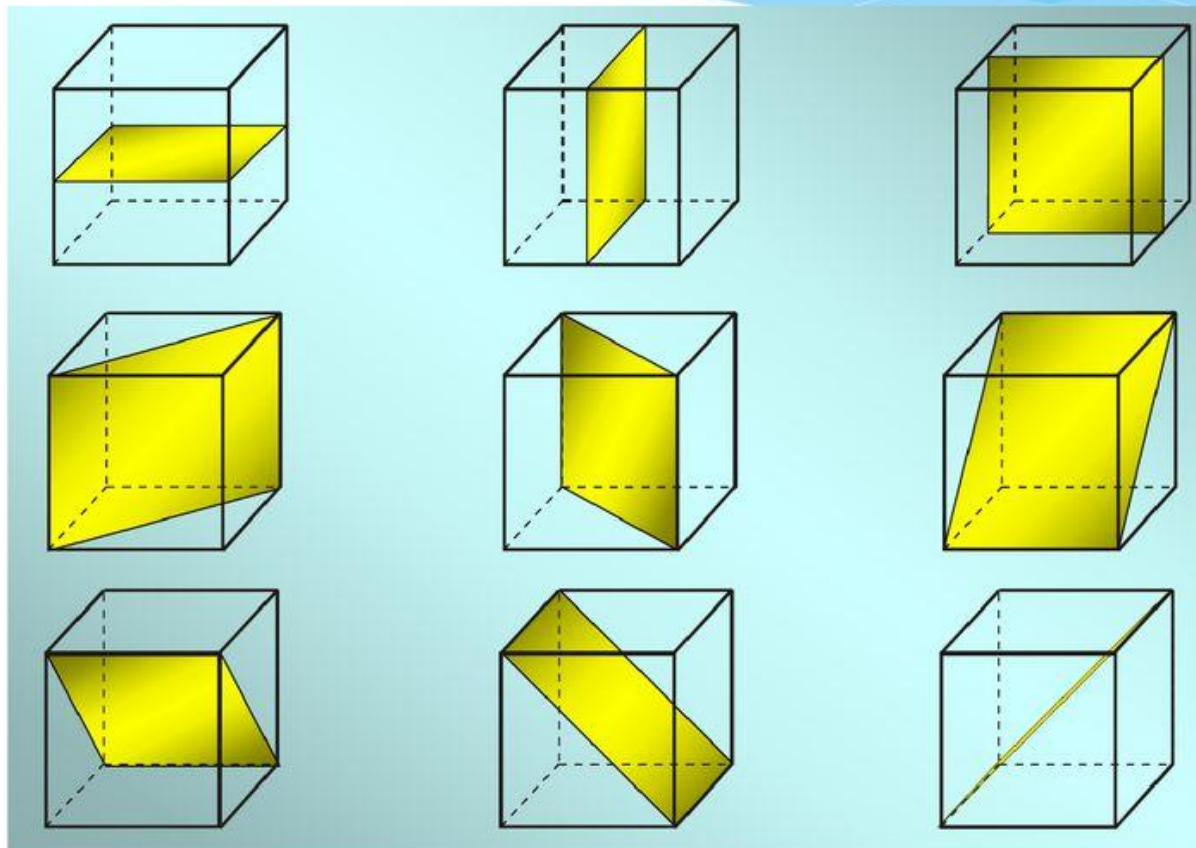


Συνήθως τα επίπεδα συμμετρίας είναι κάθετα στους άξονες συμμετρίας, οπότε η τάξη του άξονα συμμετρίας χαρακτηρίζει και την τάξη του επιπέδου συμμετρίας.

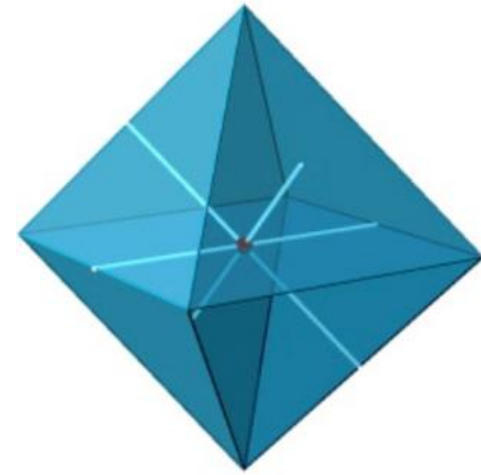


Plane of Symmetry/Reflection Symmetry/ Mirror Symmetry

Plane of Symmetry for the crystals in cubic system



Το **Κέντρο**
συμμετρίας
συμβολίζεται με το
γράμμα C.

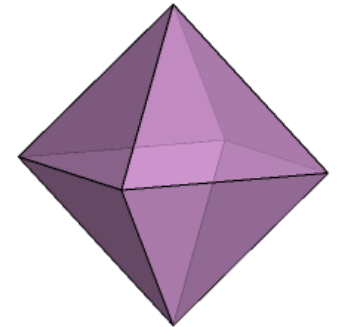
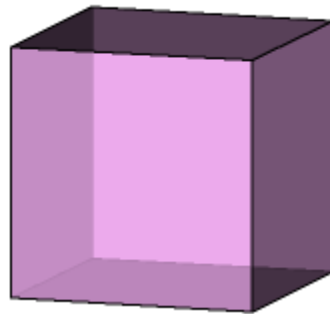


- **Κέντρο συμμετρίας** - είναι ένα νοητό σημείο που ταυτίζεται με το κέντρο του κρυστάλλου, γύρω από το οποίο και σε αντίθετες κατευθύνσεις η ύλη είναι συμμετρικά τοποθετημένη.
- **Αυτό συνεπάγεται παραλληλία εδρών.**
- Επομένως ένας κρύσταλλος θα έχει κέντρο συμμετρίας όταν κάθε έδρα του κρυστάλλου θα έχει την αντίστοιχη ίση και παράλληλη.

Τα ορυκτά εμφανίζονται στη φύση με περισσότερα από ένα κρυσταλλικά σχήματα. Αυτό οφείλεται στις διάφορες συνθήκες που επικρατούν κατά την κρυστάλλωση.

Έτσι π.χ το ορυκτό φθορίτης άλλοτε εμφανίζεται σε εξάεδρα, άλλοτε σε οκτάεδρα και άλλοτε σε συνδυασμό εξαέδρου και οκταέδρου.

Όλα όμως τα κρυσταλλικά σχήματα του φθορίτη, έχουν τα ίδια στοιχεία συμμετρίας



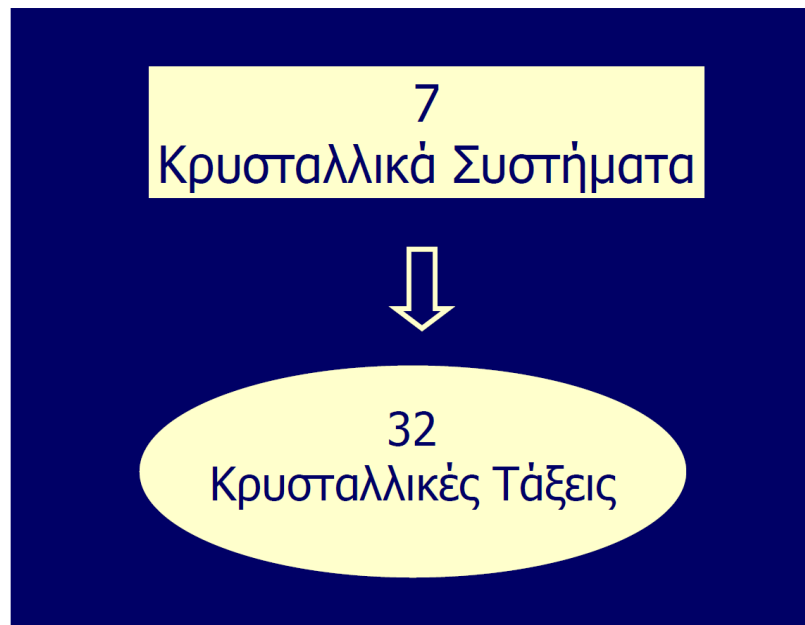
$3L^4, 4L^3, 6L^2, C, 3P^4, 6P^2$

Επειδή έχουν τα ίδια στοιχεία συμμετρίας, τόσο το εξάεδρο όσο και το οκτάεδρο ανήκουν στην ίδια **κρυσταλλική τάξη**.

Επομένως το σύνολο των κρυσταλλικών σχημάτων με τα ίδια στοιχεία συμμετρίας, αποτελούν μια **κρυσταλλική τάξη**.

- Ο αριθμός των δυνατών συνδυασμών των στοιχείων συμμετρίας, άρα και ο αριθμός των κρυσταλλικών τάξεων, δεν είναι απεριόριστος, αλλά αυστηρά περιορισμένος.
- Αυτό οφείλεται αφ'ενός στον περιορισμένο αριθμό των στοιχείων συμμετρίας, αφετέρου στους γεωμετρικούς κανόνες που διέπουν τους συνδυασμούς των στοιχείων συμμετρίας.
- Υπάρχουν μόνο **32** δυνατοί συνδυασμοί των διαφόρων στοιχείων συμμετρίας.
- Οι συνδυασμοί αυτοί αποτελούν τις **32 κρυσταλλικές τάξεις** (κατά Bravais). Αυτές με τη βοήθεια των **κρυσταλλογραφικών αξόνων** κατανέμονται/ταξινομούνται σε **7 κρυσταλλικά συστήματα** :

- 1) Κυβικό
- 2) Τετραγωνικό
- 3) Ρομβικό
- 4) Τριγωνικό
- 5) Εξαγωνικό
- 6) Μονοκλινές
- 7) Τρικλινές



Άρα **Κρυσταλλικό σύστημα** είναι ομάδες κρυσταλλικών τάξεων που μπορούν να περιγραφούν με κοινό σύστημα κρυσταλλογραφικών αξόνων.

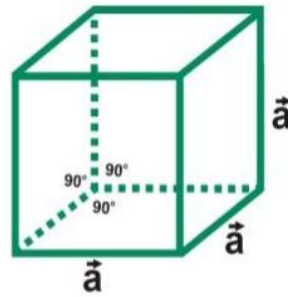
Κρυσταλλικά Συστήματα

- Κυβικό σύστημα
- Τετραγωνικό σύστημα
- Ρομβικό σύστημα
- Εξαγωνικό σύστημα
- Τριγωνικό σύστημα
- Μονοκλινές σύστημα
- Τρικλινές σύστημα

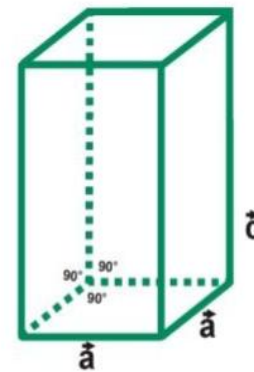
} Κατά την αμερικάνικη ταξινόμηση
τα δύο συστήματα κατατάσσονται
σαν υποσυστήματα του Εξαγωνικού

7 Μοναδιαίες κυψελίδες

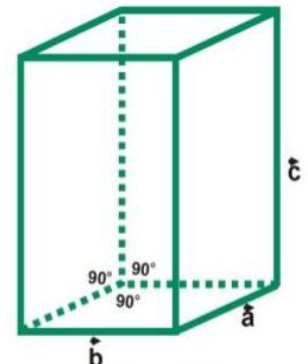
- **Κρυσταλλικά συστήματα** είναι οι ομάδες κρυσταλλικών τάξεων με μοναδιαίες κυψελίδες ίδιας γεωμετρίας.
- Υπάρχουν **7 βασικά σχήματα μοναδιαίων κυψελίδων** από τα οποία απορρέουν τα επτά κρυσταλλικά συστήματα.



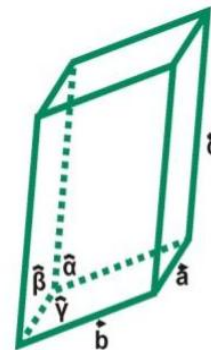
Κυβικό



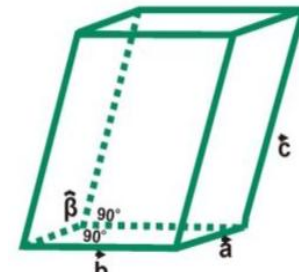
Τετραγωνικό



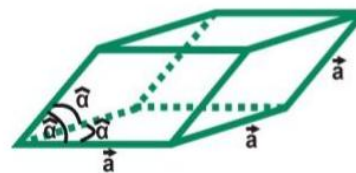
Ορθορομβικό



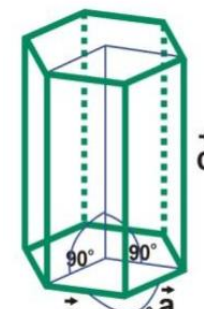
Τρικλινές



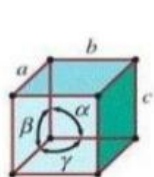
Μονοκλινές



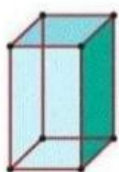
Τριγωνικό ή
Ρομβοεδρικό



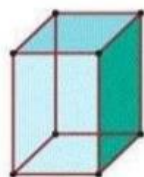
Εξαγωνικό



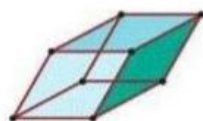
Simple cubic
 $a = b = c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



Tetragonal
 $a = b \neq c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



Orthorhombic
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



Rhombohedral
 $a = b = c$
 $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$



Monoclinic
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$

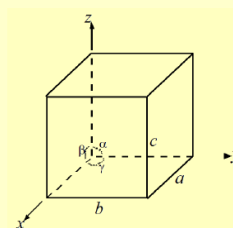


Triclinic
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$

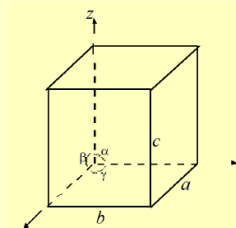


Hexagonal
 $a = b \neq c$
 $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$

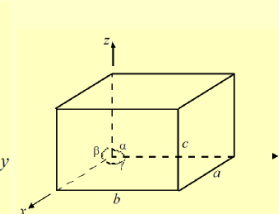
ΚΥΒΙΚΟ



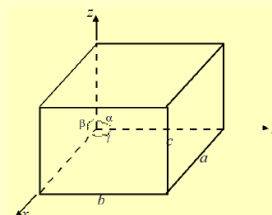
ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ



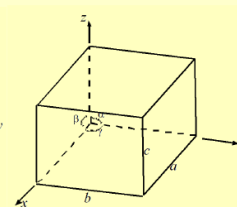
ΡΟΜΒΙΚΟ



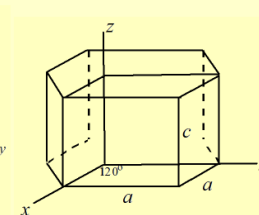
ΜΟΝΟΚΛΙΝΕΣ



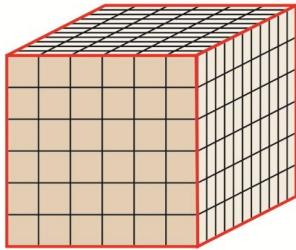
ΤΡΙΚΛΙΝΕΣ



ΤΡΙΓΩΝΙΚΟ - ΕΞΑΓΩΝΙΚΟ

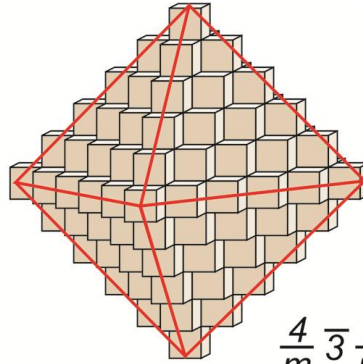


ΚΥΒΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



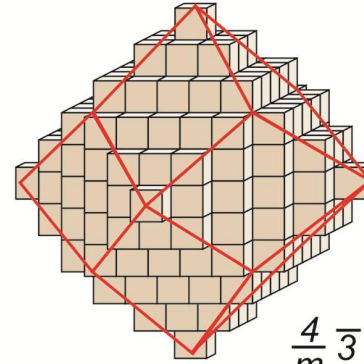
$$\frac{4}{m} \bar{3} \frac{2}{m}$$

a. cube
fluorite



$$\frac{4}{m} \bar{3} \frac{2}{m}$$

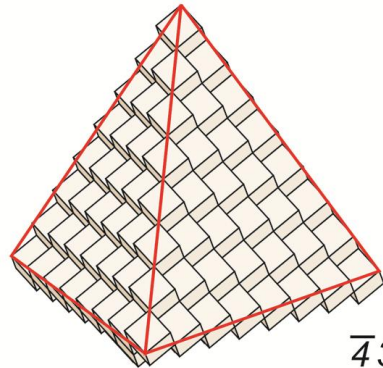
b. octahedron
spinel



$$\frac{4}{m} \bar{3} \frac{2}{m}$$

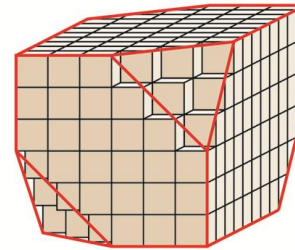
c. dodecahedron
garnet

Cubic unit cells combining to make crystals



$$\bar{4}3m$$

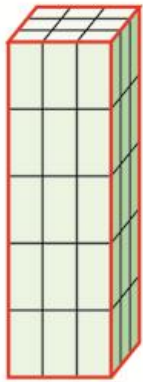
d. tetrahedron
tetrahedrite



$$\bar{4}3m$$

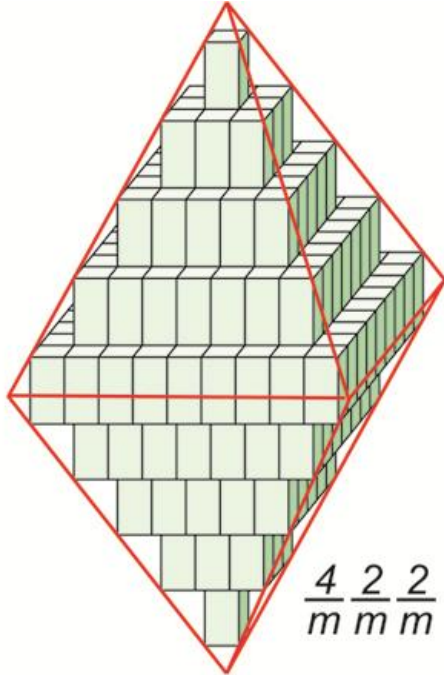
e. combined
forms

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



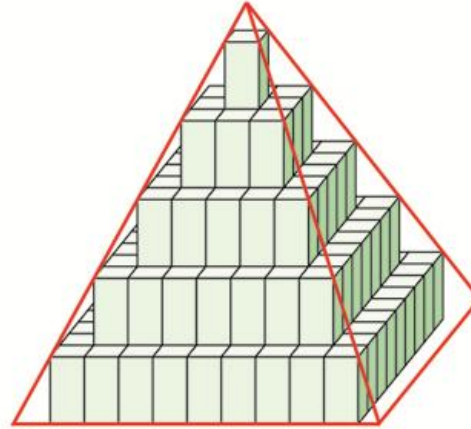
$$\frac{4}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m}$$

a. tetragonal prism



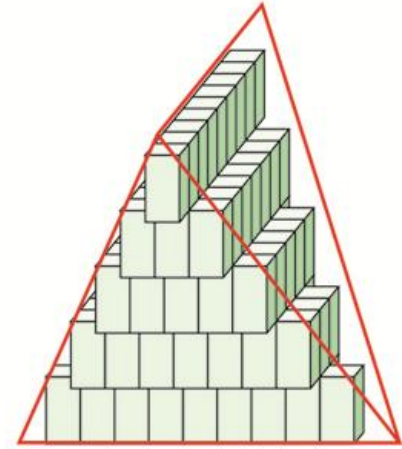
$$\frac{4}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m}$$

b. ditetragonal pyramid



$$4m m$$

c. tetragonal pyramid



$$\overline{4} 2 m$$

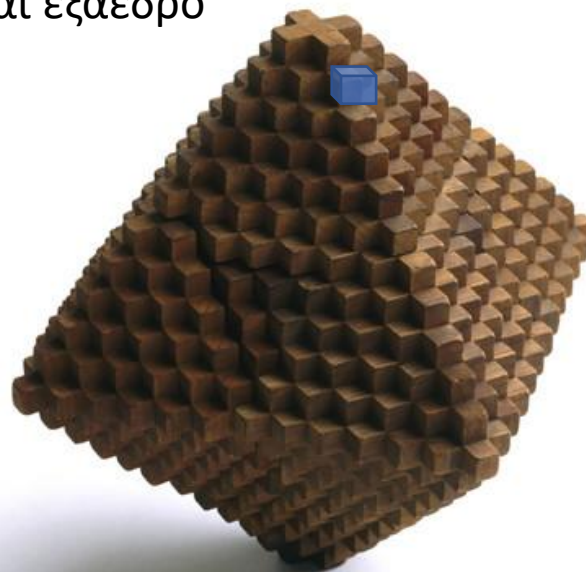
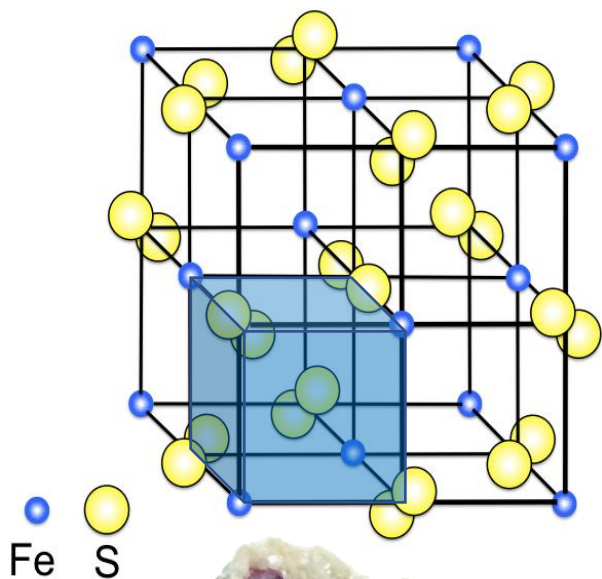
d. tetragonal disphenoid

Four crystals composed of tetragonal unit cells

Ορυκτά που ανήκουν στο ίδιο σύστημα κρυστάλλωσης ανεξαρτήτως εξωτερικού σχήματος και χημικής σύστασης έχουν την ίδια **μοναδιαία κυψελίδα**.

Π.χ τι είναι αυτό που κάνει τον φθορίτη (FeS_2) και το διαμάντι (C) με διαφορετική χημική σύσταση να ανήκουν στο ίδιο σύστημα κρυστάλλωσης (κυβικό)?

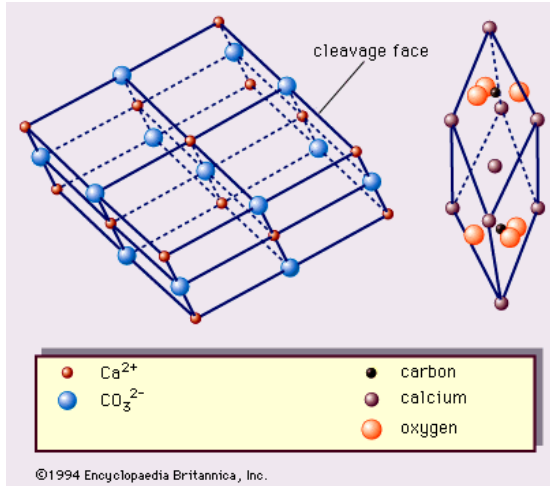
→ η μοναδιαία κυψελίδα που είναι εξάεδρο



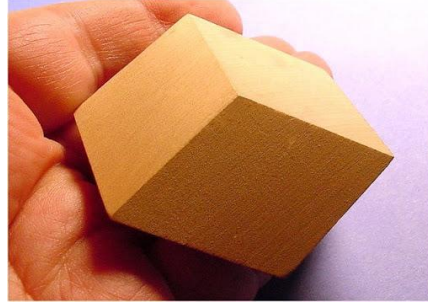
Τι είναι αυτό που κάνει τον **ασβεστίτη** CaCO_3 και το **χαλαζία** SiO_2 με διαφορετική χημική σύσταση να ανήκουν στο ίδιο κρυσταλλογραφικό σύστημα?

→ η μοναδιαία κυψελίδα που είναι ρομβόεδρο

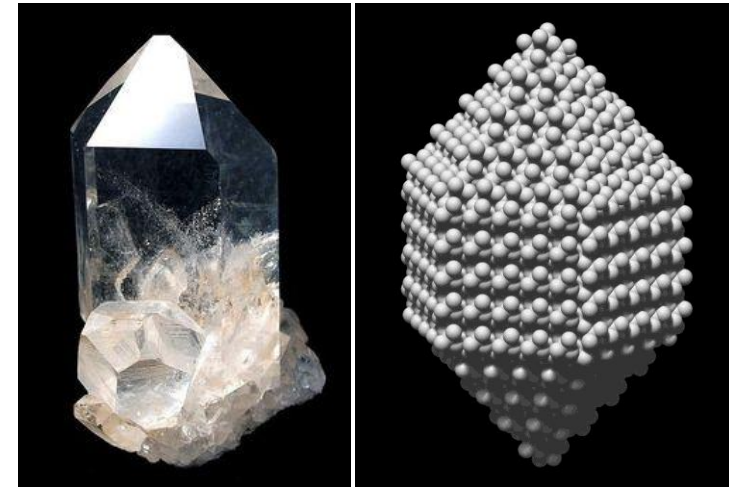
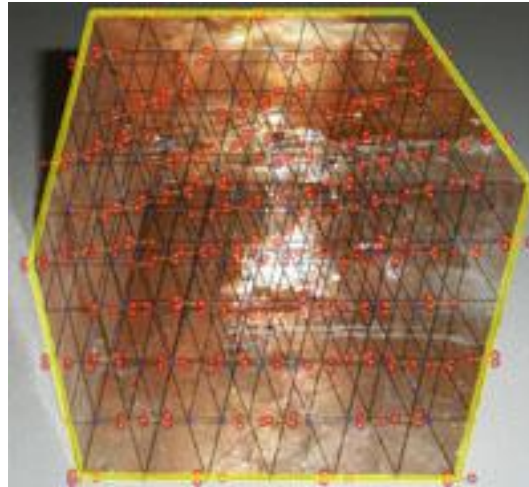
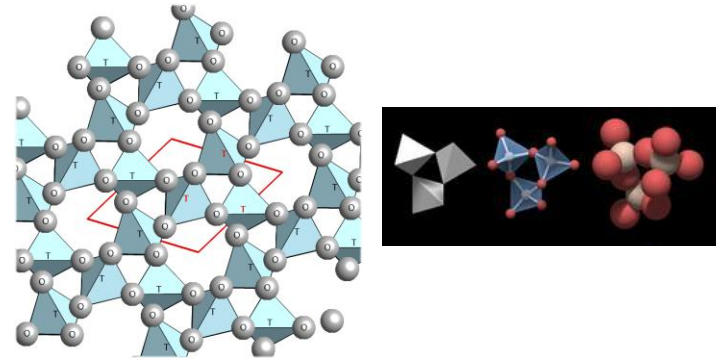
Ασβεστίτης_ CaCO_3



Ρομβόεδρο



Χαλαζίας_ SiO_2

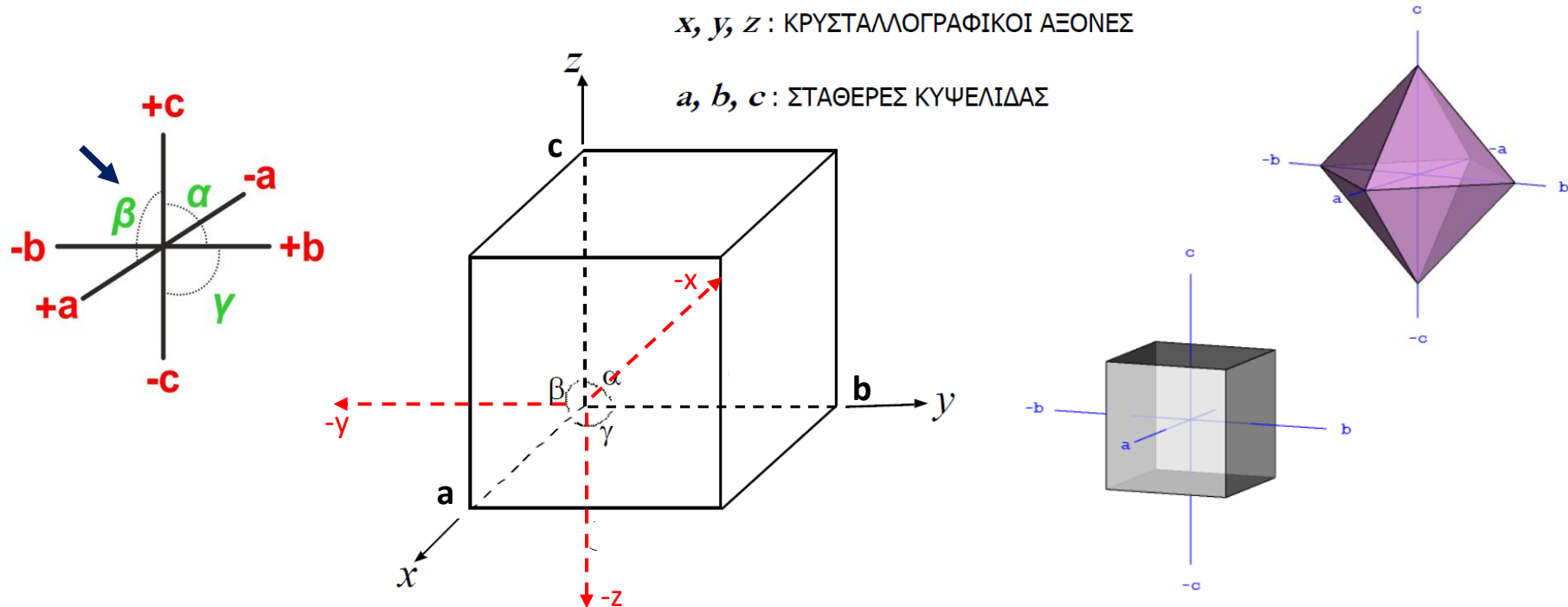


ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΓΡΑΦΙΚΟΙ ΑΞΟΝΕΣ

Κρυσταλλογραφικοί άξονες _ είναι οι άξονες ενός συστήματος συντεταγμένων x, y, z που χρησιμεύουν για την περιγραφή ενός κρυσταλλικού πολυέδρου.

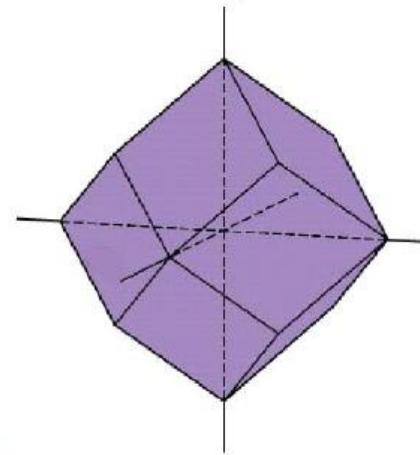
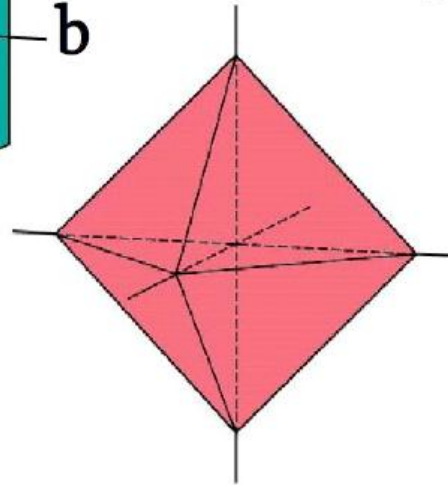
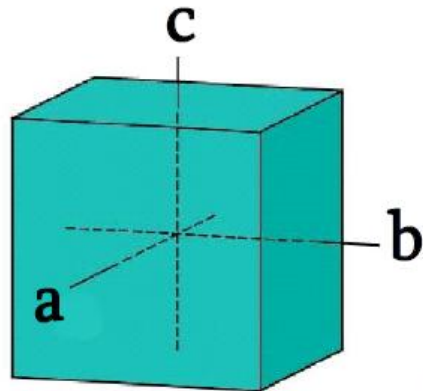
3 ευθείες που τέμνονται στο κέντρο του κρυστάλλου, μπορεί να ταυτίζονται με άξονες συμμετρίας του κρυστάλλου ή αν λείπουν αυτοί να είναι παράλληλες σε ορισμένες ακμές του (οπότε δεν πρέπει να συγχέονται με τους άξονες συμμετρίας αν και πολλές φορές συμπίπτουν με αυτούς...)

Οι τρεις **κρυσταλλογραφικοί άξονες** ονομάζονται **a**, **b** και **c**, και έχουν θετική και αρνητική φορά ως προς τον παρατηρητή. Ο άξονας **c** είναι **κατακόρυφος**, ο άξονας **b** είναι **οριζόντιος** και σχεδιάζεται **παράλληλα ως προς τον παρατηρητή** και ο άξονας **a** είναι **οριζόντιος** και **κατευθύνεται προς τον παρατηρητή**.

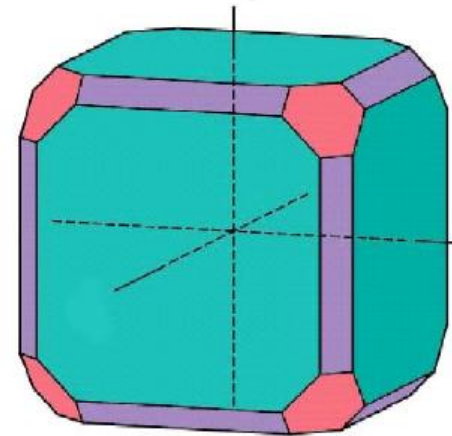


Οι **γωνίες** μεταξύ των κρυσταλλογραφικών αξόνων συμβολίζονται με τα ελληνικά γράμματα **α** , **β** και **γ** . Η γωνία α σχηματίζεται μεταξύ των αξόνων b και c , **η γωνία β** μεταξύ a και c , και η γωνία γ μεταξύ a και b .

ΚΥΒΙΚΟ



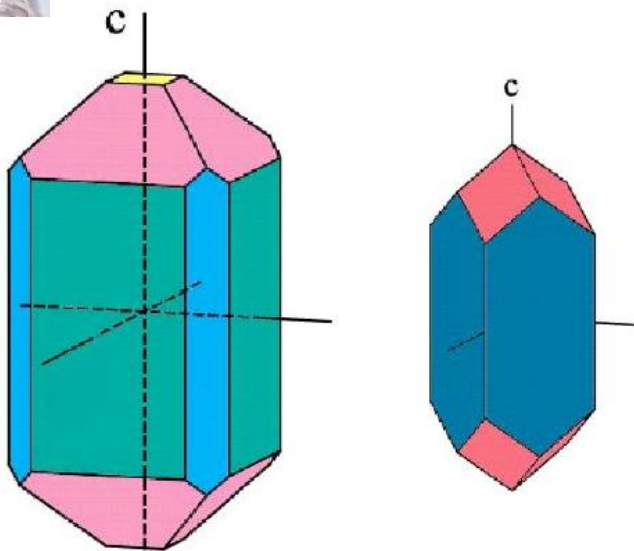
$$a=b=c$$
$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$



Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες ίσοι και κάθετοι μεταξύ τους.



ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ



$$a=b \neq c$$

$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$

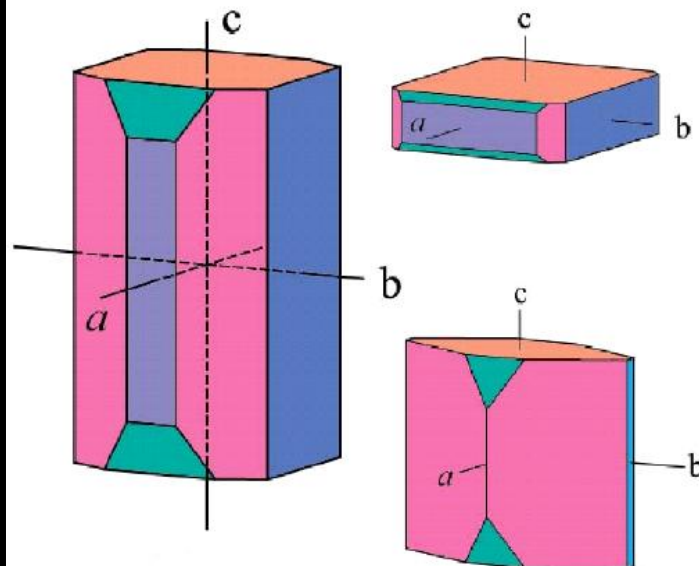
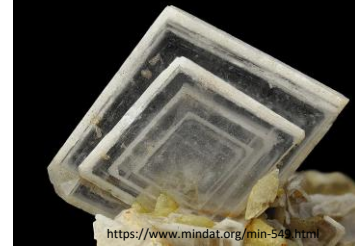
Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες **κάθετοι** μεταξύ τους.

Οι **δύο** (a, b) είναι **ίσοι** κι ο **τρίτος άνισος** (μεγαλύτερος ή μικρότερος).

Οι δύο ίσοι βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κι ο τρίτος είναι κατακόρυφος.

Οι δύο ίσοι ταυτίζονται πάντοτε με τους L^2 .

ΡΟΜΒΙΚΟ



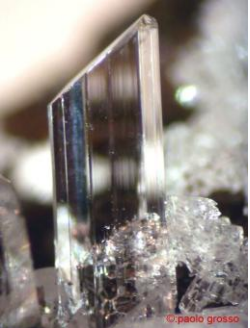
$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$

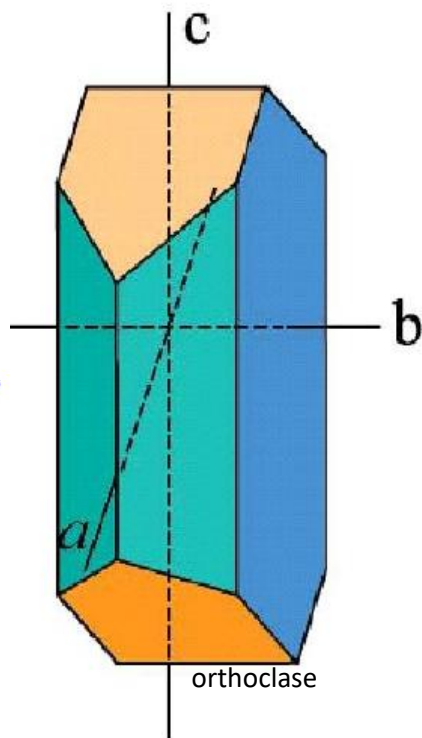
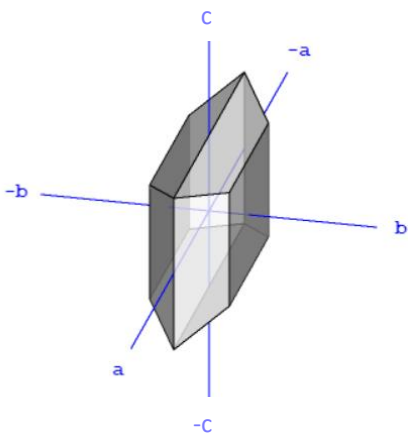
Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες **κάθετοι** μεταξύ τους και **άνισοι**.

Ταυτίζονται πάντα προς τρεις άνισους άξονες L^2 .

Ο μικρότερος άξονας L^2 ταυτίζεται με τον x, ο μεγαλύτερος άξονας L'^2 με τον z και ο ενδιάμεσος L'^2 με τον y.



ΜΟΝΟΚΛΙΝΕΣ



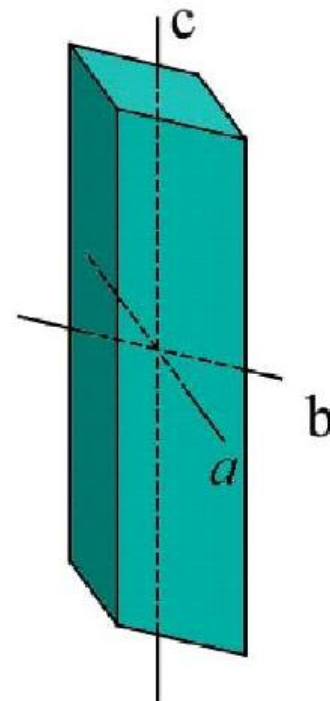
$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha = \gamma = 90, \beta \neq 90$$

Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες **άνισοι** μεταξύ τους. **Οι άξονες x και z σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία διάφορη της ορθής.** Κάθετα στην τομή των x και z είναι ο άξονας y.

Υπάρχει **ένας** μόνον άξονας συμμετρίας L^2 που **ταυτίζεται πάντοτε με τον y.**

ΤΡΙΚΛΙΝΕΣ



$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90$$

Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες **άνισοι** μεταξύ τους, τέμνονται σχηματίζοντας γωνίες διάφορες της ορθής.

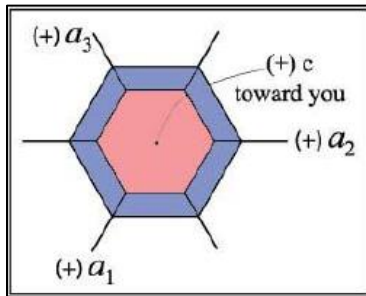
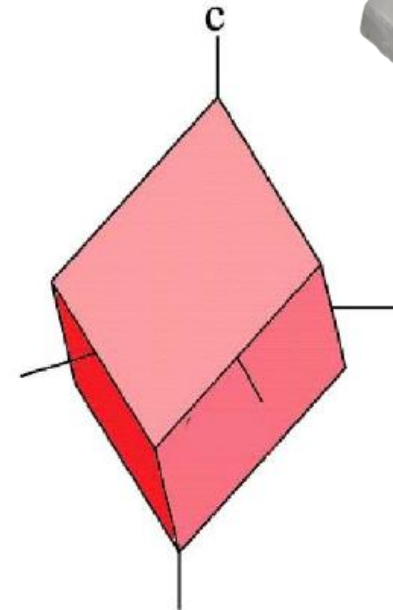
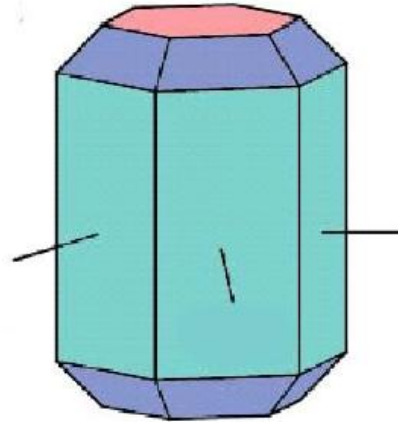
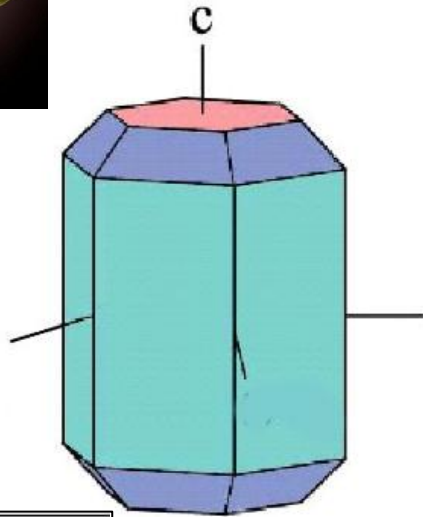
Στο τρικλινές σύστημα δεν υπάρχουν άξονες κι επίπεδα συμμετρίας.





ΕΞΑΓΩΝΙΚΟ

ΤΡΙΓΩΝΙΚΟ



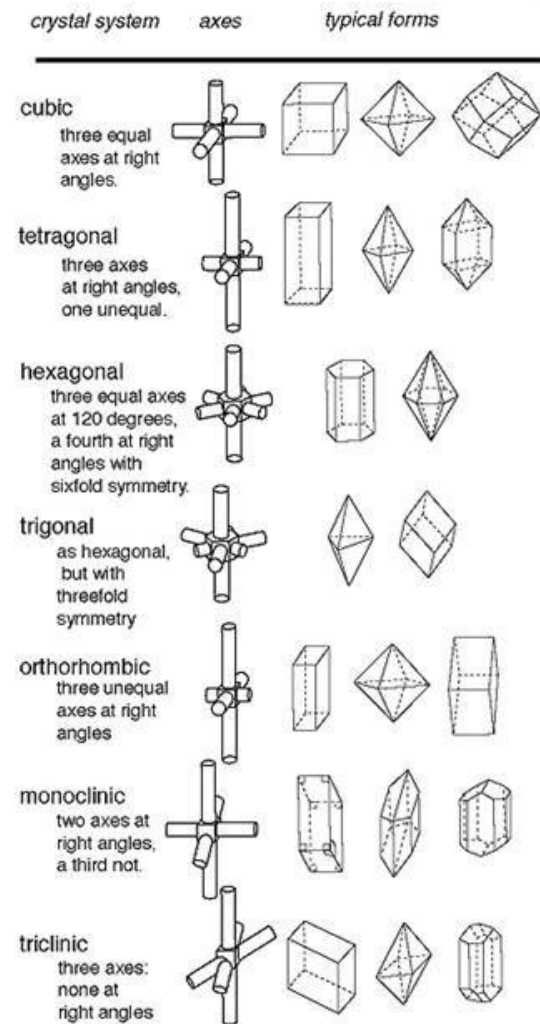
$$a = b \neq c$$

$$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$$

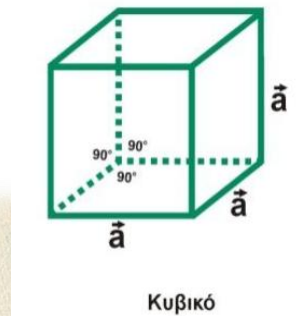
Τέσσερις κρυσταλλογραφικοί άξονες. Από αυτούς οι τρεις βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι **ίσοι μεταξύ τους** και τέμνονται σχηματίζοντας **ίσες γωνίες 120°**. Ο **τέταρτος** είναι **άνισος** (μικρότερος ή μεγαλύτερος) και είναι κάθετος στην τομή των τριών ίσων. Οι τρεις ίσοι και οριζόντιοι άξονες ταυτίζονται πάντοτε προς τους υπάρχοντες L^2 κι ο τέταρτος (άνισος) προς τον L^6 ή τον L^3 .

ΚΡΥΣΤΑΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	Στοιχεία Συμμετρίας στην ΟΛΟΕΔΡΙΑ	
ΚΥΒΙΚΟ	$3L^4 \ 4L^3 \ 6L^2 \ C \ 3P^4 \ 6P^2$	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες ίσοι και κάθετοι μεταξύ τους. Ταυτίζονται με τους $3L^4$ ή τους $3L^2$
ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ	$L^4 \ 2L^2 \ 2L'^2 \ C \ P^4 \ 2P^2 \ 2P'^2$	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες κάθετοι μεταξύ τους. Οι δύο (a, b) είναι ίσοι κι ο трίτος άνισος (μεγαλύτερος ή μικρότερος). Οι δύο ίσοι βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κι ο τρίτος είναι κατακόρυφος. Οι δύο ίσοι ταυτίζονται πάντοτε με τους L^2 .
ΡΟΜΒΙΚΟ	$L^2 \ L'^2 \ L''^2 \ C \ P^2 \ P'^2 \ P''^2$	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες κάθετοι μεταξύ τους και άνισοι . Ταυτίζονται πάντα προς τρεις άνισους άξονες L^2 . Ο μικρότερος άξονας L^2 ταυτίζεται με τον x, ο μεγαλύτερος άξονας L'^2 με τον z και ο ενδιάμεσος με τον y.
ΜΟΝΟΚΛΙΝΕΣ	$L^2 \ C \ P^2$	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες άνισοι μεταξύ τους. Οι άξονες x και z σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία διάφορη της ορθής . Κάθετα στην τομή των x και z είναι ο άξονας y. Υπάρχει ένας μόνον άξονας συμμετρίας L^2 που ταυτίζεται πάντοτε με τον y .
ΤΡΙΚΛΙΝΕΣ	C	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες άνισοι μεταξύ τους, τέμνονται σχηματίζοντας γωνίες διάφορες της ορθής. Στο τρικλινές σύστημα δεν υπάρχουν άξονες κι επίπεδα συμμετρίας.
ΕΞΑΓΩΝΙΚΟ	$L^6 \ 3L^2 \ 3L'^2 \ C \ P^6 \ 3P^2 \ 3P'^2$	Τέσσερις κρυσταλλογραφικοί άξονες. Από αυτούς οι τρεις βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι ίσοι μεταξύ τους και τέμνονται σχηματίζοντας ίσες γωνίες 120° . Ο τέταρτος είναι άνισος (μικρότερος ή μεγαλύτερος) και είναι κάθετος στην τομή των τριών ίσων. Οι τρεις ίσοι και οριζόντιοι άξονες ταυτίζονται πάντοτε προς τους υπάρχοντες L^2 κι ο τέταρτος (άνισος) προς τον L^6 ή τον L^3 .
ΤΡΙΓΩΝΙΚΟ	$L^3 \ 3L^2 \ C \ 3P^2$	

ΚΡΥΣΤ. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	
ΚΥΒΙΚΟ	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες ίσοι και κάθετοι μεταξύ τους. Ταυτίζονται με τους $3L^4$ ή τους $3L^2$
ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες κάθετοι μεταξύ τους. Οι δύο (a, b) είναι ίσοι κι ο τρίτος άνισος (μεγαλύτερος ή μικρότερος). Οι δύο ίσοι βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κι ο τρίτος είναι κατακόρυφος. Οι δύο ίσοι ταυτίζονται πάντοτε με τους L^2.
ΡΟΜΒΙΚΟ	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες κάθετοι μεταξύ τους και άνισοι. Ταυτίζονται πάντα προς τρεις άνισους άξονες L^2. Ο μικρότερος άξονας L^2 ταυτίζεται με τον x, ο μεγαλύτερος άξονας L'^2 με τον z και ο ενδιάμεσος με τον y.
ΜΟΝΟΚΛΙΝΕΣ	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες άνισοι μεταξύ τους. Οι άξονες x και z σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία διάφορη της ορθής. Κάθετα στην τομή των x και z είναι ο άξονας y. Υπάρχει ένας μόνον άξονας συμμετρίας L^2 που ταυτίζεται πάντοτε με τον y.
ΤΡΙΚΛΙΝΕΣ	Τρεις κρυσταλλογραφικοί άξονες άνισοι μεταξύ τους, τέμνονται σχηματίζοντας γωνίες διάφορες της ορθής. Στο τρικλινές σύστημα δεν υπάρχουν άξονες κι επίπεδα συμμετρίας.
ΕΞΑΓΩΝΙΚΟ	<u>Τέσσερις</u> κρυσταλλογραφικοί άξονες. Από αυτούς οι τρεις βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι ίσοι μεταξύ τους και τέμνονται σχηματίζοντας ίσες γωνίες 120° . Ο τέταρτος είναι άνισος (μικρότερος ή μεγαλύτερος) και είναι κάθετος στην τομή των τριών ίσων. Οι τρεις ίσοι και οριζόντιοι άξονες ταυτίζονται πάντοτε προς τους υπάρχοντες L^2 κι ο τέταρτος (άνισος) προς τον L^6 ή τον L^3.
ΤΡΙΓΩΝΙΚΟ	



- Το σύνολο των κρυσταλλικών σχημάτων με τα ίδια στοιχεία συμμετρίας, αποτελούν μια κρυσταλλική τάξη.



Σε κάθε κρυσταλλικό σύστημα υπάρχουν:

Π Ι Ν Α Κ Α Σ Ι Ι

ΚΥΒΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

	(hk1)	(hh1)	(h11)	(111)	(hko)	(110)	(100)
Κυβική όλοεδρία $3L^4 \ 4L_{\text{οκ.}}^3 \ 6L^2 \ C \ 3I^4 \ 6I^2$	Τεσσαρακονταοκτάεδρα	Τρισκοκτάεδρα	Δελτοειδή εικοσιτετράεδρα	Όκτάεδρα	Τετράκικς εξάεδρα	Ρομβικά δωδεκάεδρα	Κύβοι ή εξάεδρα
Όλοαξονική ήμιεδρία $3I^4 \ 4L^3 \ 6I^2 \ - \ - \ -$	Πενταγωνικά εικοσιτετράεδρα	Τρισκοκτάεδρα	Δελτοειδή εικοσιτετράεδρα	Όκτάεδρα	Τετράκικς εξάεδρα	Ρομβικά δωδεκάεδρα	Κύβοι ή εξάεδρα
Παρημιεδρία $3I^{4/2} \ 4L_{\text{οκ.}}^3 \ - \ C \ 3P^{4/2} \ -$	Δισδωδεκάεδρα	Τρισκοκτάεδρα	Δελτοειδή εικοσιτετράεδρα	Όκτάεδρα	Πενταγωνικά δωδεκάεδρα	Ρομβικά δωδεκάεδρα	Κύβοι ή εξάεδρα
Άνθημιεδρία $3I_{\text{οκ.}}^{4/2} \ 4L_{\text{πολ.}}^3 \ - \ - \ - \ 6I^2$	Έξάκικς τετράεδρα	Δελτοειδή δωδεκάεδρα	Τριστετράεδρα	Τετράεδρα	Τετράκικς εξάεδρα	Ρομβικά δωδεκάεδρα	Κύβοι ή εξάεδρα
Τεταρτοεδρία $3L^{4/2} \ 4L_{\text{πολ.}}^3 \ - \ - \ - \ -$	Πενταγωνικά δωδεκάεδρα	Δελτοειδή δωδεκάεδρα	Τριστετράεδρα	Τετράεδρα	Πενταγωνικά δωδεκάεδρα	Ρομβικά δωδεκάεδρα	Κύβοι ή εξάεδρα

Ολοεδρικές Τάξεις

(συγκεντρώνουν το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό στοιχείων συμμετρίας)

Ημιεδρικές Τάξεις

(συγκεντρώνουν το ήμισυ του αριθμού στοιχείων συμμετρίας της ολοεδρίας)

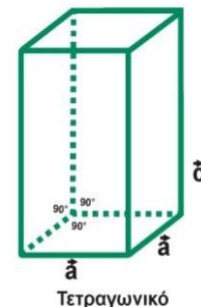
Τεταρτοεδρικές Τάξεις

(έχουν το ήμισυ του αριθμού στοιχείων συμμετρίας των ημιεδρικών τάξεων)



Π Ι Ν Α Κ Α Σ Ι Ι Ι

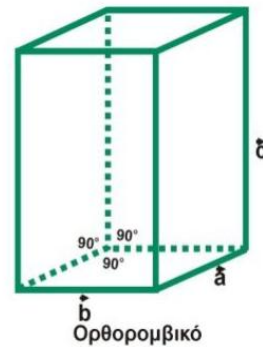
ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



	(hkl)	(hh1)	(h01)	(100)	(hk0)	(110)	(001)
Τετραγωνική όλοεδρία $L^4 \ 2L^2 \ 2L'^2 \ C \ P^4 \ 2P^2 \ 2P'^2$	Διτετραγων. ἀμφι- πυραμίδα	Τετραγων. ἀμφι- πυραμίδα I	Τετραγων. ἀμφι- πυραμίδα II	Τετραγων. πρίσμα II	Διτετραγων. πρίσμα	Τετραγων. πρίσμα I	Πινακοειδές
Όλοαξονική ημιεδρία $L^4 \ 2L^2 \ 2L'^2 \ - \ - \ - \ -$	Τετραγων. τραπεζόεδρο	Τετραγων. πυραμίδα I	Τετραγων. πυραμίδα II	Τετραγων. πρίσμα II	Διτετραγων. πρίσμα	Τετραγων. πρίσμα I	Πινακοειδές
Παρημιεδρία $L^4 \ - \ - \ C \ P^4 \ - \ -$	Τετραγων. ἀμφι- πυραμίδα III	Τετραγων. ἀμφι- πυραμίδα I	Τετραγων. ἀμφι- πυραμίδα II	Τετραγων. πρίσμα II	Τετραγων. πρίσμα III	Τετραγων. πρίσμα I	Πινακοειδές
Άνθημιεδρία (ημιμόρφος) $L^4_{\text{πολ.}} \ - \ - \ - \ - \ 2L'^2 \ 2P'^2$	Διτετραγων. πυραμίδα	Τετραγων. πυραμίδα I	Τετραγων. πυραμίδα II	Τετραγων. πρίσμα II	Διτετραγων. πρίσμα	Τετραγων. πρίσμα I	Πινακοειδές
Σφηνοεδρική ημιεδρία $L^{4/2}_{\text{οκ.}} \ 2L^2 \ - \ - \ - \ - \ 2P'^2$	Τετραγων. σκαληνόεδρο	Τετραγων. σφηνόεδρο	Ώς τὰ τῆς όλοεδρίας	Ώς τὰ τῆς όλοεδρίας	Ώς τὰ τῆς όλοεδρίας	Ώς τὰ τῆς όλοεδρίας	Ώς τὰ τῆς όλοεδρίας
Τεταρτοεδρία ἢ Ἡμιμόρφικη ημιεδρία $L^4_{\text{πολ.}} \ - \ - \ - \ - \ - \ -$	Τετραγων. πυραμίδα III	Τετραγων. πυραμίδα I	Τετραγων. πυραμίδα II	Τετραγων. πρίσμα II	Τετραγων. πρίσμα III	Τετραγων. πρίσμα I	Πινακοειδές
Σφηνοεδρική τεταρτοεδρία $L^{4/2}_{\text{οκ.}} \ - \ - \ - \ - \ - \ -$	Τετραγων. σφηνόεδρο III	Τετραγων. σφηνόεδρο I	Τετραγων. σφηνόεδρο II	Τετραγων. πρίσμα II	Τετραγων. πρίσμα III	Τετραγων. πρίσμα I	Πινακοειδές

Π Ι Ν Α Κ Α Σ Ι V

Ρ Ο Μ Β Ι Κ Ο Σ Υ Σ Τ Η Μ Α

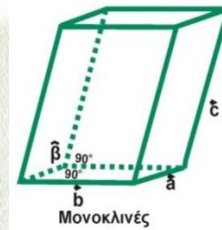


	(hk1)	(h01)	(0k1)	(hk0)	(100)	(010)	(001)
Ρομβική δλοεδρία $L^2 \quad L'^2 \quad L''^2 \quad C \quad l^2 \quad l'^2 \quad l''^2$	Ρομβική πυραμίδα	Ρομβικό πρίσμα II	Ρομβικό πρίσμα I	Ρομβικό πρίσμα III	Πινακοειδής I	Πινακοειδής II	Πινακοειδής III
Όλοαξονική ήμιεδρία $L^2 \quad L'^2 \quad L''^2 \quad - \quad - \quad - \quad -$	Ρομβικό σφηνόεδρο	Ρομβικό πρίσμα II	Ρομβικό πρίσμα I	Ρομβικό πρίσμα III	Πινακοειδής I	Πινακοειδής II	Πινακοειδής III
Άνθημιεδρία $L^2_{\text{πολ.}} \quad - \quad - \quad - \quad - \quad l'^2 \quad l''^2$	Ρομβική πυραμίδα	Ρομβικό πρίσμα II	Ρομβικό πρίσμα I	Ρομβικό πρίσμα III	Πινακοειδής I	Πινακοειδής II	Πινακοειδής III

Π Ι Ν Α Κ Α Σ V

ΜΟΝΟΚΛΙΝΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ

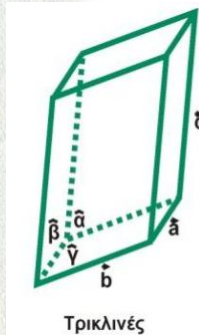
	(hk1)	(h01)	(0k1)	(hk0)	(100)	(010)	(001)
Μονοκλινής όλοεδρία $I,^2 \quad C \quad I,^2$	Ήμιπυραμίδες	Ήμίπρισμα II	Πρίσμα I	Πρίσμα III	Πινακοειδής I	Πινακοειδής II	Πινακοειδής III
Όλοαξονική ήμιεδρία $I,^2_{\text{πολ.}} \quad - \quad -$	Σφηνοειδής	Ήμιπρίσματα II	Σφηνοειδής I	Σφηνοειδής III	Πινακοειδής I	Πινακοειδής II	Πινακοειδής III
Άνθημιεδρία $- \quad - \quad I,^2$	Ήμιπυραμίδες	Ήμίπρισμα II	Ήμίπρισμα I	Ήμίπρισμα III	Πεδίο I	Πινακοειδής II	Πεδίο III



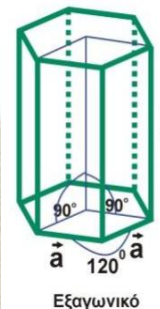
Π Ι Ν Α Κ Α Σ VI

ΤΡΙΚΛΙΝΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ

	(hk1)	(h01)	(0k1)	(hk0)	(100)	(010)	(001)
Τρικλινής όλοεδρία $I,^1 \quad C$	Τεταρτοπυραμίδες	Ήμιπρίσμα II	Ήμιπρίσμα I	Ήμιπρίσμα III	Πινακοειδής I	Πινακοειδής II	Πινακοειδής III
Άσυμμετρική $I,^1 \quad -$	Πεδία	Πεδία	Πεδία	Πεδία	Πεδία	Πεδία	Πεδία



Π Ι Ν Α Κ Α Σ V I I
ΕΞΑΓΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



	$(h\bar{k}i\bar{l})$	$(h0\bar{h}l)$	$(hh2h\bar{l})$	$(h\bar{k}i0)$	$(10\bar{1}0)$	$(11\bar{2}0)$	(0001)
Έξαγωνική δλοεδρία $L^6 \ 3L^2 \ 3L'^2 \ C \ P^6 \ 3P^2 \ 3P'^2$	Διεξαγων. πυραμίδες	Έξαγωνικαί πυραμίδες I	Έξαγωνικαί πυραμίδες II	Διεξαγων. πρίσματα	Έξαγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
Όλοαξονική ήμιοεδρία $L^6 \ 3L^2 \ 3L'^2 \ --- \ --- \ ---$	Δεξ., άρ. Τραπεζόεδρα	Έξαγωνικαί πυραμίδες I	Έξαγωνικαί πυραμίδες II	Διεξαγων. πρίσματα	Έξαγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
Παρημιοεδρία $L^6 \ --- \ --- \ C \ P^6 \ --- \ ---$	$\pm$ Έξαγωνικαί πυραμίδες III	Έξαγωνικαί πυραμίδες I	Έξαγωνικαί πυραμίδες II	$\pm$ Έξαγωνικά πρίσματα III	Έξαγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
Άνθημιοεδρία $L^6_{\text{πολ.}} \ --- \ --- \ --- \ 3P^2 \ 3P'^2$	Άνω, κάτω Διεξαγων. πυραμίδες	Άνω, κάτω έξαγωνικαί πυραμίδες I	Άνω, κάτω έξαγωνικαί πυραμίδες II	Διεξαγων. πρίσματα	Έξαγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Άνω, κάτω Πινακοειδής
Τεταρτοεδρία $L^6_{\text{πολ.}} \ --- \ --- \ --- \ ---$	Δεξ., άρ. άνω έξαγων. πυραμίδες III δεξ., άρ. κάτω έξαγ. πυραμίδες III	Άνω, κάτω έξαγωνικαί πυραμίδες I	Άνω, κάτω έξαγωνικαί πυραμίδες II	Δεξ., άρ. έξαγωνικά πρίσματα III	Έξαγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Άνω, κάτω Πινακοειδής
Τριγωνική άνθημιοεδρία $L^{6/2} \ --- \ 3L'^2_{\text{πολ.}} \ --- \ P^{6/2} \ 3P^2 \ ---$	$\pm$ Διτρίγωνικαί πυραμίδες	$\pm$ Τριγωνικαί πυραμίδες	Έξαγωνικαί πυραμίδες II	$\pm$ Διτρίγωνικά πρίσματα	$\pm$ Τριγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδής
Τριγωνική τεταρτοεδρία $L^{6/2} \ --- \ --- \ --- \ P^{6/2} \ --- \ ---$	$\pm$ Δεξ., $\pm$ άρ. Τριγωνικαί πυραμίδες III	$\pm$ Τριγωνικαί πυραμίδες I	Δεξ., άρ. Τριγωνικαί πυραμίδες II	$\pm$ Δεξ., $\pm$ άρ. Τριγωνικά πρίσματα III	$\pm$ Τριγωνικά πρίσματα I	Δεξ., άρ. Τριγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδής

Π Ι Ν Α Κ Α Σ V I I I
ΤΡΙΓΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



	(hκī1)	(h0h1)	(hh2h1)	(hκī0)	(10ī0)	(1120)	(0001)
Ρομβοεδρική δλοεδρία $L_{\text{οκ.}}^3$ $3L^2$ C $3P^2$	$\pm$ Έξαγωνικά σκαληνόεδρα	$\pm$ Ρομβόεδρα	Έξαγωνικά πυραμίδες II	Διεξαγωνικά πρίσματα	Έξαγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
Όλοαξονική ήμιεδρία L^3 $3L_{\text{πολ.}}^2$ — —	$\pm d, \pm \ell$ Τριγωνικά τραπεζόεδρα	$\pm$ Ρομβόεδρα	d, ℓ Τριγωνικά πυραμίδες II	d, ℓ Διτριγωνικά πρίσματα	Έξαγωνικά πρίσματα I	d, ℓ Τριγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
Παρημιεδρία $L_{\text{οκ.}}^3$ — C —	$\pm d, \pm \ell$ Ρομβόεδρα III	$\pm$ Ρομβόεδρα I	d, ℓ Ρομβόεδρα II	d, ℓ Έξαγωνικά πρίσματα III	Έξαγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
Άνθημιεδρία $L_{\text{πολ.}}^3$ — — $3P^2$	$\pm$ Άνω $\pm$ κάτω Διτριγωνικά πυραμίδες	$\pm$ Άνω $\pm$ κάτω Τριγωνικά πυραμίδες I	Άνω, κάτω Έξαγωνικά πυραμίδες II	$\pm$ Διτριγωνικά πρίσματα	$\pm$ Τριγωνικά πρίσματα I	Έξαγωνικά πρίσματα II	Άνω, κάτω Πινακοειδής
Τεταρτοεδρία (ήμιμορφος) $L_{\text{πολ.}}^3$ — — —	$\pm$ Άνω $\pm d, \pm \ell$ κάτω $\pm d, \pm \ell$ Τριγωνικά πυραμίδες III	$\pm$ Άνω $\pm$ κάτω Τριγωνικά πυραμίδες I	$\pm$ Άνω d, ℓ κάτω d, ℓ Τριγωνικά πυραμίδες II	$\pm d, \pm \ell$ Τριγωνικά πρίσματα III	$\pm$ Τριγωνικά πρίσματα I	$\pm$ Τριγωνικά πρίσματα II	Άνω, κάτω Πινακοειδής

ΠΙΝΑΚΑΣ II
ΚΥΒΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Κυβική δλοεδρ 3L ⁴ 4L ³ 6L ²
'Ολοαξονική 3L ^{4/2} 4L ³ 6L ²
Παρημιεδρία 3L ^{4/2} 4L ³ 6L ²
'Ανθμιεδρία 3L ^{4/2} 4L ³ 6L ²
Τεταρτοεδρία 3L ^{4/2} 4L ³ 6L ²

ΠΙΝΑΚΑΣ III
ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Τετραγωνική L ⁴ 2L ² 2L ² C
'Ολοαξονική L ⁴ 2L ² 2L ² C
Παρημιεδρία L ⁴ — — C
'Ανθμιεδρία (ήμιμορφος) L ⁴ — — C
Τεταρτοεδρία (ήμιμορφική) L ⁴ — — C
Σφηνοεδρική L ^{4/2} 2L ² — —
Τεταρτοεδρία (ήμιμορφική) L ⁴ — — C
Σφηνοεδρική τεταρτοεδρία L ^{4/2} — — — —

ΠΙΝΑΚΑΣ IV
ΡΟΜΒΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Ρομβική δλοεδρία L ² L ² L ² C 1 ² 1 ² 1 ²
'Ολοαξονική ήμιεδρία L ² L ² L ² — — — —
'Ανθμιεδρία L ² — — — — 1 ² 1 ²

ΠΙΝΑΚΑΣ V
ΜΟΝΟΚΑΙΝΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ

Μονοκλινής δλο L ² C
'Ολοαξονική ήμ L ² —
'Ανθμιεδρία — —

ΠΙΝΑΚΑΣ VI
ΤΡΙΚΑΙΝΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ

	(hk1)	(h01)	(0k1)	(hk0)	(100)	(010)	(001)
Τρικλινής δλο L ³							
'Ασυμμετρική L ³							

ΠΙΝΑΚΑΣ VII
ΕΞΑΓΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

	(hk11)	(h011)	(hh2h1)	(hk10)	(1010)	(1120)	(0001)
'Εξαγωνική δλοεδρία L ⁶ 3L ² 3L ² C 1 ⁶ 31 ² 31 ²	Διεξαγων. πυραμίδες	'Εξαγωνικά σκαληνόεδρα	'Εξαγωνικά πυραμίδες I	Διεξαγων. πρίσματα	'Εξαγωνικά πρίσματα I	'Εξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές

ΠΙΝΑΚΑΣ VIII
ΤΡΙΓΩΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

	(hk11)	(h011)	(hh2h1)	(hk10)	(1010)	(1120)	(0001)
Ρομβοεδρική δλοεδρία L ⁶ 3L ² C 31 ²	± 'Εξαγωνικά σκαληνόεδρα	± Ρομβόεδρα	'Εξαγωνικά πυραμίδες II	Διεξαγων. πρίσματα	'Εξαγωνικά πρίσματα I	'Εξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
'Ολοαξονική ήμιεδρία L ³ 3L ² — —	± d, ± l Τριγωνικά πυραμίδες I	± Ρομβόεδρα	d, l Τριγωνικά πυραμίδες II	d, l Διτρίγωνικά πρίσματα	'Εξαγωνικά πρίσματα I	d, l Τριγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
Παρημιεδρία L ³ — C —	± d, ± l Ρομβόεδρα III	± Ρομβόεδρα I	d, l Ρομβόεδρα II	d, l 'Εξαγωνικά πρίσματα III	'Εξαγωνικά πρίσματα I	'Εξαγωνικά πρίσματα II	Πινακοειδές
'Ανθμιεδρία L ³ — — 31 ²	±'Ανω ± κάτω Διτρίγωνικά πυραμίδες	±'Ανω ± κάτω Τριγωνικά πυραμίδες I	'Ανω, κάτω Τριγωνικά πυραμίδες II	Διτρίγωνικά πρίσματα	± Τριγωνικά πρίσματα I	± Τριγωνικά πρίσματα II	'Ανω, κάτω Πινακοειδής
Τεταρτοεδρία (ήμιμορφος) L ³ — — —	± d, ± l ± d, ± l Τριγωνικά πυραμίδες III	±'Ανω ± κάτω Τριγωνικά πυραμίδες I	±'Ανω ± κάτω Τριγωνικά πυραμίδες II	± d, ± l Τριγωνικά πρίσματα III	± Τριγωνικά πρίσματα I	± Τριγωνικά πρίσματα II	'Ανω, κάτω Πινακοειδής